

安定性を考慮した研究室配属問題

伊藤 博直 (沼田一道 助教授・池辺淑子 助手)

1. はじめに

私達の身近に存在する問題の1つに、「配属問題」がある。これは人を役職・部屋等に割り振るとき、どのような基準・指標を用いて、また、どのような方法で配属したらよいかという問題である。毎年、東京理科大学においても4月に新4年生が卒業研究につくために、学生と教員互いの希望を考慮しながら学生は各研究室に配属される。配属の際に問題となるのは、“学生の満足度”，“研究室の満足度”，“研究室の定員”等の要素である。本研究においては、学生と教員は互いに希望順位をつけている状況で、学生と研究室双方の不満が最も少なくなるような（文句の出にくい）配属の求め方について考える。この“不満の少なさ”の指標として“安定性”という基準を導入し、『安定性を考慮した研究室配属問題』を考える。この問題に対して Gale-Shapley のアルゴリズムを基本とした方法を適用していく。さらに人間の曖昧な好みを考慮した同程度の好みを許す場合についても対応できるようにアルゴリズムの拡張を図り、配属のシミュレーションを行って、安定な配属の満足度を考察する。

配属の問題は実社会において私達のごく身近に多く存在するものであり、本研究で示すアプローチの適用範囲は広い。本研究で採用した Gale-Shapley のアルゴリズムはアメリカでは実際にインターンの病院への配属に利用されている。

2. 安定性を考慮した研究室配属問題

安定性を考慮した研究室配属問題とは以下のように記述される。

n 人の学生 ($s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$) と m 室の研究室 ($L_1, L_2, L_3, \dots, L_m$) があり、各研究室 L_i には定員 u_i があり、 $\sum u_i \geq n$ を満たす。また、研究室は学生に対して、学生は研究室に対して各々希望の順位を付けたリスト (表1) を持っている。

例) 学生 A : L 2, L 1, L 3	研究室 L 1 ($u_1=1$) : B, D, A, C
B : L 1, L 3, L 2	L 2 ($u_2=2$) : A, B, C, D
C : L 1, L 2, L 3	L 3 ($u_3=2$) : C, A, D, B
D : L 3, L 2, L 1	(表1)

※例えば、学生Aは研究室L2, L1, L3の順で希望、研究室L1は学生B, D, A, Cの順で希望している。

定義1 M が次の2つの条件を満たす(研究室, 学生)のペアの集まりであるとき、配属であるという。

1) 各学生ともちょうど1つのペアに入る。2) 各研究室に配属される学生は定員を超えない。

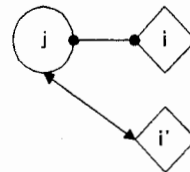
定義2 配属 M について以下の1) 又は2) を満たす研究室 L_i , 学生 s_j のペア $(L_i, s_j) \in M$ が存在しないとき、安定であるという。

1) $(L_i$ に配属されている学生数) $< u_i$ で、 s_j は現配属先よりも L_i を好む。(図1)

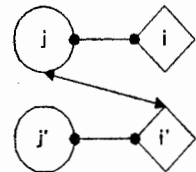
2) i に配属されている学生 $s_{j'}$ において、 L_i は s_j より $s_{j'}$ を好みかつ $s_{j'}$ は現配属先より L_i を好む。(図2)

(図2)

※丸型は学生、菱形は研究室を示している。また、両端が黒丸で示してある直線は現在の配属を表し、矢印の直線は安定性を拒む配属を示す。



(図1)



(図2)

安定な配属を1つ求める問題を『安定性を考慮した研究室配属問題』という。

3. Gale-Shapley のアルゴリズム

学生を研究室に安定に配属するにあたって、一般的に複数ある安定な配属のうちの1つを求める Gale-Shapley のアルゴリズムを以下に紹介する [1]。

手順1：未配属の学生を1人選択して、その学生はリストに残っている最初の研究室を希望する。

手順2：その研究室は現在定員に空きがあるか、否か確認する。

手順3：空きがある場合) 学生の希望を受け入れる。

- 空きがない場合) 1) 研究室は新希望者と現在の配属者の中でリストが最下位の学生を比較し、リストの上位にいる学生を選択する。
 2) 研究室は選択した学生を受け入れ、断った学生をリストから削除する。
 3) 断られた学生はその研究室をリストから削除する。

手順4：全員配属されたか、否かを判定する。

全員配属された場合) 安定な配属が得られたので、終了する。

全員配属されていない場合) 次の配属されていない学生に焦点をあわせて、手順1に戻る。

以上の手順をフローチャート式に図で示すと、右図(図3)のようになる。

このアルゴリズムについて以下の重要な定理が証明できる。

定理1 このアルゴリズムは必然的に終了し、安定な配属が得られる。

定理2 このアルゴリズムで得られる配属は、学生最適・研究室最悪である。

ただし、配属Mが学生最適であるとは、任意の学生sについて、配属Mでのsの配属先Lは任意の安定な配属M'での配属先L'より悪くないことであり、研究室最悪であるとは、任意の研究室Lについて、配属MでのLに配属される学生の集合Sは任意の安定な配属M'で配属される学生の集合S'より良くないことである。

