輸送制約付き施設配置問題に対する焼きなまし法の適用

横川 宜弘　（沼田一道助教授，桧垣正浩助手）

1．はじめに

組合せ最適化問題の一つである，施設配置問題(Facility Location Problem;FLP)は，物資，資源などの供給施設の建設候補地と需要地が複数存在し，全ての需要地の需要量を満たすように製品を輸送する際，建設費，輸送費，操業費の和からなる総費用を最小にするような供給施設の建設計画，並びに製品の輸送計画とを求める問題である[2]．現実的な規模のFLPでは探索すべき解候補の数が爆発的に増加するため，厳密アルゴリズムを用いて最適解を現実的な計算時間内に求めることは事実上困難とされる．しかし，実務的には必ずしも厳密な意味での最適解でなくとも，意思決定者が満足できる準最適解を実用的な計算時間内で求めることで充分とされることが多い．このような近似解法の一つとして焼きなまし法(Simulated Annealing;SA)が知られている．

本研究では，SAをFLPに様々な制約を付加した輸送制約付き施設配置問題(Facility Location Problem with Transportation Constraints;FLPTC)に適用し，より最適解に近い準最適解を実用的な計算時間内で得ることを目的とする．さらに，SAと同様に近似解法として知られる遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm;GA)を用いて解いた場合と，解の精度，ならびに探索に要した計算時間に関する比較，検討を行う．

2．輸送制約付き施設配置問題（FLPTC）

2．1問題の概略

工場などの需要地，並びにこれらの需要地へ製品，部品等を供給する供給施設の建設候補地が複数存在する状況を想定する．いま，各需要地の需要量，各建設候補地の建設規模に応じた供給可能量，及び建設費，操業費が与えられたとする．さらに，各建設候補地から需要地への製品一単位当たりの輸送費もまた与えられたとする．そして各供給施設の供給可能量を越えない範囲で全ての需要地の需要量を満足するように製品や部品を輸送することを考える．このとき，FLPTCは供給施設の建設費，操業費，製品の輸送費の総和を最小にするような建設計画と輸送計画とを求める問題である．

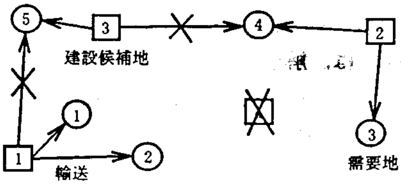

図１　建設候補地＝４，需要地＝５のＦＬＰＴＣの例

ここでは，流通管理上の簡便性を考慮し，各需要地の需要量は一カ所の供給施設による供給で満たされなければならないという輸送制約(製品輸送の簡便化によるコスト低減のための制約)と，実際に供給施設を建設する際には施設の規模を複数の規模の中から選択するという多重選択制約とを考慮した輸送制約付き施設配置問題を本研究では扱う．

2．2定式化

物資の供給施設としてmカ所の建設候補地が存在し，建設候補地i $(i=1,2,\cdots,m)$ではm_i種類の規模の中から建設規模を選択し，規模s_i $(s_i=1,2,\cdots,m_i)$の施設を建設する際の供給可能量を$a_i^{s_i}$とする．同様に，建設規模に対応した供給施設の建設費を$f_i^{s_i}$，製品一単位当たりの操業費を$g_i^{s_i}$とする．また，nカ所の需要地が存在し，各需要地の需要量をb_j $(j=1,2,\cdots n)$とする．さらに，建設候補地iから需要地jへの製品一単位当たりの輸送費をc_{ij}とする．供給施設iから需要地jへの輸送を行うか否かの決定変数をx_{ij}，建設候補地iにおいて規模s_iの施設を建設する否かの決定変数を$y_i^{s_i}$とする．

以上より，輸送制約付き施設配置問題（FLPTC）は次のように定式化される．

FLPTC:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} b_j x_{ij} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{s_i=1}^{m_i}\left(f_i^{s_i} + g_i^{s_i}\sum_{j=1}^{n} b_j x_{ij}\right) y_i^{s_i} \qquad (1)$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} b_j x_{ij} \le \sum_{s_i=1}^{m_i} a_i^{s_i} y_i^{s_i} \qquad i=1,\cdots,m \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad j=1,\cdots,n \qquad (3)$$

$$\sum_{s_i=1}^{m_i} y_i^{s_i} \le 1 \qquad i=1,\cdots m \qquad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad i=1,\cdots m \;;\; j=1,\cdots n \qquad (5)$$

$$y_i^{s_i} \in \{0,1\} \qquad s_i=1,\cdots m_i \;;\; i=1,\cdots m \qquad (6)$$

（１）式は最小化すべき総費用(建設費，操業費，輸送費の総和)を表す目的関数．（２）式は各建設候補地の供給能力に関する制約．（３）式は需要制約．（４）式は各建設候補地の建設規模に対する多重選択制約．（５），（６）式は決定変数を０または１に限る制約である．

