

時間帯によって移動コストの変化する巡回セールスマン問題に対する遺伝的アルゴリズムの適用

栗原英二 (沼田一道助教授, 桧垣正浩助手)

1. はじめに

巡回セールスマン問題 (Travelling Salesman Problem, 以下 TSP) はネットワーク上の組み合わせ最適化問題の典型として盛んに研究が行われている。現在のところ TSP に対する能率の良い厳密解法は知られていないが, 分枝限定法にもとづく厳密解法でも数千都市の問題が解けることが報告されている [1]。通常の TSP は都市間の移動にかかるコストを定数としているが, 都市部の道路網のように時間帯によって混雑度が変わる場合には, 時間帯によって移動にかかるコストが変化するようなモデル化が必要となる。このような TSP (TSP with Variable Cost, 以下, TSPVC) に対する研究はほとんどなく有効な解法も知られていない。本研究では, 頑健で強力な発見的解法として注目されている遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, 以下 GA) を TSPVC に適用して近似解を求め, TSPVC の解と平均的な移動コストを用いた通常の TSP の解とを比較し, TSPVC のモデルの有効性を検討する。以下では, 移動コスト = 移動所要時間として議論を進める。

2. TSPVC の定式化

1 ~ n の n 個の都市があり, 任意の都市間の移動にかかる所要時間が与えられているとする。通常の TSP は n 個の都市全てを通して出発した都市へ戻ってくる道筋の中で通過所要時間の総和を最小にする道筋をもとめる問題である。TSPVC は都市間の移動に要する時間が, 時間帯によって変化する。本研究では, 時間帯を午前, 午後と 2 つに区分し, 例えば, 都市 i から都市 j に行くのにかかる時間 C_{ij} が午前にその道を通れば $C_{ij}=2$, 午後にその道を通れば $C_{ij}=4$ といったように与えられる。通常の TSP では一巡するルートが決まれば巡回費用も決まるので出発点を特に指定する必要はないが, TSPVC では出発点と出発時刻を指定する必要がある。一般性を失うことなく都市 1 から出発するものとして S_n を 1 から始まる 1 ~ n の順列全体の集合, $(p_1 p_2 \dots p_n)$ を S_n の要素, また, 出発してから A 時間経過すると時間帯が切り替わるものとし, $[0, A]$ を第 1 時間帯 (ij 間の所要時間 $C_{ij}^{[1]}$), $[A, \infty]$ を第 2 時間帯 (ij 間の所要時間 $C_{ij}^{[2]}$) とする。時刻 0 に出発し, 第 k 都市への到着時刻を x_k とすると TSPVC は以下のように定式化される。

$$\text{minimize } x_n \quad (1)$$

$(p_1 p_2 \dots p_n) \in S_n$

subject to

$$x_k = x_{k-1} + \begin{cases} C_{p_k p_{k+1}}^{[1]} & (x_{k-1} + C_{p_k p_{k+1}}^{[1]} \leq A) \quad (2) \\ C_{p_k p_{k+1}}^{[2]} & (x_{k-1} \geq A) \quad (3) \\ A - x_{k-1} + \left\{ (x_{k-1} + C_{p_k p_{k+1}}^{[1]} - A) / C_{p_k p_{k+1}}^{[1]} \right\} C_{p_k p_{k+1}}^{[2]} & (\text{上記以外}) \quad (4) \end{cases}$$

$$x_0 = 0 \quad k=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

ただし、表記の都合上、 $P_{n+1}=1$ としている。

3. TSPVC に対する GA

GA は自然界における生物の進化モデル、すなわち世代を形成している個体の集合の中で、環境への適応度の高い個体が次世代に生き残り、また、交叉および突然変異といった遺伝操作を起こしながら、次の世代を形成していく過程を模倣した最適化手法である。TSPVC においても 1 から始まる $1 \sim n$ の順列を 1 つの個体とみなし、各個体に染色体（巡回路を表す記号列）を対応させる。本研究では、個体を表す記号列として、遺伝操作の際に制約条件を満たさない（一巡するルートに対応していない）致死遺伝子の発生を防止するための方法である順序表現 [4] を用いる。順序表現は、アルファベット順にソートされた都市リスト（5 都市の場合であれば A, B, C, D, E ）を持ち、次々に訪問する都市が都市リスト中の未訪問の都市の中で何番目にあるかを示す番号を遺伝子として並べたものである。この順序表現から、巡回する順番に都市名を列挙したパス表現への変換は、都市リストによって一意に決まる。パス表現と順序表現は 1 対 1 に対応する。当然のことながら、順序表現の第 k 座標の値は $n - k + 1$ 以下である。

