確率的配送拠点配置問題に対する一解法

練木康生（沼田一道助教授，桧垣正浩助手）

1．はじめに

近年，高度化する物流システムにおいて，費用の削減，サービスの向上などをねらいとした効率の良い配送路の決定，また配送拠点の配置決定といった配送計画問題が重要である．現実問題には，宅配便のように配送先が日々異なるという状況が多く見られるが，このように需要が確率的に発生する配送拠点配置問題に対する研究は少なく，研究が望まれている．

配送拠点配置問題は大規模な組合せ最適化問題であり，その最適解を求めるには多大な計算時間を必要とする．そこで，厳密な最適解は得られないが現実的な処理時間で充分満足できる準最適解を求めるヒューリスティック解法を本研究では用いる．

2．研究目的

本研究では各需要地の不確定な需要に対して，いくつかの配送拠点の候補の中から期待総費用が最小となる配送拠点を決定する確率的配送拠点配置問題を取り上げる．その問題に対して，発見的解法とシミュレーションに基づく近似解法を提案し，数値実験によりその有効性を示す．

配送拠点配置問題とは，配送先のすべての需要を満たし，単位期間あたりの総費用（配送拠点の建設費用，配送費用）を最小とするような配送拠点と配送路を求める問題である．

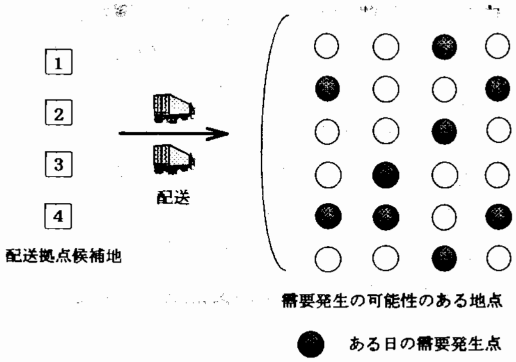

図1 配送拠点配置問題のモデル

しかし本研究で対象としているのは需要地が確定していない状況であり，日々の配送ルートが異なり，また日々の配送費用も異なる．それに対する自明な解法として，すべての需要発生パターンに対して配送路決定問題の最適値を求め，配送費用の期待値を計算するといった方法が考えられるが，この方法は計算量の点で実現不可能である．そこで，乱数により需要を発生させ，それぞれに対する配送路決定問題をヒューリスティック解法で解き，その期待値を求めるという方法を提案し，その有効性を検討する．

3．問題と定式化

確率的な配送拠点配置問題は以下のように定義される．

有向グラフG＝（V，E），距離関数d：E→R および確率関数p：2^V→（0，1］を与えたとき，以下の期待値を最小にするような配送施設の配置場所iを求める問題である．

$$\min_{i\in V}\left\{\sum_{S\subseteq V} p(S)\,L_{VRP}\left(S\cup\{i\}\right)+W_i\right\} \qquad (3.\ 1)$$

$$p(S)=\prod_{r\in S} p_r \prod_{r\in V-S}(1-p_r) \qquad (3.\ 2)$$

ここで，（3．1）式における合計は，Vのすべての部分集合Sに対して行われるものとし，

p（S）はインスタンスSが発生する確率であり，$L^{*}_{VRP}(S\cup\{i\})$はノード集合$S\cup\{i\}$上で定義された配送路決定問題の最適目的関数値，W_iは配送施設を配置場所ｉに建設したときにかかる建設費用である．本研究の対象とする問題における需要の発生は各点において独立であると仮定し，ノードｒが確率p_rで独立に発生する場合に限定して考える．インスタンスSが発生する確率は（3．2）式のように計算される．

この問題の解を求めるためには，$2^{|V|}$個のインスタンスにおける配送路決定問題の最適値を求め，その期待値を計算する必要があるが，このアプローチは配送路決定問題がＮＰ困難であることや，解くべきインスタンスの数が指数オーダーであることから，現実的ではない．そこで乱数により需要を発生させ，それぞれの場合に対する配送路決定問題を近似解法で解き，それぞれの配送拠点の候補地にかかるだろう配送費用の期待値を見積もる．また，この需要の発生パターンの数を，何回にすれば良いのかをシミュレーションにより考える．

4．シミュレーションの概要

潜在需要，配送拠点候補地の数，その地図上の座標を設定し，それぞれを結ぶ道路には距離に応じた輸送費がかかると仮定し，運行費用と配送拠点建設費用の和の最小化を目的とする．なお，各地点間の距離は対称であり，配送は１日に一度行われるとし，次のような仮定を設定する．

