平均所要時間を最小にする停留所配置問題

河野　隆治　(沼田一道 助教授，池辺淑子 助手)

1．はじめに

私たちが鉄道駅へ行こうとするときの手段の一つとしてバスがあるが，このバス停の配置場所や数はどのように決められているのだろうか。住宅の多い場所にバス停をつくるとか，交通量の多いところにバス停をつくる，などが考えられる。利用者の立場で考えてみると，利用者は，朝の通勤時には特に，少しでも早く鉄道駅に着きたいと思い，家の近くにバス停があり，バスの乗車時間が短い事を望む。もしバス停の数が非常に多いと家からバス停までの歩行時間は短くなるが，バスは多くのバス停に停車しなければならないのでバスの乗車時間は長くなってしまう。逆にバス停の数が非常に少ないと乗車時間は短くなるが歩行時間が長くなってしまう。この両極端の間の最適なバス停数があるに違いない。

本研究では，利用者の立場に立って，特に朝の通勤，通学時を想定し，ある地域に住む利用者一人当たりの家から鉄道駅までの所要時間を最小にするようなバス停の配置を簡便な方法を考案しそれを用いて検討する。

2．問題の定式化

説明の便宜上，図１のような細長い長方形の地区に長さ L の直線のバス路線があると考える(バス路線が曲線の場合でも以下とほぼ同じような考え方が適用できる)。バス路線上にはｎ個のバス停 $s_1,\cdots,s_n$ と鉄道駅 s_0 が図１のように定められた x 軸上の位置 $O,L_1,\cdots,L_n$ にある。バス停間の距離を l_i で表わし $l_1=L_1, l_i=L_i-L_{i-1},\cdots,l_{n+1}=L-L_n$ となる。バスは図の右から左へと進んでいく。

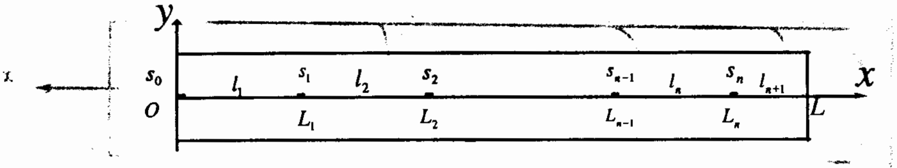

図１　バス路線

2．1　問題

利用者の終着点の鉄道駅までの平均所要時間を最小にするには，バス停の数をいくつにし，そのバス停をどのように配置すればよいだろうか。

2．2　前提条件

- 利用者の歩行速度は全員同じ(v_w m/秒)。
- 家からバス停までの距離は直線距離で計算する。
- バスは乗れなくなるほど混まず来るバスには必ず乗ることができる。
- 利用者はバスが到着する時にバス停に着くように家を出る。
- バス利用者は全員鉄道駅で降りる。

2．3　バスの走行特性とバスの乗車時間

バスはバス停を出発すると加速度 α で加速していき，速度が v_b に達するとその速度を維持し次のバス停が近づくと減速度 β で減速していき止まる。もし l_i が短すぎると v_b に達する前にバスは減速し，

バス停間の距離l_iをバスが走行するのに要する時間t_iは，l_iの長さによって次の２通りになる。

t_sはバス停での停車時間で各バス停で一定である。

$$t_i = \begin{cases} \dfrac{l_i}{v_b} + \dfrac{v_b}{2}\left(\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta}\right) + t_s & \left(l_i \geq \dfrac{v_b^2}{2}\left(\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta}\right) \text{のとき}\right) \\ \sqrt{\dfrac{(\alpha+\beta)l_i}{\alpha\beta}} + t_s & \left(0 \leq l_i \leq \dfrac{v_b^2}{2}\left(\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta}\right) \text{のとき}\right) \end{cases}$$

２．４　バスの利用圏

地点(x，y)に住んでいる利用者が，バス停s_iからバスに乗ると，終着点までに要する所要時間は歩行時間+乗車時間だから，

$$\frac{\sqrt{(x-L_i)^2+y^2}}{v_w} + \sum_{k=1}^{i} t_k$$

となる。バス停s_iから乗る方が他のどのバス停から乗るよりも早く終着点に着くような利用者の住む地域をバス利用圏V_iとするとV_iは次の式で表すことができ，利用圏の境界線は図２のような双曲線となる。

$$V_i = \{(x,y) | \frac{\sqrt{(x-L_i)^2+y^2}}{v_w} + \sum_{k=1}^{i} t_k \leq \frac{\sqrt{(x-L_j)^2+y^2}}{v_w} + \sum_{k=1}^{j} t_k,\ j \neq i\ \}$$

