道路網上の交通量配分算法の研究 －ＮＨ法の拡張－

中西政人（沼田一道助教授，桧垣正浩助手）

１．はじめに

交通量によって所要時間の変化する道路網で，複数の始終点の組（ＯＤペア）とその間の移動要求量（ＯＤ量）が与えられたとき，どのような交通の流れが実現するかという問題は，交通・道路計画において重要な課題であり，交通量配分問題と呼ばれる．交通量配分問題を解く場合には、“道路の利用者の走行所要時間（費用）の総和が最小になるように交通量を配分する（全体最適化）”と“道路の利用者が道路の混雑状況を知った上で個人の所要時間を最小にするように交通量を配分する（利用者最適化）”の２つが考えられる．全体最適化は，道路に交通を制御する管理者がいて，利用者が管理者の指示どうりの道路を使用する場合と考えられる．利用者最適化は，道路の利用者が各自の所要時間が最小になるように経路を選択する場合と考えられるので現実の道路網の交通の流れを表しているといえる．

２．研究目的

利用者最適化のもとで道路網の交通量を求める既存の解法としてＮＨ法[2][4]，ＩＡ法[1]がある．ＮＨ法は１次の単調増加な費用関数を前提とした厳密解法であり，ＩＡ法は一般の費用関数について適用可能な近似解法である．現実の道路では費用関数は非線形となることが予想される．本研究では現在，線形の費用関数についてのみ適用可能なＮＨ法を非線形の費用関数についても適用できるように拡張した解法を提案し，提案した解法とＩＡ法の実行結果と実行時間を比較・検討する．

３．問題の定式化

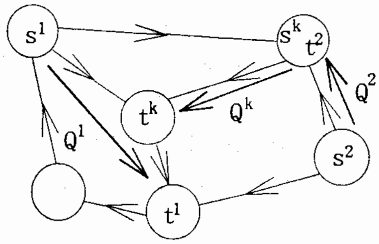

図１ ネットワーク

道路網の交差点をノード，その交差点間の道路をリンクとし，ノードの集合をN，リンクの集合をLとする．道路網のネットワークを有向グラフ$G=(N,L)$で表す．移動の要求はＯＤペアとＯＤ量で与えられる．第k番目のＯＤペアの始終点をs^k，t^k（$\in N$），ＯＤ量をQ^kとする（$k\in\{1,2,\cdots,p\}=P$）．ノード$i(\in N)$に接続するリンクの集合をΓ^{+i}，Γ^{-i}とする．Γ^{+i}はノード$i(\in N)$からでるリンクの集合，Γ^{-i}はノード$i(\in N)$に入るリンクの集合である．ノードi $(\neq s^k,t^k)$における流量は各ＯＤペア毎に保存される（流量保存）．第k番目のＯＤ量によるリンクj上の流れをx_j^kとする．またリンクjの費用関数を$f_j(x_j)$で表す．以上を用いると利用者最適化の交通量配分問題は（NLP）のよ

$$
(\mathrm{NLP})\begin{cases}
\text{min.} & \displaystyle\sum_{\ell\in L}\int_0^{x_\ell} f_j(\xi)\,d\xi \\
\text{sub.to} & \displaystyle\sum_{\ell\in\Gamma^{+i}} x_\ell^k-\sum_{\ell\in\Gamma^{-i}} x_\ell^k = Q^k \quad (i=s^k,k\in P) \\
& \displaystyle\sum_{\ell\in\Gamma^{+i}} x_\ell^k-\sum_{\ell\in\Gamma^{-i}} x_\ell^k = -Q^k \quad (i=t^k,k\in P) \\
& \displaystyle\sum_{\ell\in\Gamma^{+i}} x_\ell^k-\sum_{\ell\in\Gamma^{-i}} x_\ell^k = 0 \quad (i\neq s^k,t^k,k\in P) \\
& \displaystyle x_\ell^k\geq 0\ ,\ x_\ell=\sum_{k=1}^{p} x_\ell^k \quad (\ell\in L,k\in P)
\end{cases}
$$

うに定式化される[3]．問題（NLP）の最適解は次のような等時間原則を満たす．

４．等時間原則

等時間原則とは，各ＯＤペアについて利用されている（流量が存在する）経路の所要時間は互いに等しく，利用されていない経路の所要時間より大きくないとうことである．

利用者は交通量が少ないうちは最短時間経路を選択する．しかし交通量の増加によって所要時間が増加すると，他に等時間で行ける経路が発生する．等時間で行ける限りその経路も利用し続けるので，等時間で行ける経路が多数発生することになる．よって利用者最適化の交通量配分は，等時間原則を満たす流れを求める問題といえる．（拡張）ＮＨ法，ＩＡ法ともに等時間原則に基づく解法である．

実際の計算においてはp個のＯＤペアを１度に考えるのではなく，１つのＯＤペアに着目しそれ以外のＯＤペアの流れを固定して流れを求める．着目するＯＤペアを遷移させながら，全リンク上の流量が収束するまで繰り返すことで，実行可能な流れを求める．以下本研究では解法の記述は，１つのＯＤペアに着目して進める．