配送車：配送車の台数は複数であり，配送車には容量制限がある．また，ひとつの需要発生地点は，一度の配送で需要を満たすとする．

需要：各需要候補点には需要の発生確率が与えられており，ランダムに発生する．発生する需要量には最大量と最小量が与えられており，最大量は配送車の容量を超えない．

配送拠点候補地：配送拠点候補地は複数あり，規模は全て等しいとする．その候補地の中から，最も費用の期待値が安い拠点を一つ建設し，そこから配送を行う．

5．問題の解法

本研究では，配送路決定問題をヒューリスティック解法で解く．ここで行うヒューリスティック解法は，適当な近似解を可能な限り逐次改善していく反復改善法である．

5．1　初期解の生成

最初に配送路の初期解を生成する．まず，全発生需要点に配送拠点候補地を加えた頂点集合をＴＳＰ（Traveling Salesman Problem）とみなして，その解（図２）を得る．ＴＳＰとは，『ある頂点を出発して，すべての頂点を巡回して，再び出発した都市に戻ってくるとしたとき，移動距離を最小にするような巡回順番を決定する問題』である．このＴＳＰを枝交換法［２］により解く．得られたＴＳＰの解を，発生した需要量の和が配送車の容量制約を超えない複数の部分に（図３）分割する．そのそれぞれの部分に配送拠点候補地を訪れる経路を加える事で初期解（図４）を得る．

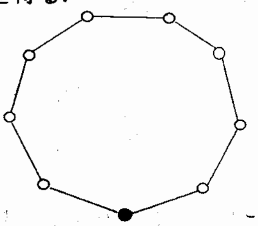

図２　ＴＳＰの解

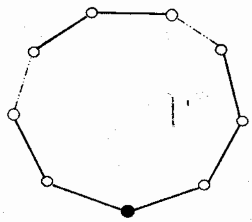

図３　ＴＳＰの解を分割

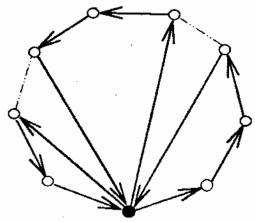

図４　初期解

5．2　点交換法

図5，6のように，各ルート間で訪れる需要点ｉ，ｊを交換することを考える．この時，走行距離の和が減少していたらこの交換を採用する．この交換を走行距離が減少する組み合わせが見つからなくなるまで繰り返す．もちろん配送車の容量制約を満たす交換でなければならない．

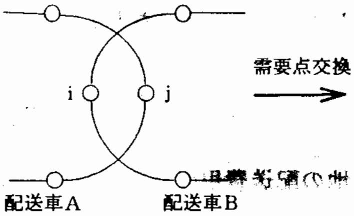

図５　点交換前

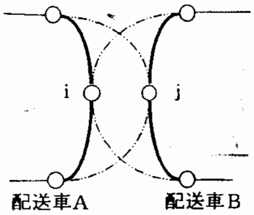

図６　点挿入後

5．3　点挿入法

図7，8のように，ある配送経路上にある需要点ｉを他のルートにまわすことを考える．この時，走行距離の和が減少していたら，この挿入を採用する．この手順を走行距離を減少させる挿入が見つからなくなるまで続ける．もちろん容量制約を満たす挿入でなければならない．

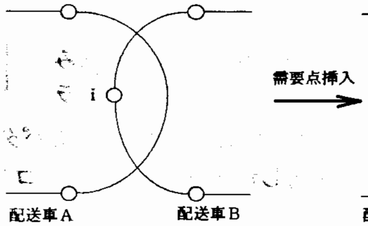

図７　点挿入前

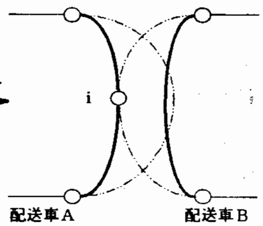

図８　点挿入後

5．4　枝交換法

図9のような配送路において，枝ａｄおよびｃｂを除き，かわりにａｃとｂｄを加える事を考える．このとき，両ルートの走行距離の和が減少していればこの交換を採用する．この手順を，走行距離が減少する組み合わせが見つからなくなるまで行う．もちろん容量制約を満たす交換でなければならない．

