

巡回セールスマン問題に対する遺伝的アルゴリズムの適用 —— コード化・交叉法の比較 ——

吉田学 (沼田一道助教授, 桧垣正浩助手)

1. はじめに

物資、資源などの輸送に携わる物流業界において、効率的な配送経路を求めることは、企業経営における重要な意思決定問題のうちの一つである。例えば、輸送の対象とされる地域に n 個の都市が存在し、任意の都市間の移動費用が都市間の距離、移動時間などに基づいて与えられたとする。このとき、すべての都市を一回ずつ訪問し、物資を供給した上で出発した都市へ戻るような巡回路の中で移動費用の総和が最小となる巡回路を求める問題は巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem; TSP) と呼ばれ、解決が求められている。しかし、TSP は組合せ最適化問題の中でも難しい問題の一つとされ、巡回都市数に基づく問題規模が拡大すると、組合せ数が爆発的に増加するために、全列挙による最適解の探索は事実上不可能となる。さらに、分枝限定法のような厳密解法も大規模問題に対しては、実用的な計算時間内に解を探索することが困難である。そこで、厳密な意味での最適解でなくとも、満足できるような準最適解を実用的な計算時間内に求める解法 (近似解法) の開発が近年進められている。そのような近似解法として、生物進化 (選択, 交叉, 突然変異など) の原理に着想を得た遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; GA) があり、多くの組合せ最適化問題に対して適用されている [1]。

本研究では TSP に遺伝的アルゴリズムを適用する際、準最適解の探索に大きな影響を与えらると思われる染色体のコード化・交叉法を幾つか取り上げ、得られる準最適解の精度、計算時間に基づくコード化・交叉法の比較、検討を行う。

2. 巡回セールスマン問題

2.1 問題の定式化

本研究において対象とされる TSP では、任意の都市間に道が 1 本存在し、各都市間の移動費用は 2 次元平面上のユークリッド距離で与えられるものとする。

- S_n : $\{1, \dots, n\}$ の順列 (巡回路) 全体の集合
- $\sigma(i)$: 順列 σ の先頭から第 i 番目の要素 (i 番目に訪問する都市の番号)
ここで、 $\sigma(n+1) = \sigma(1)$ とする。 (出発した都市に戻る)
- C_{ij} : 都市 i, j 間の移動費用 ($C_{ij} = C_{ji}$, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$)
- Z : 巡回路の総移動費用 (総費用)

以上より、巡回セールスマン問題 (TSP) は、次のように定式化される。

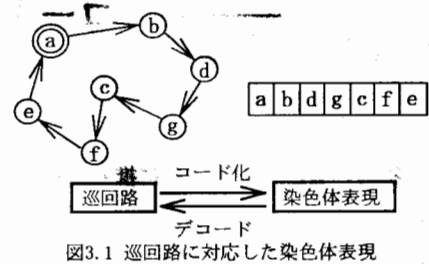
$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimize} & Z = \sum_{i=1}^n C_{\sigma(i)\sigma(i+1)} \quad (1) \\
 \text{subject to} & \sigma \in S_n \quad (2)
 \end{array}$$

3. 巡回セールスマン問題に即した遺伝的アルゴリズム(TSP-GA)

3.1 TSP-GAの構成要素

TSPを例としたときのGAの基本的用語を以下に示す[1].

1. 個体：巡回路を表し、総移動費用を与える“生物”。
2. 集団：遺伝的操作の対象となる個体の集合。
3. 染色体：個体を特徴づける遺伝的情報の並び。
4. 遺伝子：巡回する都市を表す遺伝的情報の最小単位。
5. 適応度：各個体に対応した総移動費用と集団の総移動費用の平均値に基づく評価値。



3.2 TSP-GAの処理プロセス

本研究で扱うGAの手順は次の6ステップからなる[3].

- step1. 初期集団の生成 (N 個の個体をランダムに生成して、初期集団を生成する。)
- step2. 個体の評価 (各個体に対して総移動費用を算出し、総移動費用に反映した適応度を算出する。)
- step3. 選択処理 (ルーレット選択, エリート保存戦略に基づいた個体の選択)
- step4. 交叉処理 (選択された N 個の個体の中からランダムに2個ずつ組み合わせた個体のペアに対して、一定の交叉率 P_c で染色体(親染色体)を組み換え、新たに染色体(子染色体)を生成する。子染色体はその生成に関与した親染色体と置き換わる。)
- step5. 突然変異処理 (各個体に対して、一定の突然変異率 P_m で染色体上の遺伝子の順序を反転させる。)
- step6. 終了判定 (最終世代に達したならば、その時点で得られている適応度が最大の個体を問題の準最適解として探索を終了する。そうでなければ、step2へ戻る。)

