道路網における交通量配分算法の比較

野々峠裕文（沼田一道助教授，桧垣正浩助手）

1. はじめに

交通量によって所要時間の変化する道路網上で複数の始終点の組（ＯＤペア）とその間の移動要求量（ＯＤ量）が与えられたとき，どのような交通流が実現するかという問題は，交通・道路計画において重要な課題であり，交通量配分問題と呼ばれる [2]．交通量配分問題を解く場合，さらに移動者の経路選択に対して一定のルール（配分原則）を仮定する必要がある．配分原則には“全体の総所要時間を最小にする”ものと“各移動者が全経路状況を把握した上で各自の最短時間路を選ぶ”という２つが考えられる [2]．前者は全体の最適化であり“システム最適化”，後者は各移動者毎の最適化であり“利用者最適化”と呼ばれている．

2. 研究目的

本研究では無規制の交通流と考えられる“利用者最適化”の下で実現する交通流についてその経路と流量の割当を求める３つの解法－ＩＡ法 [1]，ＳＩ法 [4]，ＮＨ法 [3] －を比較，検討する．ＩＡ法は一般の費用関数に対して適用可能であるが，他の２つの解法は１次費用関数を前提とした解法である．

各道路の通過所要時間（費用）はその道路上を流れている交通量についての１次増加関数(費用関数) で与えられるものとする．

3. 問題と定式化

道路網の交差点をノード，その交差点間の道路をリンクとし，ノードの集合を N，リンクの集合を L とする．道路網のネットワークを有向グラフ $G=(N,L)$ で表す．移動の要求は，ＯＤペアとＯＤ量で与えられＯＤペアの集合を P で表し G 上に p 個存在するものとする．第 k 番目のＯＤペアの始終点を $s^k, t^k (\in N)$，ＯＤ量を Q^k とする．ノード $i (\in N)$ に接続するリンクの集合を Γ^{+i}，Γ^{-i} に分類する．Γ^{+i} はノード $i(\in N)$ からでるリンクの集合，Γ^{-i} はノード $i(\in N)$ にはいるリンクの集合である．ノード $i(\notin s^k, t^k)$ における流量は各ＯＤペア毎に保存される．

第 k 番目のＯＤ量によるリンク j 上の流れを x_j^k とすると，リンク j 上を流れる全交通量は $x_j = \sum_{k=1}^{p} x_j^k$ である．以下リンク j の費用関数 $f_j(x_j)$ は $f_j(x_j) = a_j x_j + b_j$ と仮定する．以上を用いると利用者最適化の交通量配分問題はつぎのように定式化される [1]．

$$
\text{(QP)}\left\{
\begin{array}{llll}
\text{min.} & \displaystyle\sum_{\ell\in L}\int_0^{x_\ell}(a_\ell\xi + b_\ell)d\xi & & (1) \\
\text{sub.to} & \displaystyle\sum_{\ell\in\Gamma^{+i}} x_\ell^k - \sum_{\ell\in\Gamma^{-i}} x_\ell^k = Q^k & (i = s^k, k\in P) & (2) \\
& \displaystyle\sum_{\ell\in\Gamma^{+i}} x_\ell^k - \sum_{\ell\in\Gamma^{-i}} x_\ell^k = -Q^k & (i = t^k, k\in P) & (3) \\
& \displaystyle\sum_{\ell\in\Gamma^{+i}} x_\ell^k - \sum_{\ell\in\Gamma^{-i}} x_\ell^k = 0 & (\text{otherwise}\ , k\in P) & (4) \\
& x_\ell^k \geq 0 & (\ell\in L, k\in P) & (5)
\end{array}
\right.
$$

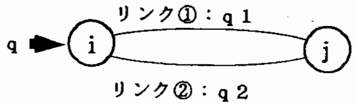
4. 等時間原則 [2]

問題(QP) の最適解は次のような等時間原則を満たす．また，費用関数が1次の場合，等時間原則を満たす流れは (QP) の最適解であることが知られている [2]．

[等時間原則]

各ＯＤペアについて利用されている（流量が存在する）経路の所要時間は互いに等しく，利用されていない経路の所要時間より大きくない．

等時間原則と最適化問題(QP) の関係は以下の図１，２を用いて示すことができる．例えば，図１においてに交通量qをノードiからjへ流す場合，各リンクの所要時間が等しくなるようにqを配分することは図２の斜線部の面積の和（(QP) の目的関数）を最小化することに他ならない．