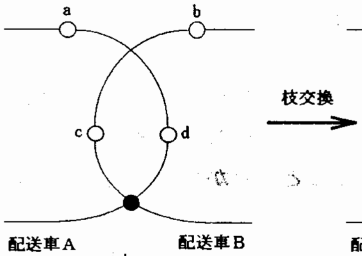

図９　枝交換前

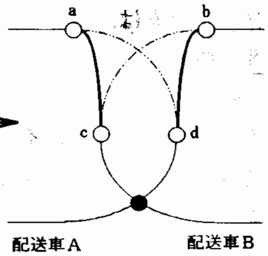

図１０　枝交換後

以上で述べたように，設定した初期解に対して，点交換法，点挿入法，枝交換法を解が改善されなくなるまで繰り返す．これにより得られる解を配送路決定問題のヒューリスティック解とする．何通りかの需要パターンに対して，以上の方法を用いて配送費用を求め，各候補地にかかるだろう費用の期待値を見積もることとする．

6．予備実験

一つの配送拠点候補地に対していくつの需要パターンを考えれば，安定した期待値が求めるのかを確かめるために次の実験を行った．

１００の潜在需要に，発生確率 $\frac{1}{1}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$ と座標（Ｘ座標，Ｙ座標は０～８００）をランダムに与え，座標（６７，２１）の配送拠点候補地から２０００回のシミュレーションを行った．そこから

表１　区間ごとの期待値，標準偏差

区間	期待値	99%信頼区間
20	13260	281 (4.3%)
40	13306	186 (2.8%)
60	13324	151 (2.3%)
80	13312	108 (1.6%)
100	13373	120 (1.8%)

得られた値を２０回，４０回，６０回，８０回，１００回の区間に区切り，その区間ごとの平均値を求め，その期待値と９９％信頼区間を表１にまとめた．この実験結果から，一つの配送拠点候補地の配送費用の期待値を求める際に８０の需要パターンを考えれば，９９％信頼区間の幅を期待値の1．６％におさえる事ができることがわかった．

７．数値実験

一つの配送拠点候補地の配送費用の期待値を求めるのに，どの程度の時間がかかるかを確かめるために次の実験を行った．

座標（４００，４００）の配送拠点候補地に対して，配送費用の期待値を求めるプログラムを作成した．１００個から１０００個まで１００刻みに潜在需要を発生させ，$\frac{1}{1}$の発生確率と座標をランダムに与え，それぞれの場合に対して８０の需要パターンを考え，配送費用の期待値を求めた．実験結果を表２に示す．使用した言語はｃ言語で，コンピューターは東芝社製のＡＳ４０１５である．

表２　発生需要数と実行時間（分）

発生需要数	処理時間	発生需要数	処理時間
100	4.4	600	247.5
200	17.2	700	245.4
300	42.7	800	422.3
400	56.9	900	659.2
500	121.3	1000	771.2

発生需要数をｘ，処理時間をｙとおくと，$y = 0.0012x^2 - 0.4688x + 55.932$ と，処理時間は多項式で近似することができ，相関係数は０．９８が得られた．よって，配送費用の期待値を求めるプログラムは，十分に実用的な範囲の時間で解を求める事ができているということが分かる．

８．終わりに

一つの配送拠点の配送費用の期待値を求めるために，全ての需要パターンに対して配送費用を求める必要はなく，そう多くない数のパターンの配送費用を求めるだけで，少ない誤差範囲で配送費用の期待値が求まることがわかり，作成したシミュレータは配送拠点候補地の評価を十分に実用的な時間で求める性能を持つ事が確認できた．

また，本研究で試作したシステムでは，点交換，点挿入，枝交換はそれほど広い範囲内では行われないだろうという考えから，近い範囲内に限定して交換，挿入を行っている．これはアルゴリズムの効率を上げるためであるが，演算時間を短くするために範囲を小さくしすぎると問題によっては求まる配送費用の精度が極端に落ちてしまうことがわかった．

今後の課題としては，複数の拠点から配送を行う問題への拡張，ヒューリスティック解の向上と演算時間の短縮があげられる．

【参考文献】

１．今野　浩　　鈴木　久敏，『整数計画法と組合わせ最適化』，日科技連出版社，pp.236-242 (1993).

２．久保　幹雄，“巡回セールスマン問題への招待Ⅱ”，オペレーションズリサーチ Vol.39 No.2 pp.91-96 (1994).

３．久保　幹雄　　春日井　博，“確率的巡回セールスマン問題と施設配置問題”，日本経営工学会誌 Vol.45 No.4 pp.299-307 (1994).