３．焼きなまし法の輸送制約付き施設配置問題への適用

３．１焼きなまし法の概要

焼きなまし法(Simulated Annealing;SA)は，大規模な最適化(最小化)問題，特に真の最小点がたくさんの極小点に囲まれているような問題に対して有用な近似解法とされている[1].

SAは，熱力学，特に液体を凍らせ，不純物の少ない，すなわち低エネルギー状態による結晶を生成する際の焼きなましとの類比で説明される．その特徴は，充分時間をかけて冷却することにより，低エネルギー状態を達成しようとする点にある．この低エネルギー状態が最小化問題における真の最小点になぞらえられる．

SAでは，解候補の目的関数値を熱力学を模した系のエネルギーとして捉える．暫定解X_1に対応するエネルギーをE_1，新たに探索された更新解候補X_2に対応するエネルギーをE_2としたとき，暫定解の更新確率$p(\Delta E)$（暫定解をX_1からX_2へ変更する確率）を次式で与える．（$\Delta E = E_2 - E_1$）

$$p(\Delta E) = \begin{cases} 1 & (\Delta E \le 0)\ \text{改善} \\ \exp(-\Delta E / kT) & (\Delta E > 0)\ \text{改悪} \end{cases} \qquad (7)$$

T：温度パラメータ

k：擬似ボルツマン定数

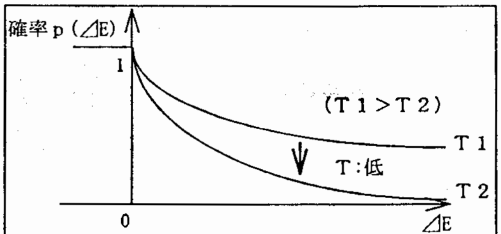

図２　温度Ｔによる解候補の更新確率の変化

多くの最適化手法に基づく発見的探索法(heuristic search)は，目的関数値の減少方向だけの探索を行う．このため十分な探索がなされないまま真なる最小点(大域解)ではない極小点(局所解)に陥ってしまうことがある．しかしSAでは，暫定解に対し目的関数値の増加を引き起こすような解候補であっても，Tに依存する確率で新たな暫定解として受け入れることをあえて許している．このように，SAでは時として目的関数値の増加をもたらすような暫定解の更新(改悪)を許すことによって局所解への収束を防ぐとともに，大域解の探索を指向している．

３．２焼きなまし法のアルゴリズム

SAをFLPTCに適用した場合のアルゴリズムを以下に示す．

step0: 温度パラメータTの初期設定（$T=T_0$）

step1: 初期解候補x^*の生成

需要地毎に最も近い建設候補地から供給を受けるように解候補を生成する．

$$x^*=\left(A_1^*,\cdots,A_n^*\right)$$

step2: 初期解候補の目的関数値$f\left(x^*\right)$を算出する

本研究では，目的関数を

f＝総費用＝（建設費＋操業費＋輸送費）＋ペナルティー値

として，最小化問題を考える．ペナルティー値を次のように与えた．

ペナルティー値＝$\alpha+\beta$＊(各供給地の最大供給可能量の超過分の総和)

step3: 解候補の更新回数：＃*change*←０，探索回数：＃*search*←０

step4: 更新解候補x^{next}を近傍$U\left(x^*\right)$よりランダムに一つ選択し＃*search*←＃*search*＋１とする．$U\left(x^*\right)$は解x^*と比較して，二カ所だけ異なる候補の集合であり，x^*の近傍と呼ぶ．

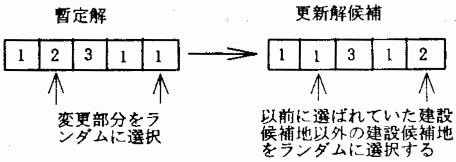

図３　解候補の組み替え

step5: 更新解候補の目的関数値$f\left(x^{next}\right)$を算出する

step6: 解候補の更新の是非を判定（(７)式を用いて確率的に解候補の更新を行う）

$f\left(x^{next}\right)<f\left(x^*\right)$　のとき　$x^*\leftarrow x^{next}$，＃*change*←＃*change*＋１（改善）