4. 学生側のみに同程度の好みを許す場合の問題解決

4. 1 安定性の拡張

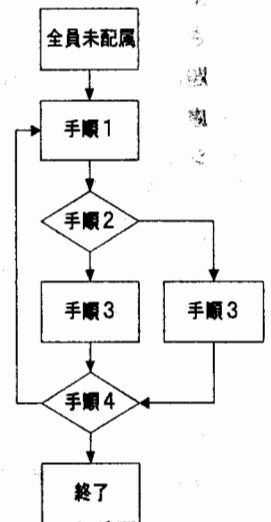
先に述べた問題では学生は研究室に厳密な希望順位をつけると仮定したが、これは現実的には必ずしも妥当ではない。希望の順位をつけるに当たって“同じくらい好き”というつけ方を許すと、安定性の定義を変更しなければならない。その基準は一意には定まらないが、本研究では安定性の定義を以下のように改める [2]。

定義3 配属Mが安定であるとは、以下の1) 又は2) を満たす(研究室L i, 学生s j) ∈ Mが存在しないことである。

- 1) 学生s jに厳密に今の配属先よりも研究室L iを好み、研究室L iは今配属されている一番嫌いな学生よりも学生s jを(厳密に)好む。
- 2) 研究室L iの定員にまだ余裕があり、学生s jは今の配属先よりも厳密に研究室L iを好む。

4. 2 アルゴリズムの変更

同程度の好みを許しているので、Gale-Shapley のアルゴリズムをそのまま使用すると条件に合う研究室が複数存在する場合があります。その様な場合に配属できる研究室を学生側の基準を用いてできるだけ1つに絞りこむ。また、学生側に基準が無くなった場合は安定性を損なわない範囲内で、研究室側にとって少しでも満足度の良くなるよう、研究室側の基準を用いて配属できる研究室を1つに絞りこむように拡張する。この際、判定基準にlrankとsrankという指標を用いる。lrankは研究室の学生に対する希望を表し、lrank[i][j]は研究室L iの学生s jに対する希望順位である。同様にsrankは学生の研究室に対する希望を表し、srank[j][i]は学生s jにとっての研究室L iの希望群順位である。以上を考慮し、Gale-Shapley のアルゴリズムの変更を3通り紹介する。(図4は手順3のフローチャート式図)



(図3)

・Version 1

手順1：未配属の学生 s を選択し、 s がリストに残っている最初の希望群を選択する。

手順2：その希望群の中に現在定員に空きのある研究室があるか、否かを確認する。

手順3：希望群の各研究室の中に定員の空きがある研究室がある場合)

希望群の各研究室の定員に空きを発見次第順次、その研究室は学生 s を受け入れる。

希望群の研究室の中に定員の空きがある研究室がない場合)

- 1) 各研究室は新希望者と現在の配属者の中でリストが最下位の学生 s' を比較し、新希望者の方がリストの上位いる研究室が1つならば、その研究室に配属される。
- 2) 1) の条件を満たす研究室が複数存在する場合は新希望者を最も希望している ($lrank$ が最小の) 研究室に配属される。
- 3) 研究室は断った学生をリストから削除する。
- 4) 断られた学生はその研究室をリストから削除する。

手順4：学生全員配属されたか、否かを判定する。

全員配属された場合) 安定な配属が得られたので終了する。

全員配属されていない場合) 次の配属されていない学生に焦点をあわせて、手順1へ戻る。

※2) の条件を満たす研究室が複数存在する場合は、2) までの条件を満たす任意の研究室に配属する。

・Version 2

手順1・2・4と手順3の定員に空きがない場合はVersion 1と同様なので省略する。

手順3：希望群の各研究室の中に定員の空きがある研究室がある場合)

- 1) 希望群の中で定員の空きが最も多い研究室が1つならば、その研究室に配属される。
- 2) 1) の条件を満たす研究室が複数存在する場合は新希望者を最も希望している ($lrank$ が最小の) 研究室に配属される。

※2) の条件を満たす研究室が複数存在する場合は、2) までの条件を満たす任意の研究室に配属する。

・Version 3

手順1・2・4と手順3の定員に空きがない場合はVersion 1と同様なので省略する。

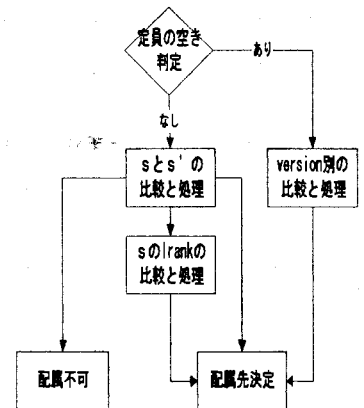
手順3：希望群の各研究室の中に定員の空きがある研究室がある場合)