<例>	標準リスト	順序表現	パス表現
	A B C D E	$X_i = 1 2 1 2 1 \dots\dots\dots$	(A C B E D)
	1 2 3 4 5	$X_j = 1 1 3 2 1 \dots\dots\dots$	(A B E D C)

探索中に保持される個体数（集団サイズ）を N_p 、交叉率を P_c 、突然変異率を P_m として TSPVC に対する GA を以下のように構成する [2]。

（手順 1）初期化

TSPVC では 1 から出発する 1 つの巡回路が 1 つの個体に対応する。第 1 要素を 1 に固定し、残りの $n - 1$ 個を一様乱数によりランダムに決めた順序表現を 1 つの個体とし、このような個体を集団サイズの数だけランダムに生成し、初期集団とする。

（手順 2）遺伝操作

（手順 1）で生成した集団のレベル（個体の適応度）の向上をはかるため、交叉、突然変異といった遺伝操作を行う。交叉とは、染色体の切断点を 1 ヶ所指定して 2 つの個体間で染色体の組み替えを行うことにより、新しい個体を 2 つ生成することである。突然変異とは、ある確率で選ばれた染色体の遺伝子の値を他の遺伝子の値に置き換えることである。尚、集団の多様性を維持するため遺伝操作前の個体も保存することにする。一例を以下に示す。

<例> 第 2 ノードと第 3 ノードの間で交叉した場合

交叉前の個体	交叉後の個体
$X_i = 1 2 \parallel 1 2 1$ (A C B E D)	$X_i' = 1 2 3 2 1$ (A C E D B)
	$X_j' = 1 1 1 2 1$ (A B C E D)
$X_j = 1 1 \parallel 3 2 1$ (A B E D C)	$X_i = 1 2 1 2 1$ (A C B E D)
	$X_j = 1 1 3 2 1$ (A B E D C)

第3ノードを2から3に突然変異させた場合

$$\begin{array}{lcl}
 \text{突然変異前} & & \text{突然変異後} \\
 X_m = 11221 (ABDEC) & \longrightarrow & X_m' = 11321 (ABEDC) \\
 & & X_m = 11221 (ABDEC)
 \end{array}$$

(手順3) 適応度の計算

個体(遺伝子) x の環境への適合性を示す適応度関数 $f(x)$ は遺伝子 x の表す巡回ルートの総所要時間の逆数をとったものとする。都市 i から都市 j へ行くときの所要時間は午前中であれば、 $C_{PkPk+1}^{[1]}$ 、午前から午後にならなければ $A - x_{k-1} + \left\{ (x_{k-1} + C_{PkPk+1}^{[1]} - A) / C_{PkPk+1}^{[1]} \right\} C_{PkPk+1}^{[2]}$ 、午後であれば $C_{PkPk+1}^{[2]}$ の値を用いて各都市間の所用時間とし、それらの和をとることによって求める。TSPVCの場合、巡回路の所要時間が短いほど適応度は高いことになる。

(手順4) 選択

遺伝操作によって個体数が増加した集団を、なるべく適応度の低い個体が排除されるようにしながら元の決められた集団サイズに再編成する。世代 t を形成する個体全てに対してその個体が持つ適応度を計算し、適応度の高いものほど残される確率が高くなるように、個体をふるいにかけていく。適応度の高い個体が簡単に排除されるのを防ぐために、各世代において上位5%に属する個体については、無条件で次世代に残すことにする。選択にもれた個体は淘汰されることになる。

(手順5) 終了判定

世代における最良の解が集団のほぼ40%を占めるか、もしくは最初に指定した限界の世代数に到達した時点で探索を終了する[3]。停止条件が満たされるまで(手順2)から(手順5)を繰り返す。

4. 数値実験

図1のようなネットワーク上の都市1を出発点とするTSPVCにGAを適用する。

実験1

パラメータ ($G_n = (N_p, P_c, P_m)$) は、次のように設定する。 $G_{14} = (270, 0.6, 0.06)$ 、対象とするネットワークは図1に示すものであり14のノードからなる。出発時刻は午前8時とし、午後12時をもって時間帯を区切ることにした。出発してから4時間が第一時間帯である。各都市間の所要時間は第1時間帯は表1、第2時間帯は表2で与える。

