拡幅費用を考慮した道路拡幅計画

～逐次最短路法を用いて～

松尾　幸一郎（沼田一道助教授、池辺淑子助手）

1．はじめに

現代社会において、人と物の移動は必要不可欠なものである。そして、近年では自動車による移動の重要性が増し、人と物の集中する都市部においては交通渋滞が日常的になっている。渋滞を緩和させる方策としては、一方通行や進入・右左折禁止等による交通流制御と、道路の新設・拡幅・立体交差化などの設備の拡充の２つが考えられる。本研究では前者は既に施されているものとし、後者の方法により解決を試みる。特に、その中の道路の拡幅に焦点を絞ることにし道路の拡幅計画を考える。

2．研究の目的

道路の拡幅計画に関しては、距離制約付きの最大流問題を解き、各枝（道路）の飽和した回数を数えて拡幅優先順位の指標とする方法［4］や、交通量配分問題を解いて、各枝の交通量の増加に伴う所要時間の増加率から渋滞箇所を特定する方法［5］などが提案されている。しかし、これらの研究では道路の拡幅費用は考慮されていない。本研究では道路の拡幅費用を考慮した場合の拡幅優先順位について考察する。

3．研究の前提および内容

利用者はそれぞれ各人の始点から終点までで、容量に余裕のある経路の中で所要時間の最小のものを選んで移動するものとする。各道路には、単位時間当たりにその道路を通過できる流量の上限として容量が存在するものとする。これらの仮定により、渋滞が限度に達するまで、言い換えれば、最大流量に達して単位時間当たりにそれ以上利用者が移動できなくなるまでは、利用者は全利用者の総所要時間を最小とするように移動する。これを求めるのが *phase1* であり、所要時間を費用とする最小費用流問題として定式化できる。以降は拡幅により交通量を増加させること考える。言い換えれば、所要時間ではなく拡幅費用を最小とするように拡幅していく。これを求めるのが *phase2* であり、拡幅費用を費用とする最小費用流問題として定式化できる。この拡幅は費用の累計が与えられる総拡幅費用に達するまで行うものとする。

また、本来ならば交通量によって各道路の所要時間は変化するはずであるが、本研究では、利用者は法的制限速度で移動するものとし、交通量による所要時間の変化はないものする。

拡幅を考える場合、道路網全体としての所要時間の減少と拡幅費用の双方を考慮して拡幅する道路を特定すべきであるが、本研究では、渋滞している道路の拡幅費用のみを考慮する。

<拡幅優先順位の算出方法概略>

図１のような道路網を考える。括弧内の数値は（所要時間, 容量, １単位当たりの拡幅費用）である。

phase1 利用者は空き容量のある道路における所要時間の最短路を通る。図１では、Aまわりの所要時間は２＋１＝３となり、Bまわりは１＋３＝４となるのでAまわりで移動する。このとき始点～A間の空き容量は３でA～終点間は１なので１移動する。次に図２では、Aまわりは A～終点間の空き容量が０であり流量は増やせない。Aまわり以外の最小所要時間路はBまわりであり、始点～B間の空き容量は１であり、B～終点間は２であるので１移動する。そして、図３のように始点～終点間では