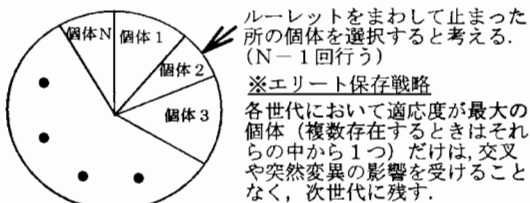


図3.2 ルーレット選択

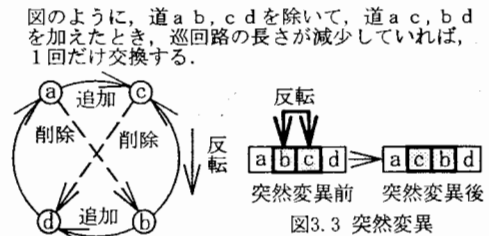
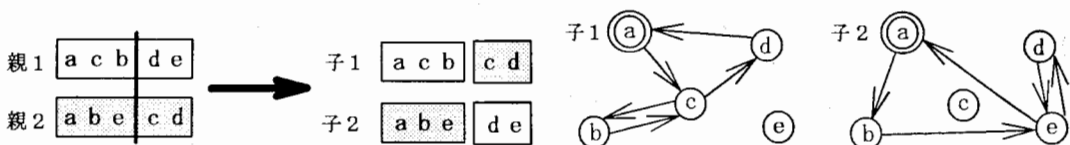


図3.3 突然変異

4. コード化・交叉法

コード化とは、解候補(巡回路)を染色体で表現することをいう。交叉とは、ランダムに選ばれた二つの個体間で染色体(親染色体)を組み換えることによって新しい染色体(子染色体)を生成する遺伝的操作である。交叉によって生成された個体を巡回路で表現した場合、「すべての都市を一回ずつ訪問する」というTSPの制約条件を満たさない個体(実現不可能個体)が生成される恐れがある[1].



本研究では、実現不可能個体の生成を防ぐため、TSP-GAにおいて以下の3種類のコード化・交叉法を用いる。

4.1 順序表現と1点交叉

順序表現は、あらかじめアルファベット順にソートされた都市リスト (a b c d e f g) をもち、巡回する都市が残りの都市リスト (未訪問都市リスト) の中で何番目に相当するかを調べ、その順序を遺伝子の値とし、その順列を染色体とするコード化である。1点交叉では、交叉点をランダムに1ヶ所選び、親の交叉点の前半部分を子の前半部分に写す。また、子の後半部分には他方の親の後半部分を写すことによって、子を生成するものである[2]。

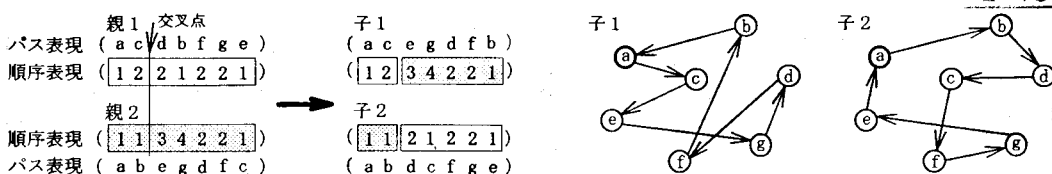


図4.2 順序表現に基づく1点交叉

4.2 パス表現と部分写像交叉

パス表現は、都市を遺伝子の値として、巡回する順番に都市を列挙した文字列を染色体とするコード化である。部分写像交叉では、交叉点をランダムに1ヶ所選び、一方の親の交叉点の前半部分を子の前半部分に写す。また、子の後半部分には他方の親の遺伝子の値を子の前半部分と重複しないように写すことによって、子を生成するものである[2]。

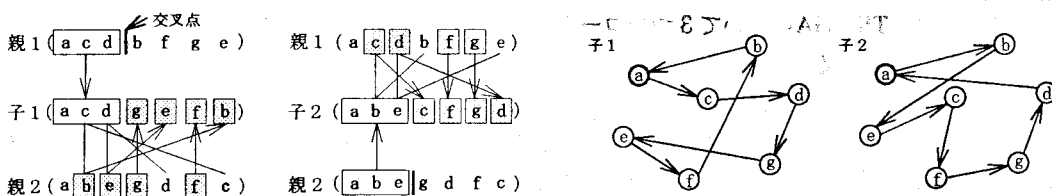


図4.3 部分写像交叉

4.3 パス表現と位置優先交叉

位置優先交叉では、一方の親の遺伝子座 (遺伝子の位置) から交叉点をランダムに選び、交叉点に対応する遺伝子の値を子に写す。また、残りの遺伝子座に対しては、他方の親の遺伝子の値を重複しないように、先頭から順に写すことによって、子を生成するものである[4]。