５．ＩＡ法

ＩＡ法は大きく分けてｐｈａｓｅ１，ｐｈａｓｅ２の２つの部分から成る．

ｐｈａｓｅ１：ネットワーク上に流量が存在しない状態から始め，その時点の最短時間経路にＯＤ量／N（Nは適当な正整数）ずつ割り当てる．そして影響を受けるリンクの費用を更新する．全ＯＤ量を流したら終了．

ｐｈａｓｅ２：ｐｈａｓｅ１で得られた流量を初期解とし，εをあらかじめ与えられた小さな正数とする．

ｓｔｅｐ１：各経路の流量を一斉に（$1-\varepsilon$）倍し，その状態で最短時間経路を求める．

ｓｔｅｐ２：ｓｔｅｐ１で得られた最短時間路に削除したε×ＯＤ量を流し，影響を受けるリンクの費用を更新する．

該当ＯＤペアについて利用されている経路の所要時間が一定許容範囲で等しくなるまでｓｔｅｐ１，２を繰り返す．

６．ＮＨ法

はじめに，ネットワーク上に流量が存在しないものとし，使用経路集合U＝｛最短時間経路｝とする．

ｓｔｅｐ１：Uに含まれるすべての経路の所要時間が等しくなるように与えられたＯＤ量を割り当てる．

ｓｔｅｐ２：ｓｔｅｐ１で得た流れの中に負の流量を持つ経路があれば，それをUから除きｓｔｅｐ１へ戻る．

ｓｔｅｐ３：最短時間経路探索をして得られた経路がUに含まれていなければUにその経路を入れｓｔｅｐ１に戻る．Uに含まれていればそこで終了．

ＮＨ法においては線形の費用関数を仮定しているので，使用経路集合Uについて等時間原則を成立させる流量配分は連立一次方程式（EQ）を１回解くだけで得られる．利用されている経路の数をw，ネットワーク上のリンクを$j(j=1,2,\cdots,n)$，利用されている経路を$U=\{p_1,p_2,\cdots,p_w\}$，Uに含まれる経路$p_1,p_2,\cdots,p_w$の各流量を$x_1,x_2,\cdots,x_w$，互いに等しい所要時間をT，経路－リンクの接続行列を$R=(r_{ij})$（$r_{ij}=0$：経路iがリンクjを経由しない時，$r_{ij}=1$：経路iがリンクjを経由する時），費用関数を$f_j(x_j)=a_jx_j+b_j$とする時，（ＥＱ）は右で与えられる．

$$
\text{(EQ)}\quad
\begin{bmatrix}
\sum_{j=1}^{n} r_{1j}r_{1j}a_j & \sum_{j=1}^{n} r_{1j}r_{2j}a_j & \cdots & \sum_{j=1}^{n} r_{1j}r_{wj}a_j & -1 \\
\sum_{j=1}^{n} r_{2j}r_{1j}a_j & \sum_{j=1}^{n} r_{2j}r_{2j}a_j & \cdots & \sum_{j=1}^{n} r_{2j}r_{wj}a_j & -1 \\
 & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
\sum_{j=1}^{n} r_{wj}r_{1j}a_j & \sum_{j=1}^{n} r_{wj}r_{2j}a_j & \cdots & \sum_{j=1}^{n} r_{wj}r_{wj} & -1 \\
1 & 1 & \cdots & 1 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_w \\ \mathrm{T} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
-\sum_{j=1}^{n} r_{1j}b_j \\
-\sum_{j=1}^{n} r_{2j}b_j \\
\vdots \\
-\sum_{j=1}^{n} r_{wj}b_j \\
\mathrm{Q}
\end{bmatrix}
$$

７．拡張ＮＨ法

ＮＨ法を各リンクの費用関数が非線形の増加関数の時に適用できるように拡張する．この解法は非線形の費用関数を１次の費用関数で近似して計算する．

ｓｔｅｐ１：与えられたＯＤ量をあらかじめネットワーク上に初期配分する．その時の各リンクjの流量をx_j^{old}とする．

ｓｔｅｐ２：各リンクjに与えられた非線形の費用関数$f_j(x_j)$上の点$(x_j^{old},f_j(x_j^{old}))$での接線を求める．その接線を新しい費用関数$g_j(x_j)$とする．

ｓｔｅｐ３：$g_j(x_j)$を用いて，使用経路集合Uに含まれるすべての経路の所要時間が等しくなるように与えられたＯＤ量を割り当てる．

ｓｔｅｐ４：ｓｔｅｐ３で得られた各リンクjの値をx_j^{new}としてx_j^{old}との差が一定許容範囲内であればｓｔｅｐ５へ．そうでなければ$x_j^{new}\rightarrow x_j^{old}$としてｓｔｅｐ２へ．