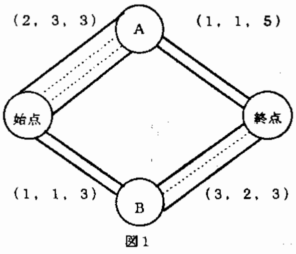

図1

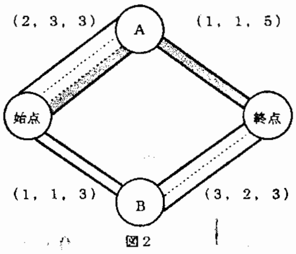

図2

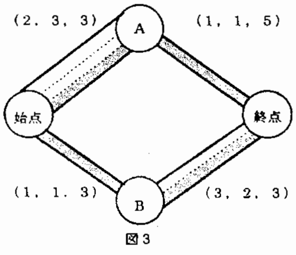

図3

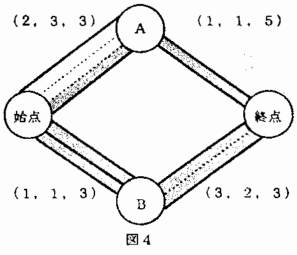

図4

これ以上流量を増加できなくなったので拡幅を考える。

phase2 始点から終点までで、流量を一単位増やす時、総拡幅費用の安い経路上で空き容量のない道路を拡幅する。図3では、始点～A間、B～終点間は容量がまだあるので拡幅費用は0である。よってAまわりの総拡幅費用は0＋5＝5となり、Bまわりは3＋0＝3となるので、Bまわりの拡幅費用の方が安い。よって、Bまわりで流量を1単位増やすために空き容量のない始点～B間を1単位拡幅する。次は、Aまわりは0＋5＝5、Bまわりは3＋3＝6となり、AまわりのA～終点間が拡幅対象になる。

phase3 各始終点間において拡幅費用限界（拡幅予算）までの拡幅(*phase2*)を考え、各道路ごとの拡幅量を優先得点とする。ただし、拡幅費用限界はすべての始終点間において一定であり、先に与えるものとする。始終点間において優先得点を求め、各枝（道路）ごとに優先得点を合計して、これを拡幅優先順位の指標とする。

4．道路網上の交通流と最小費用流問題への定式化

道路網の交差点をノード、その交差点間の道路をアークと呼ぶ。ノードは変数i、j使用し、アークは(i,j)で表し、ノードiからノードjへの有向アークで交差点iから交差点jへ向かう道路を表す。またノードの集合をNとし、アークの集合をAとする。

(*phase1*)各アークの道路所要時間（費用）をc_{ij}とする。また道路には車線の数や法的制限速度に違いがあるので、容量u_{ij}があるとする。また、各アークを流れる交通量（流量）をx_{ij}とする。

その他に、ノードにおける交通量の需要（到着要求）と供給（出発要求）を$-e$、eとして表すことにする。

本研究で考える総所要時間最小の交通流と、最小拡幅費用の拡幅計画はともに最小費用流問題として、以下のように定式化される。

◎総所要時間最小とする最小費用流問題

$$(1)\begin{cases}\text{最小化} & z(x)=\displaystyle\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} \\ \text{条件} & \displaystyle\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij}-\sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji}=\begin{cases} e & (i=s) \\ 0 & (i\in N, i\neq s,t) \\ -e & (i=t)\end{cases} \\ & 0\le x_{ij}\le u_{ij} \qquad (i,j)\in A\end{cases}$$

(*phase2*)拡幅にかかる費用は一単位拡幅するのにϕ_{ij}円かかるものとし、各道路の拡幅量はy_{ij}とする。ただし、ϕ_{ij}の値は道路の容量に余裕があるときは0であり、余裕がない時は正値である。

◎拡幅費用最小とする最小費用流問題

$$(2)\begin{cases}\text{最小化} & w(y)=\displaystyle\sum_{(i,j)\in A} \phi_{ij}y_{ij} \\ \text{条件} & \displaystyle\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} y_{ij}-\sum_{\{j:(j,i)\in A\}} y_{ji}=\begin{cases} e & (i=s) \\ 0 & (i\in N, i\neq s,t) \\ -e & (i=t)\end{cases} \\ & 0\le y_{ij}\le U_{ij} \qquad (i,j)\in A\end{cases}$$

5．逐次最短路法

問題（1）（2）を解くために逐次最短路法を用いる。逐次最短路法は、流量を逐次増やしながら総所要時間最小での最大流量を求める *phase1* と拡幅量を逐次増やしながら総拡幅費用最小の拡幅量を求める *phase2* の双方に適している。

例えば、閉路削除法などはすべてのステップで解の実行可能性を保持しつつ、最適性を達成する。対照的に、逐次最短路法のアルゴリズムはすべてのステップで解の最適性を保持しつつ、実行可能性を得ようと努力する。逐次最短路法の各ステ

ップにおける解は非負値性と容量制約を満足するが、一般に始終点において流量保存制約を満たさない。各ステップで、このアルゴリズムはノードsからノードtへ最短路に沿って最適性を保持するように最短路の容量一杯流す。与えられた全流量eを流しきったとき、アルゴリズムは終了する。ここに、最適性とは最小費用であり流量が非負値性、容量制約を満たすことを指し、実行可能性とは、非負値性、容量制約の他に需要供給の関係を満たすことを指す。