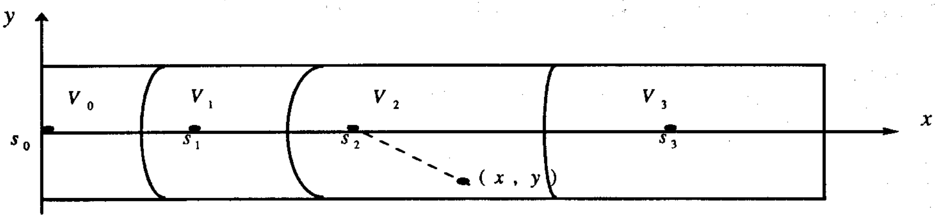

図２　バス利用圏

２．５　所要時間

地点(x，y)の利用者頻度関数をf(x，y)とすると，全利用者の総所用時間Tは次の式で表わされる。

$$T = \sum_{i=0}^{n} \iint_{V_i} \{ \frac{\sqrt{(x-L_i)^2+y^2}}{V_w} + \sum_{k=1}^{i} t_k \} f(x,y)dxdy$$

２．６　定式化

総所要時間Tはバス停数nとバス停間の距離$l_1,\cdots,l_{n+1}$の関数であるのでT=$F_n(l_1,\cdots,l_{n+1})$と表わす。全地域に住む利用者の総数Nは一定であるので平均所要時間を最小にする事は，総所要時間を最小にする事に等しい。

以上から2.1の問題は右のように定式化できる。

$$\min_{n} \left\{ \min_{l_1,\cdots,l_{n+1}} F_n(l_1,\cdots,l_{n+1}) \right\}$$

$$s.t. \quad \sum_{\mathrm{i}}^{n+1} l_i = L \qquad (1.1)$$

$$\frac{l_{\mathrm{i}}}{v_{\mathrm{w}}} > t_i \qquad (1.2)$$

制約条件(1．1)は全部のバス停の間隔と最後のバス停s_nから地区の端までの和が，バス路線長Ｌに等しくなってなけれがならないということである。制約条件(1．2)はバス停s_{n-1}からバス停s_nまでのバスの移動所用時間は，そのバス停間を歩いたときの歩行時間l_i / v_wよりも短くなければならないということである。

３．解法

この問題は，罰金関数や，最急降下法，直線探索を用いて解くことも出来ると思われるが，本研究では問題に即した簡便な方法を考えた。

まず初期配置としてバス路線上に等間隔にバス停を配置する。最初はバス停s_1だけを動かして総所要時間が最小になるような場所を選ぶ。その時その他のバス停は固定しておく。次にs_2からs_nも同様にして場所を選ぶ。バス停s_iを動かす時バス利用圏V_{i-1}, V_i, V_{i+1}だけが変化しその他の利用圏は変化しないので利用圏V_{i-1}, V_i, V_{i+1}に住む利用者の所要時間だけを比べればよい。全てのバス停を動かし終わった時，各バス停の動かした距離があらかじめ定められた許容値よりも小さければそこで終了しそのバス停の配置を最適配置とする。そうでなければs_1から同じ事を繰り返し最適配置を求める。

３．１　総所要時間の近似計算

総所要時間の近似計算として図３のように地域を区切ってその交点に住民が住んでいると考え，各交点からの鉄道駅までの所要時間を合計して総所要時間を近似する。

３．２　制約条件(１．１)

初期配置ではバス停をバス路線上に等間隔に配置しているのでバス停間の距離の合計はバス路線長Lに等しく制約条件(1.1)は満たされている。その後バス停s_iを動かす時は隣のバス停s_{i-1}とs_{i+1}の間で動かすことによってバス停間の距離の合計はバス路線長Lに保たれるので制約条件(1.1)は満たされる。

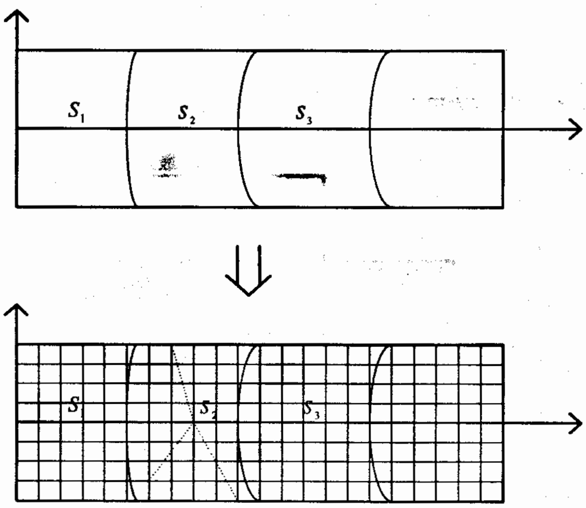

図３　総所要時間の近似計算

３．３　制約条件(１．２)