・ｑ：ｉからｊに移動する交通量
・ｑ１：ｑのうちリンク①への配分量
・ｑ２：ｑのうちリンク②への配分量
・ｑ＝ｑ１＋ｑ２

図１．ネットワークの例

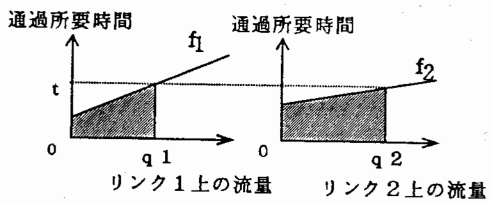


図２．等時間原則に基づく配分状態

また，この原則により利用者は交通量が少ないうちは最短時間路を選択するが，交通量の増加にともない所要時間が増加すると他に等時間で行ける経路が発生し，等時間で行ける限りその経路も利用し続けるため，等時間となる経路が多数発生することを示している．

問題(QP) は，非線形最適化問題であり，様々な解法が考えられるが，ネットワーク構造と等時間原則を利用した解法が有効である [4]．

実際の計算においてはp個のＯＤペアを１度に考えるのではなく，１つのＯＤペアに注目し，それ以外のＯＤペアの流れを固定して流れを求め，注目するＯＤペアを遷移させながら全リンク上の流量が収束するまで繰り返すことで実行可能な流れが得られる．

本研究では，解法の記述は１つのＯＤペアに着目して進める．

5. 等時間原則に基づく解法

ＩＡ法，ＳＩ法，ＮＨ法は全て等時間原則を条件として交通量配分を求める解法である．ＩＡ法は，各経路の配分量を全て一定の割合で減少させたときの最短時間路に，減少させた流量を流すことを繰り返しながら等時間原則を満たすような各経路の流量を求める近似解法である．また，ＳＩ法，ＮＨ法は等時間原則に基づく連立方程式を解くことにより各経路の流量を求める厳密解法である．各解法は使用する経路の集合を求めながらＯＤ量の割当をおこなっていく．

5.1. ＩＡ法

ＩＡ法は，初期配分において全流量QをN等分してネットワーク上の流量が存在しない状態から始め，その度毎の最短時間路にQ/Nずつ分割して配分する．このとき，影響を受けるリンクの費用を更新する．全ＯＤ量を配分し終えたところで１つの実行可能な流れを得る（phase1）．

(phase1) で得られた流れを初期解とし，εを予め与えられた“小さな正数”として，以下の (phase2) を行う．

step1: 各経路の流量を一斉に $(1-\varepsilon)$ 倍し，その状態での最短時間路を求める．

step2: **step1** で得られた最短時間路に削除した流量 εQ を流し，影響を受けるリンクの費用を更新する．

該当ＯＤペアについて得られている経路の所要時間が（一定許容範囲内で）等しくなるまで **step1,2** を繰り返す．

5.2. ＳＩ法

以下，ＯＤペアについて，考慮している経路の集合をW，Wのうち実際に使用している経路の集合をUとし，使用されていない経路の集合を$\bar{U}$とする．流量を表す変数をq（$0 \leq q \leq Q$）で表す．

ＳＩ法は，Wが与えられたとき，Wを全経路の集合とする等時間原則を満たす流れを次のように求める．

流量$q=0$，$U=\{$ 最短時間路 $\}$，$\bar{U}=W \setminus U$，から始める．

Uについて流量qで等時間原則が成立しているとき，Uに属する各経路の所要時間を互いに等しく保ったまま流量をqから増加させる．このとき，以下の３つの場合が考えられる．

case1: Uのある経路の流量が減少していき０に達する．

case2: $\bar{U}$に属する経路でUと等時間になるものが現れる．

case3: 流量qがQに達する．

case1,2,3 のいずれかが起こるまで流量を増加させ，**case1** が起これば該当経路をUから除き，**case2** が起これば$\bar{U}$からUへ移す．**case1,2,3** のいずれかが起こったときの増加させた流量をδqとすると，更新されたUは流量$q+\delta q$で所要時間が等しくなっている．更新されたUについてqを$q+\delta q$に更新して以上を繰り返し，**case3** に達したとき終了する．終了時の状態で最短時間路探索を行いWを更新する．Wが更新されなくなるまで上記の手順をさらに繰り返す．