＜残余グラフ(residual network)＞

残余グラフ$G(x)$は現在の流れxを基に残りの容量と逆流の可能量（逆方向の容量）をあわせて表現したグラフであり、前出の「空き容量」のみを考えた道路網である。この残余グラフにおいて容量以下の流れを追加しても非負値性と容量制約は満たされる。残余グラフ$G(x)$は流量x_{ij}の値によって変化するものと考えられるので、x_{ij}によって場合分けをして考えてみることにする。

$x_{ij}=0$の場合、$x_{ij}=0$流量であるので$i \to j$への残余容量は容量すべてが残っていると考えられるのでu_{ij}である。$j \to i$へは流量$x_{ij}=0$はそれ以上減少できないので残余容量$=0$である。従って、逆向きの枝は存在しない。

$0<x_{ij}<u_{ij}$の場合、$i \to j$への残余容量は$u_{ij}-x_{ij}>0$である。また、$j \to i$へはx_{ij}だけ逆流させることができるので残余容量はx_{ij}である。

$x_{ij}=u_{ij}$の場合、$i \to j$への残余容量は容量の残りがないので0であるから、$i \to j$への枝はない。$j \to i$へは容量一杯を逆流させることができるので$u_{ij}(=x_{ij})$である。

＜擬流(pseudoflow)＞

擬流は非負値性とすべての枝の容量制約を満たす解であり、始終点のノードs、tの流量保存制約を満たす必要のないものであり、逐次流量を増すときの流れである。言い換えれば、始終点間で最大流量になっていない流れのことである。逐次最短路法では費用の最短路に沿って流量を逐次増加させて行くので、擬流は最適性の条件を常に満たしている。また擬流は最小費用流問題に対する逐次最短路法においてs、t以外の流量保存制約を常に満たしているので、sからtへのw $(0<w<e)$だけを流した部分流である。始終点では流量保存制約を満たさない擬流におけるノードの超過$e(i)$は、始点では$e(s)>0$であり、終点では$e(t)<0$である。逐次流量を増加させることによって、終始点の両ノードにおける超過が$e(s)=s(t)=0$になるとき、擬流は実行可能性を満たしアルゴリズムは終了する。従って、始点に超過が存在すれば、終点に不足が存在しなければならない。

＜ノードポテンシャル＞

逐次最短路法では残余グラフ内のsからtへの最短路に沿って流れを追加する。最短路を求めるために能率の良いとされるダイクストラ法を用いたいが、残余グラフの説明で延べたとおり費用に$-c_{ij}$が現れるので、そのままではダイクストラ法を適用することが出来ない。費用に負値が現れないようにするために、ノードポテンシャルと被約費用を用いる。

ノードiにおけるノードポテンシャル$\pi(i)$はノードiの流量保存の条件式に対応するシンプレックス乗数であり、残余グラフ$G(x)$におけるsからiへの最小費用路の費用に対応している。このとき、アーク(i,j)の被約費用c_{ij}^{π}は

$$c_{ij}^{\pi}=c_{ij}-\pi(i)+\pi(j) \qquad (i,j)\in A$$

となる。これは、最適性を保ちながら流量を追加しているので被約費用は常に非負である。よって、残余グラフにおける各アーク(i,j)の費用をc_{ij}^{π}とすれば最小費用路を求めるためにダイクストラ法を使う事ができる。