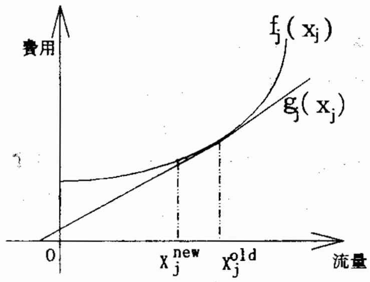

図２　費用関数の近似

ｓｔｅｐ５：現在負の流量を持つ経路があれば，それをUから除きｓｔｅｐ２へ戻る．

ｓｔｅｐ６：最短時間経路探索をして得られた経路がUに含まれていればUにその経路を入れ，ＯＤ量を再配分しｓｔｅｐ２へ行く．Uに含まれていれば終了．

非線形の費用関数の近似はその時のリンクの流量をもとにして行うので，連立方程式（EQ）を繰り返し解く必要がある．連立方程式（EQ）を繰り返し解くことによって，各経路の流量は等時間原則を満たす流量に近づいていく．これは一種のニュートン法とみなすことができる．

８．数値実験

ネットワーク上の各リンクjの費用関数が２次式$f_j(x_j)=a_jx^2+b_jx+c_j$で与えられるとし，ＩＡ法と拡張ＮＨ法について数値実験を行った．図３のネットワークを用い，各リン

ク j の費用係数は表１で与える．ＯＤ量はノード１からノード５間に 1000.0（台）流す．使用言語はＣ言語，使用計算機は IBM PS/V Vision である．ＩＡ法，拡張ＮＨ法による結果を表２，３に示す．この実験結果では，６つの等時間経路が発生している．拡張ＮＨ法では等時間経路の所要時間は方程式の１つの解として求めるので，どの経路でも所要時間は等しくなる．一方ＩＡ法では，等時間経路の所要時間はどれも等しくなっていないことが分かる．また解が収束するまでに要した実行時間は，拡張ＮＨ法では１秒以下，ＩＡ法では３６秒かかった．

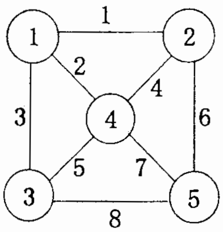

図３　例題ネットワーク

表１　費用係数

リンク	a_j	b_j	c_j
1	0.01	0.2	30.0
2	0.02	0.1	10.0
3	0.03	0.2	10.0
4	0.01	0.1	20.0
5	0.03	0.3	20.0
6	0.01	0.2	10.0
7	0.02	0.1	20.0
8	0.01	0.2	0.0

表２　実行結果

	ＩＡ法		拡張ＮＨ法	
リンク	流量（台）	費用（秒）	流量（台）	費用（秒）
1	424.00	1912.57	424.17	1913.99
2	309.51	1956.91	309.38	1955.31
3	266.49	2193.74	266.45	2193.17
4	42.04	41.87	41.44	41.32
5	81.00	241.12	80.36	237.86
6	382.00	1545.36	382.73	1551.34
7	270.55	1511.02	270.46	1510.02
8	347.48	1276.95	346.81	1272.16

９．おわりに

表３　等時間経路の所要時間（単位：秒）

等時間経路	ＩＡ法	拡張ＮＨ法
リンク 1↔リンク 6	3457.93	3465.33
リンク 2↔リンク 7	3467.94	3465.33
リンク 3↔リンク 8	3470.69	3465.33
リンク 1↔リンク 4↔リンク 7	3465.47	3465.33
リンク 1↔リンク 4↔リンク 5↔リンク 8	3472.51	3465.33
リンク 2↔リンク 5↔リンク 8	3474.98	3465.33

本研究では等時間原則に基づく厳密解法であるＮＨ法を，リンクの費用関数が非線形の時にも適用できるよう改良した拡張ＮＨ法を提案した．またリンクの費用関数が２次式で与えられた場合について，同じく等時間原則に基づく近似解法であるＩＡ法と計算結果および実行時間を比較した．その結果ＩＡ法は（１）変数 N，ε の値によって実行結果が変わってしまう．（２）解の精度が高くない．（３）実行時間が長い．これに対し拡張ＮＨ法は（１）解の精度が高い．（２）実行時間が短い．　ということが分かった．

今後の課題はより高次の費用関数に対して，より大きなネットワーク上での拡張ＮＨ法の性能（計算速度，精度）の評価を行うことである．

参考文献

［１］伊理正夫："数理計画の立場からみたＩＡ法"，オペレーションズリサーチ，ｖｏｌ．22，Ｎｏ 12（1977），ｐｐ 695－701.

［２］林康一郎："ＩＡ法による交通流計算"，電気通信大学卒業研究論文，1993.

［３］野々峠裕文："道路網における交通流配分算法の比較"，東京理科大学卒業研究論文，1994.

［４］沼田一道，林康一郎："道路網上の交通流の計算法について"，日本オペレーションズリサーチ学会 1994 年度春期研究発表会アブストラクト集，ｐｐ 65－66（1994）．