$f\left(x^{next}\right)\geq f\left(x^*\right)$　のとき　確率$p\left(f\left(x^{next}\right)-f\left(x^*\right)\right)$で

$x^*\leftarrow x^{next}$，＃*change*←＃*change*＋１（改悪）

step7: 冷却判定

＃*change*＝需要地数＊６　もしくは　＃*search*＝需要地数＊３０ならば，$T=T-1$．

否ならば *step4*へ．

step8: 終了判定

$T=0$のとき，これまでに得られている解候補の中で最良なものを準最適解として終了．

否ならば *step3*へ．

ここでは，$T_0=100$とする．Tの値は次の条件のいずれか一方を満たしたときに更新される．

①更新解候補の探索を（需要地数＊３０）回行う．

②解の更新を（需要地数＊６）回行う．

４．数値実験

４．１実験方法

各建設候補地の選択可能な規模数3に対し，建設候補地数5，需要地数が20(最適解:既知)である問題(実験１)と建設候補値数10，需要地数25(最適解:未知)である問題(実験２)を，一様乱数の乱数種を変更してそれぞれ10問生成した．そして，各問題に対してSAのパラメータであるkとペナルティー値を変化させてSA探索を行った．ここでは，$k=0.1$，$\alpha=500$，$\beta=5$とした実験結果を示す．

さらに，同様の費用データを用いて作成した問題に[3,4]のGAを適用して，その精度，所要時間をSAと比較した．このときGAにおける探索世代数を2000世代までとした．なお，使用したプログラム言語はＣ言語，使用計算機はOMRON社のLUNA88kである．

４．２実験結果

実験１，実験２に対する数値実験の結果を以下に示す．

表１．準最適解の精度(実験1)（単位:%）

問題番号	ＧＡ	ＳＡ
1	2.6	1.1
2	3.1	0.03
3	4.6	2.3
4	1.6	1.5
5	3.1	0.03
6	1.8	0.04
7	2.7	0.9
8	3.5	0.09
9	0.0	0.0
10	0.0	0.0

表２．準最小総費用(実験２)

問題番号	ＧＡ	ＳＡ
1	3296.13	3358.82
2	4006.74	3777.71
3	2902.35	2677.28
4	3861.47	3784.38
5	3836.98	3791.19
6	3261.11	3332.68
7	3130.82	3082.52
8	3611.84	3654.01
9	3450.32	3296.79
10	3238.94	3134.20

表３．GA,SAの探索時間　（単位:秒）

実験番号	ＧＡ	ＳＡ
1	140.1	54.0
2	170.7	79.5

実験1,2ともSA探索によってGAより短い探索時間で，より最適解に近い値を得ることができた．実験1では全問(うち2問は最適解に到達)，実験2では10問中7問GAより最適解に近い値となった．

５．終わりに

本研究では，FLPTCに対してSAを適用することを提案した．SAの制御パラメータは，各問題に即した値を設定しなければ良い解を得ることはできない．解の更新確率$p(\Delta E)$は，擬似ボルツマン定数kに依存しているので，kを適切な値に設定しなければ新しい解候補への遷移が，正しく行われず局所解に陥ってしまうことが多くなると考えられる．また，ペナルティー値を微小とした場合，探索領域が広くなりすぎ良い解は得られない．その逆もまた，探索領域が狭くなり，局所解に陥ってしまう．パラメータ値の設定には試行錯誤実験を必要とした．

SAによる準最適解はGAによる準最適解よりも，比較的良い解が得られた．実験を通して頑健な発見的解法とされるGAと比べて遜色ない準最適解が得られたことから，SAもまたFLPTCに対して有用であると認められた．

《参考文献》

［１］Colin.R.Reeves(Ed.)：Moderan heuristic Techniques for Combinational Problems. Blackwell Scientific Publications.，20-69,1993.

［２］桧垣正浩，西田直矩：「輸送制約が付加された施設配置問題」，システム制御情報学会論文誌 Vol.4,No.4,155-162,1991.

［３］三浦智彦：「輸送制約付き施設配置問題に対する遺伝的アルゴリズムの適用」，東京理科大学工学部第一部経営工学科平成５年度卒業論文，1994.

［４］塚崎勇人：「輸送制約付き施設配置問題に対する遺伝的アルゴリズムの挙動に関する一考察」工学部第一部経営工学科平成６年度第１９回経営工学輪講資料，1994.