残余グラフ上でノードポテンシャルについての最短路に流量を割り当てては、擬流の更新を繰り返すのが逐次最短路法であり、次のように書ける。

＜逐次最短路法＞

step1 ノードポテンシャル$\pi(i)=0$ $(i\in N)$とおく。

step2 $e(s)=e$、$e(t)=-e$とおく。

step3 被約費用 c_{ij}^{π} を距離としてノード s から他のすべてのノードへの最短路 $v(i)=-\pi(i)$ を求める。

step4 残余グラフ $G(x)$ 内のノード s からノード t への最短路を P とする。

step5 $e(s)$ 、各枝の残余容量 $\in P$ の中で最小なものの値を得る。

step6 *step5* で得た値の分だけ P において流す。

step7 x_{ij} 、$G(x)$ 、c_{ij}^{π} をそれぞれ更新する。

step8 $e(s)\neq 0$ とき *step3* に戻る。$e(s)=0$ のとき終了する。

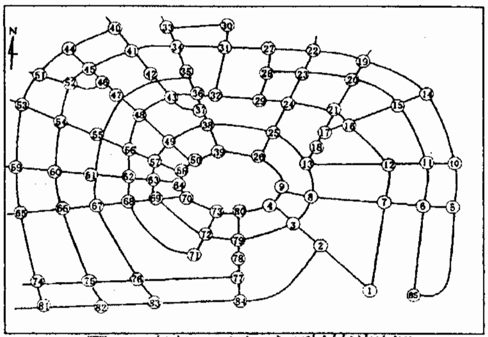

図1．東京２３区の主要幹線道路網

6．適用例

例として東京２３区内の主要幹線道路網（図1）をとり上げる。この道路網は、交差点（ノード）８５と交差点間の道路（アーク）１４４×２（上下車線）からなる。またデータとして、文献［4］［5］［6］［7］より各道路の距離、法定速度、車線数、地価を得ている。これらより、各道路における所要時間（費用）＝距離÷法定速度、単位時間当たりの移動可能量（容量）＝車線数×法定速度、１単位当たりの拡幅費用（費用）＝距離×地価として与えるとする。

例えば、アーク（6，7）では距離2．8km、法定速度６０km／h、車線数3、地価１４５であるので、所要時間（費用）＝2．８÷６０＝0．０４７、容量＝３×６０＝１８０、１単位の拡幅費用（費用）＝2．８×１０８＝３０２．４となる。

7．結果および考察

表1．優先得点上位１５

順位	道路	優先得点
1	58，50	26217
2	46，47	22765
3	50，58	22159
4	23，28	21762
5	47，46	21465
6	28，23	21358
7	16，12	19940
8	54，52	19157
9	78，79	19010
10	11，10	18880
11	25，26	18711
12	10，11	18628
13	15，14	18396
14	12，16	18050
15	56，62	16928

表1のような拡幅優先順位の結果が得られた。これは、８５×８４の全ての始終点間において優先得点を求めて合計したものである。表1の上位に位置する道路の一部は、一般的によく渋滞する道路とは異なっており、文献［4］［5］の結果とも異なっている。これは、よく渋滞する道路の迂回路にあたる道路を拡幅すれば渋滞は解消することになることと、拡幅費用の安い郊外の方が上位に来やすいことに起因している。

また、すべての道路は上下線ともにほぼ同順位に位置している。これは、その道路とその周辺道路における、渋滞の度合いと１単位当たりの拡幅費用に関係しているからであろう。

なお、プログラム言語はCで使用機種はＡＳ４０１５である。

8．終わりに

年度末には、多くの一般道で道路の修復工事や拡幅工事が行われている。これは年度内の道路工事に使うべき予算の額が決まっており、年度内にその予算を使い切らなくてはならないからである。このように予算があらかじめ決まっている場合、予算を効率的に使うための客観的な指針を与えるものとして本研究で提案した方法並びに指標は充分価値があるものと思われる。しかし、この提案した指標では、始終点間それぞれの重みを考慮しておらず、高速道路や幹線道路以外の道路を考慮していないために、公共機関の決める着工順と異なるのはやむを得ないと思われる。

参考文献

［1］Ravindra K. Ahuja, and James B. Orlin : NETWORKS,Vol.25, John Wiley & Sons,Inc.， 1995.

［2］Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin : NETWORK FLOWS, PRENTICE HALL， 1993.

［3］伊理 正夫, 古林 隆 ：ネットワーク理論(ORライブラリー),日科技連, 1976.

［4］水野 啓之：”道路拡幅計画における優先順位について”，東京理科大学卒業研究論文, 1993.

［5］湯原 慎二：”道路網における交通流ー渋滞度と道路拡幅計画ー”，東京理科大学卒業研究論文, 1994.

［6］警視庁交通年鑑 平成3年度版, 警視庁交通部, pp.276-310, 1992.

［7］東京５０キロ圏の将来交通量, 東京都首都整備局, 1968.