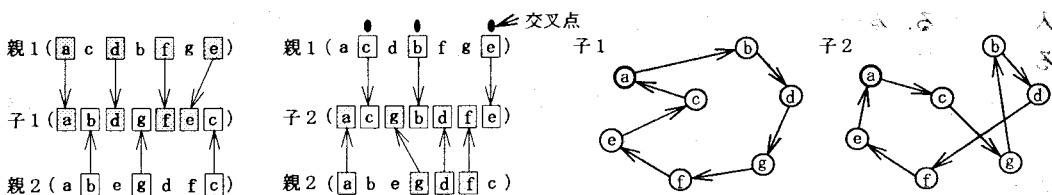


図4.4 位置優先交叉

5. 数値実験及び結果

5.1 実験方法

都市数 (n) が20, 30の問題を一様乱数によって10問ずつ作成したものと、TSPLIBの都市数51の問題について数値実験を行った。各問題に対して交叉率Pcを変化させ、得られた準最適解の精度、GA探索に要した計算時間に基づいて、コード化・交叉法の違いによる有用性の比較を行う。

表1の最適解との差は $(semiopt - opt)/opt * 100$ であり、20都市、30都市については10問の平均をとっている。opt, semioptはそれぞれ各問題の最適解、準最適解である。表1の準最適解発見時間は20都市、30都市については10問の平均を表している。使用したプログラム言語はC言語、使用計算機はOMRON社のLUNA88kである。なお、次のような設定のもとでGA探索を行った。

- ・集団サイズ (N) = 50 (20都市), 80 (30都市), 140 (eil51.tsp)
- ・交叉率 (P_c) = 0.80 (20都市, 30都市), 0.30 (eil51.tsp)
- ・突然変異率 (P_m) = 0.03 ・探索世代数 (T) = 3000

5. 2 実験結果

表1 数値実験の結果

都市数	20		30		eil51	
	準最適解 発見時間(秒)	最適解との 差 (%)	準最適解 発見時間(秒)	最適解との 差 (%)	準最適解 発見時間(秒)	最適解との 差 (%)
コード化・交叉法						
順序表現・1点交叉	4.35	2.096	29.28	3.616	171.9	2.347
パス表現・部分写像交叉	1.86	1.795	13.96	3.361	64.6	1.643
パス表現・位置優先交叉	4.93	1.278	83.86	2.967	69.6	0.235

実験では、解の精度に関して、パス表現・位置優先交叉において良い結果が得られた。計算時間に関して、パス表現・部分写像交叉において良い結果が得られた。特に、問題eil51に対してパス表現・位置優先交叉は精度の高い準最適解が得られた。

6. おわりに

本研究では、TSP-GAにおいて3つのコード化・交叉法の違いによる有用性の比較を行った。パス表現・部分写像交叉、順序表現・1点交叉では、親染色体の後半部分で交叉が行われた場合、親染色体の大部分が子染色体に写されてしまう。このため、大域的探索が行われにくくなり、より最適解に近い準最適解に到達することが困難になると考えられる。一方、パス表現・位置優先交叉では、交叉が数ヶ所で行われるため、他のコード化・交叉法に較べて集団の多様性が維持され易い。従って、全探索世代にわたり大域的探索が行われ、より最適解に近い準最適解に到達する可能性が高くなると考えられる。大域的探索が有効に行われる場合には、準最適解を発見するまでの時間が長くなる傾向がある。20都市、30都市の問題に対して、パス表現・位置優先交叉では、精度の良い準最適解が得られた反面、準最適解に到達するまでの時間が他のコード化・交叉法に較べて長い。

GAにおける突然変異処理は、一般に、集団の多様性を維持するためのランダムな手段として導入されている。本研究では、TSPに即した工夫として、突然変異処理の際に必ず巡回路長が短縮するような経路の交換を行うことで、突然変異処理に局所的探索の役割をも担わせている。パス表現・位置優先交叉では、大域的探索、局所的探索との相乗効果が発揮され、他のコード化・交叉法以上に精度の高い準最適解が得られたと考えられる。

参考文献

- [1] 小林重信：遺伝的アルゴリズムの基礎と応用，オペレーションズ・リサーチ，vol. 38, No. 5, 256-261, (1993).
- [2] 北野宏明：遺伝的アルゴリズム，産業図書，(1993).
- [3] 伊庭斉志：遺伝的アルゴリズムの基礎，オーム社，(1994).
- [4] Lawrence Davis：Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, 332-349, (1990).