制約条件(1.2)は，バス停間をバスで行く方が歩きで行くよりも速くなければならないという条件で，制約条件(1.2)を変形すると$l_i > t_i v_w$となり，バス停間の距離l_iが$t_i v_w$より短いとこの条件を満たさない。よってバス停を動かすことのできる範囲は制約条件（1.1）の移動可能範囲より短くなり、図４のようになる。

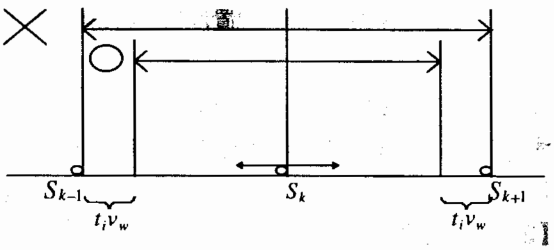

図４　バス停の移動範囲

3．4　解法の手順

step0：バス停の数をn(5から20)，あらかじめ定められた許容値を ε とする。n=5 とする。

step1：バス停の初期配置として路線上にバス停を等間隔に配置する。m=1 とする。

step2：バス停 s_m について黄金分割探索でTが最小になるバス停の配置を求める。その時のバス停の移動距離を ε_m とする。

step3：m=n ならば step4 へ，そうでなければ m=m+1 として step2 へ。

step4：全ての $\varepsilon_i(i=1,\cdots,n)$ が ε より小さければ step5 へ，そうでなければ m=1 として step2 へ。

step5：n=25 ならば step6 へ，そうでなければ n=n+1 として step1 へ。

step6：総所要時間が最も小さくなる時のバス停の数，位置の組み合わせを選び，それが最適配置となる。

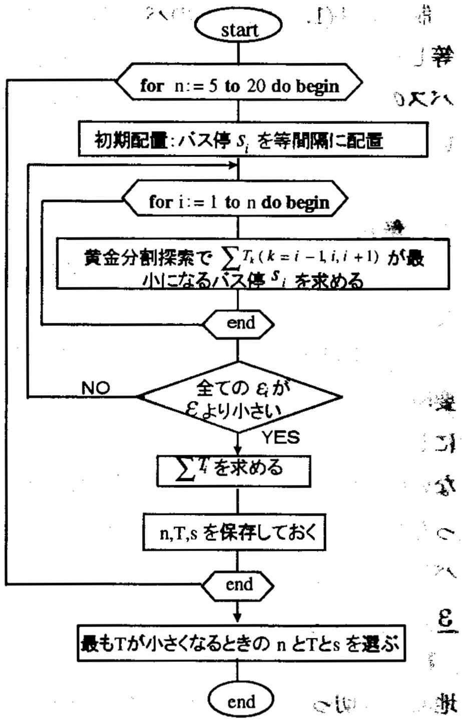

図5　計算手順

4．実験結果と考察

表1 最適配置のバス停　(バス停数8)

	バス停の位置(m)								平均所要時間(秒)
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	
初期配置	541	1081	1622	2163	2703	3244	3785	4325	651.1
最適配置	932	1768	2520	3177	3740	4209	4564	4728	617.4

実験のデータは，v_b=8m/秒，v_w=8m/秒，t_s=8m/秒，α=0.6m/秒^2，β=1.2m/秒^2，L=4866m，幅 B=500m である。この値のもとでこの地域を縦を 500 等分し横を 50 等分して分割し，ε=20m として最小化すると，バス停の最適数は８でその時の平均所要時間は６１７．４秒となったが，バス停数が９のときの値とあまり差が無いので判断が難しい。バス停の最適な位置は表 1 のとおりである。縦、横の分割する大きさを変えて実験してみたが，平均所要時間に大きな差は現れなかった。この最適配置はバス停間隔が鉄道駅から離れるにしたがって徐々に狭くなっている。

本研究でのバス停の最適配置は朝の通勤時を想定したものでそれ以外の時間帯では途中のバス停で下車する人も多々あり，その場合の最適配置は本研究のものとは異なったものになるだろう。そこで，本研究を生かすために，最適配置となる位置に朝，夕の通勤帰宅時に限り使用するバス停を新設するか，もしくは，もし現状をそのまま使用するなら，朝､夕は最適配置に近い位置にあるバス停は使用し，その他は使用しないようにする事が考えられる。

【参考文献】

［1］岡部 篤行，　鈴木敦夫，　『最適配置の数理』，　朝倉書店，　1992.

［2］今野 浩，　山下 浩，　『非線形計画法』，日科技連出版社，　1978.