- 1) 希望群の定員に空きがある研究室の中で、最も人気のない ($\Sigma srank$ が最大の) 研究室が1つならば、その研究室配属される。
- 2) Version 2と同様。

(右図において、 s ：新希望学生、 s' ：現配属者の中でリストが最下位の学生を表す。)

5. 1シミュレーション結果

本研究のシミュレーションは学生100人、研究室9室、各研究室の定員を12名とした。学生と研究室のリストについては、学生は全ての研究室に-100~100点を、かついずれか1つの研究室に必ず100点をランダムに発生させ、研究室は0~100点をランダムに発生させたデータを得点順に並び替え、リストを作成した[3]。ただし、同得点が複数あるときは学生については同程度の希望とし、研究室については同得点の中で任意に順位を付けた。また、 $lrank$ は研究室リストの学生の順位とし、 $srank$ は学生リストにその研究室がある希望群順位としている[3]。以上のデータについて上記の3通りの配属基準でシミュレーションを行った。



(図4)

シミュレーション結果をまとめたものが、以下の3つの表である。各研究室の配属者の **lrnk** 平均を表4、学生の第1希望順配属状況と **srnk** 平均を表5、人気上位3位までの研究室と配属者数を表6にそれぞれ示す。

	data.1	data.2	data.3
Ver.1	47.33	51.37	51.13
Ver.2	47.00	52.49	51.21
Ver.3	47.78	52.27	51.72

(表4 各研究室の **lrnk** 平均)

	data.1		data.2		data.3	
	第1希望	ave	第1希望	ave	第1希望	ave
Ver.1	91	1.15	89	1.13	92	1.1
Ver.2	91	1.09	93	1.07	93	1.1
Ver.3	92	1.08	90	1.1	89	1.14

(表5 学生の第1希望配属状況と **srnk** 平均)

5. 2 考察

まず、各研究室の配属者の **lrnk** 平均 (表4) について考察する。**lrnk** とは研究室側から見た各学生の希望順位であるので、配属者全員の **lrnk** の平均が低ければ低い程、研究室全体の満足度が高いことを示す。

データごとに見るとデータによってとる値にばらつきがある (表6 人気上位3位までの研究室と配属者数) だが、これは、ランダムに発生させたデータから生じる学生と研究室の需要と供給のバランスのずれを表している。また、Version 別に見ると多少の違いはあるものの、3回共値の平均は近い数値をとっているため、この指標からは3つのどの方法が優れているかは断言できない。

次に学生の第1希望配属状況と **srnk** 平均 (表5) について考察する。**srnk** とは学生側から見た各研究室の希望順位である。表5の **srnk** 平均は配属された研究室に対する各学生の **srnk** の平均である。この値が1に近ければ近い程、学生全体の満足度が高いことを示す。Version 別に見ると Version 2が平均して学生の満足度が高いことがわかる。また、Version 1と3、特に Version 1は平均値が高くなりやすい傾向がある。これは、定員に空きのある研究室に無造作に学生を配属していることが影響を及ぼしていると推測される。

最後に人気上位3位までの研究室と配属者数 (表6) について考察する。Version 1と2はほぼ定員が埋まっているのに対し、Version 3は定員の空きが目立つ。これは、同程度の好みの研究室へ配属する際、人気のない研究室に配属している影響が現れている。配属の安定性には全く問題ないものの、人気上位の研究室に定員の空きがあるのは非常に効率がよくないと言えるのではないだろうか。

以上を総合的に評価する。結論から言うと Version 2が最も理に適っているように考えられる。理由として以下のことが挙げられる。1. 配属された学生の **lrnk** 平均に問題がないこと。2. 配属された学生の **srnk** 平均が安定していて、他と比べて悪くないこと。3. 人気上位の研究室の定員枠を生かしていること。また、加えて各研究室にできるだけ平等に学生を配属することにも威力を発揮している。

6. まとめ

ここまで、述べてきた手法のどれを用いても安定でかつ、学生有利 (研究室不利) な配属が得られる。が、今回のようにどちらか片方に重点を置き配属を求める場合は良いが、実社会の中では重点を両者平等に置き、バランスの良い配属を求められることも考えられる。このような時に安定性を崩すことなく、要求通りのバランスを保つ配属を求める自明でないアルゴリズムに改良できなかったのが残念である。しかしながら、研究室配属問題のようにどちらか一方に重点を置いた配属については、学生主導型を前提としているので、研究室側・学生側の双方から文句が出ない (納得のいく) 配属が得られることは確認できた。

参考文献 [1] G.ポリア, R.E.タージャン, D.R.ウッズ: 「組合せ論入門」, 近代科学社, 1986.

[2] R.W.Irving: "Stable Marriage and Indifference", Technical Report, University of Glasgow, Glasgow, UK, 1989.

[3] 広松恒彦, 山口和子: 「アルゴリズムとデータ構造」, 日本経済新聞社, 1994.