実験2

都市間の移動コストを表1、表2のデータの平均値で与えた通常のTSPにGAを適用する。

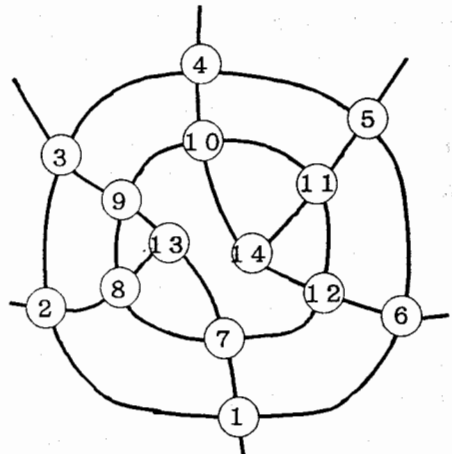


図1 例題ネットワーク

表1 午前における各枝の移動コスト (時間)

1-2	0.7	1-6	0.8	1-7	0.6		
2-1	0.7	2-3	0.8	2-8	0.5		
3-2	0.8	3-4	0.7	3-9	0.3		
4-3	0.7	4-5	0.7	4-10	0.4		
5-4	0.7	5-6	0.7	5-11	0.2		
6-1	0.8	6-5	0.7	6-12	0.4		
7-1	0.4	7-8	0.4	7-12	0.6	7-13	0.6
8-2	0.2	8-7	0.4	8-9	0.8	8-13	0.4
9-3	0.2	9-8	0.8	9-10	0.4	9-14	0.7
10-4	0.2	10-9	0.4	10-11	0.5	10-14	0.6
11-5	0.1	11-10	0.5	11-12	0.6	11-14	0.5
12-6	0.3	12-7	0.7	12-11	0.6	12-13	0.9
13-7	0.6	13-8	0.3	13-12	0.9		
14-9	0.7	14-10	0.6	14-11	0.4		

表2 午後における各枝の移動コスト (時間)

1-2	0.7	1-6	0.8	1-7	0.4		
2-1	0.7	2-3	0.8	2-8	0.2		
3-2	0.8	3-4	0.7	3-9	0.2		
4-3	0.7	4-5	0.7	4-10	0.2		
5-4	0.7	5-6	0.7	5-11	0.2		
6-1	0.8	6-5	0.7	6-12	0.4		
7-1	0.6	7-8	0.4	7-12	0.6	7-13	0.6
8-2	0.5	8-7	0.4	8-9	0.8	8-13	0.3
9-3	0.3	9-8	0.8	9-10	0.4	9-14	0.7
10-4	0.4	10-9	0.4	10-11	0.5	10-14	0.6
11-5	0.1	11-10	0.5	11-12	0.6	11-14	0.4
12-6	0.3	12-7	0.6	12-11	0.6	12-13	0.9
13-7	0.6	13-8	0.4	13-12	0.9		
14-9	0.7	14-10	0.6	14-11	0.5		

結果

GAによる最適ルート

実験1 (TSPVC) 1→7→13→8→2→3→9→4→14→10→5→11→12→6→1 ……①

実験2 (TSP) 1→7→8→2→13→9→3→14→10→4→5→11→12→6→1 ……②

実験1 (TSPVC) においては、第31世代で7.42時間を要する①のルートが適応度最大の解として求まり、実験2 (TSP) においては、第26世代で②で表されるルートが適応度最大の解として求まった。実験2において求まった最短ルートは所要時間が7.80時間であったが、このルートを表1、表2のデータで評価すると7.96時間となる。

5. 終わりに

TSPVCで求まった最適ルートと、各時間帯データの平均値で与えたTSPから求まった最適ルートと比較すると、当然のことながらTSPVCで求めたルートの方がTSPで求めたルートより短時間で巡回できることがわかる。このことは、TSPVCのモデルが平均的な移動コストを用いた通常のTSPのモデルよりも有効であることを示すものとする。しかしながら、実際の規模のTSPVCを現実的時間内に厳密に解くのは極めて難しい。本研究では、モデルとして精密であるが解きにくいTSPVCに対して、GA (遺伝的アルゴリズム) によるアプローチの実用的意義を示した。

【参考文献】

[1] 久保 幹雄: "巡回セールスマン問題への招待 I" オペレーションズ・リサーチ, vol. 39, No. 1, pp. 25-31, 1994.
 [2] 小林 重信: "遺伝的アルゴリズムの現状と課題", オペレーションズ・リサーチ, Vol. 32, No. 1, pp. 2-9, 1993.
 [3] 波田野 寿昭: "GAによる最適化", オペレーションズ・リサーチ, vol. 32, No. 1, pp. 52-57, 1993.
 [4] 和田 健之介: "遺伝的アルゴリズムと機械の進化" 数理科学, No. 328, pp. 47-51, 1990.