5.3. ＮＨ法

ＮＨ法は使用する経路の集合Uのみを保持し，$U=\{$最短時間路$\}$から始め，以下の **step1,2,3** を繰り返す．

step1: Uに全ＯＤ量を流したときUにおいて全経路の所要時間が等しくなるよう流量を割り当てる．

step2: **step1** で求めた流れの中に，負の流量をもつ経路があれば，それを除いたものをUとして **step1** へ．

step3: 最短時間路探索を行い，得られた経路がUに含まれてなければUにいれ，**step1** へ．既に含まれていれば終了する．

6. 数値実験

以上の各解法について数値実験により比較を行う．この実験では，ノード間のリンクの費用の係数（a_j）と定数（b_j）をそれぞれ，0.01 ~ 1.0，30.0 ~ 100.0 の一様乱数によって決定し，

ノード数が４，９，１６，２５，４９である正方形の格子状のネットワークを作成し，使用した．それぞれのネットワークにおいて始点を１，終点を４，９，１６，２５，４９とする１つのＯＤペアにＯＤ量１００．０が存在する問題について実験をした．各解法の演算時間を表１に示す．表中の値はそれぞれ１０回実行したときの最大演算時間を表している．図３に厳密解法であるＳＩ法とＮＨ法の演算時間を示す．使用したプログラム言語はＣ言語，使用計算機はSPARC station 10 である．

表１．数値実験結果　（単位：秒）

ノード数	ＩＡ法	ＳＩ法	ＮＨ法
4	０．０	０．０	０．０
9	２．６	０．１	０．１
16	６．２	０．２	０．５
25	１２．２	１．０	０．６
49	３７．１	１．４	１．２

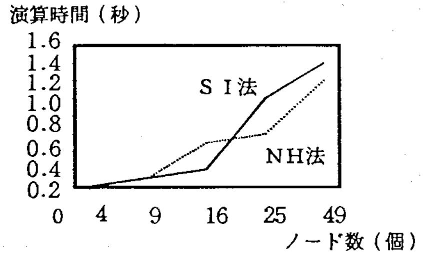


図３．ＳＩ法とＮＨ法の演算時間

7. 終わりに

本研究では，等時間原則に基づく交通量配分の３つの解法の比較を行った．実験の結果から，ＩＡ法では演算途中で得られた経路のうち演算終了時に使用しなくなる経路が１度でも選択されると演算が終了するまで経路の流量がゼロにはならないため，得られる解が他の２つの厳密解法による解と同じものは得られない．問題とするネットワークの規模が大きくなるに従い，考慮する経路の数が増加するため厳密解法の解との差が大きくなる．また，修正量（ε）の値が小さいと厳密解法の解との差は小さくなるが，収束が遅くなってしまうことがわかった．

ＳＩ法とＮＨ法は，ともにＩＡ法と比較すると解法からも明らかに演算時間は少なくてすむ．また，各ネットワーク上で演算中に得られる考慮する経路の集合（ＳＩ法ではW，ＮＨ法ではU）の数はほぼ等しい．ネットワークの規模が小さいうちは２つの解法とも演算の速さは同等であるが，ＳＩ法は各繰り返しでWを記憶するためネットワークの規模が大きくなるとWに含まれる経路の数が増加し初期配分時のW中の最短経路探索に時間がかかってしまう．そのためＮＨ法より演算時間を要することがわかった．

今後の課題としてさらに大きな規模のネットワークについての実験と連立方程式の計算部分の改良，さらにリンクの費用が非線形関数で与えられる場合の解法の開発が挙げられる．

参考文献

[1] 伊理正夫: “数理計画法の立場からみたＩＡ法”, オペレーションズ・リサーチ, vol.22, No.12, pp.695-701, 1977.
[2] Netter,M.: “Equilibrium and Marginal Cost Pricing on a Road Network with Several Traffic Flow Types”, *Traffic Flow and Transportation*, pp.155-163, 1971.
[3] 沼田一道，林康一郎: “道路網上の交通流の計算法について”, 研究メモ,1994.
[4] 佐々木綱，井上博司: “等時間原則による交通量配分の繰返し計算法”, 土木学会論文報告集第215号, pp.43-47, 1973.