

# 新しいメタヒューリスティックの性能の評価 - Ant Systemのグラフ点彩色問題への適用 -

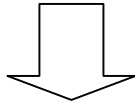
4494087 長原 正寿(沼田研究室)

## 発表構成

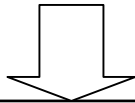
1. はじめに
2. グラフに関する諸定義
3. グラフ点彩色問題
4. Ant Systemの概要
5. 数値実験
6. 今後の課題
7. まとめ

# 1. はじめに

組合せ最適化問題



効率の良い厳密解法が  
知られている問題が少ない



近似解法

メタヒューリスティック

メタヒューリスティック

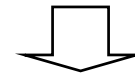
Simulated Annealing  
(焼き鈍し現象)

Genetic Algorithm  
(集団遺伝学)

Tabu Search  
(人間の記憶過程)

Ant System  
(蟻の集団の振舞い)

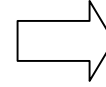
メタヒューリスティック



近似解法

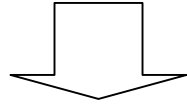
# Ant System

様々な組合せ最適化問題に容易に適用できる



有力な  
メタヒューリスティック  
に発展する

しかし



提案されたばかりで明  
確でないことが多い

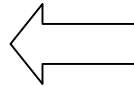
アルゴリズムの原理

精度

改良の可能性

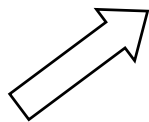
## 本研究の目的

グラフ点彩色問題の  
近似解法

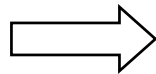


Ant System

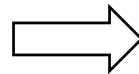
プログラムの  
作成



アルゴリズムの原理



数値実験



精度

改良の可能性

## 2. グラフに関する諸定義

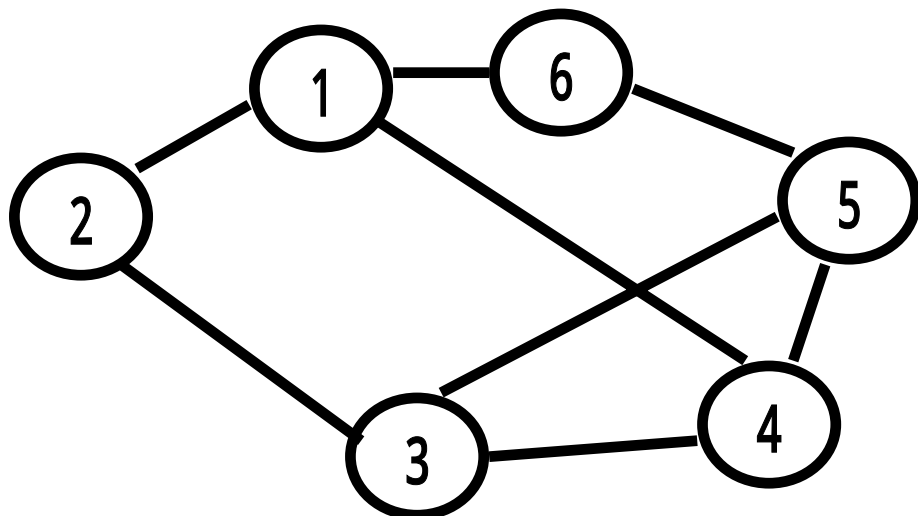


図1 グラフ

枝  $e = \{u, v\}$  が存在する



頂点  $u, v$  は隣接する

7

$V$ : 頂点集合

$E$ : 枝集合

$G = (V, E)$  をグラフという

安定集合: 頂点同士が互いに隣接しない集合

### 3. グラフ点彩色問題

#### 用語

彩色:各頂点に色を割当てること.  
許容彩色:隣接する頂点同士が異なる色を持っている彩色.  
最適彩色:許容彩色の中で最小の色数を用いている彩色.  
染色数:最適彩色に用いられた色数。  $(G)$ と表す。

#### グラフ点彩色問題

最適彩色及び染色数を求める問題

||

グラフの頂点を  $(G)$ 個の安定集合に分けること

|              |     |
|--------------|-----|
| 青            | 黄   |
| {1, 5}       | {3} |
| 赤            |     |
| {2, 4, 6, 7} |     |

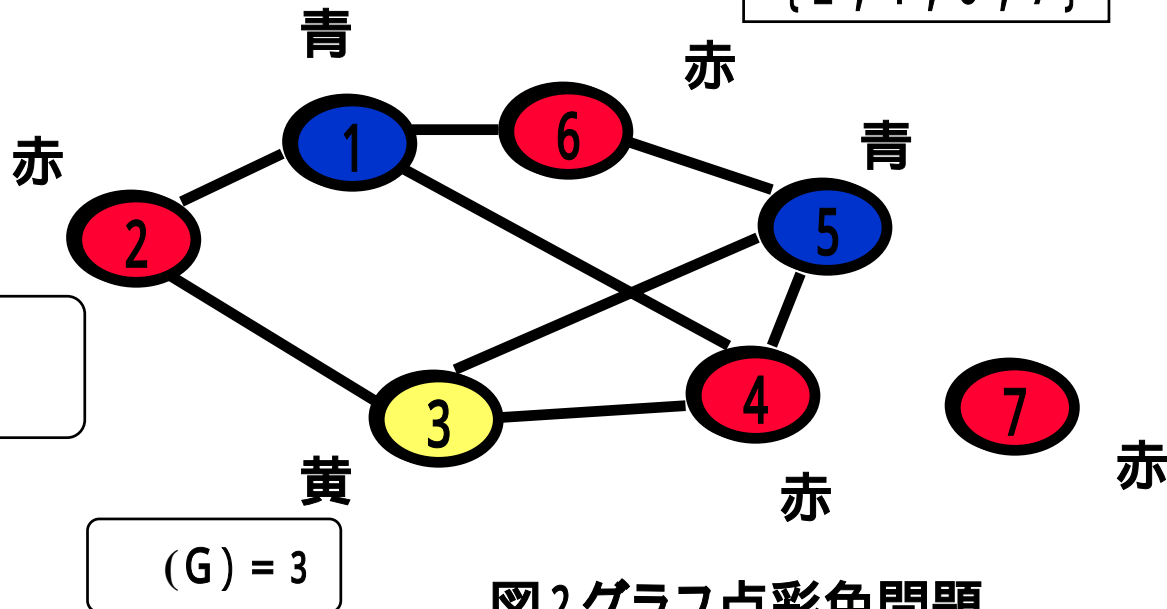
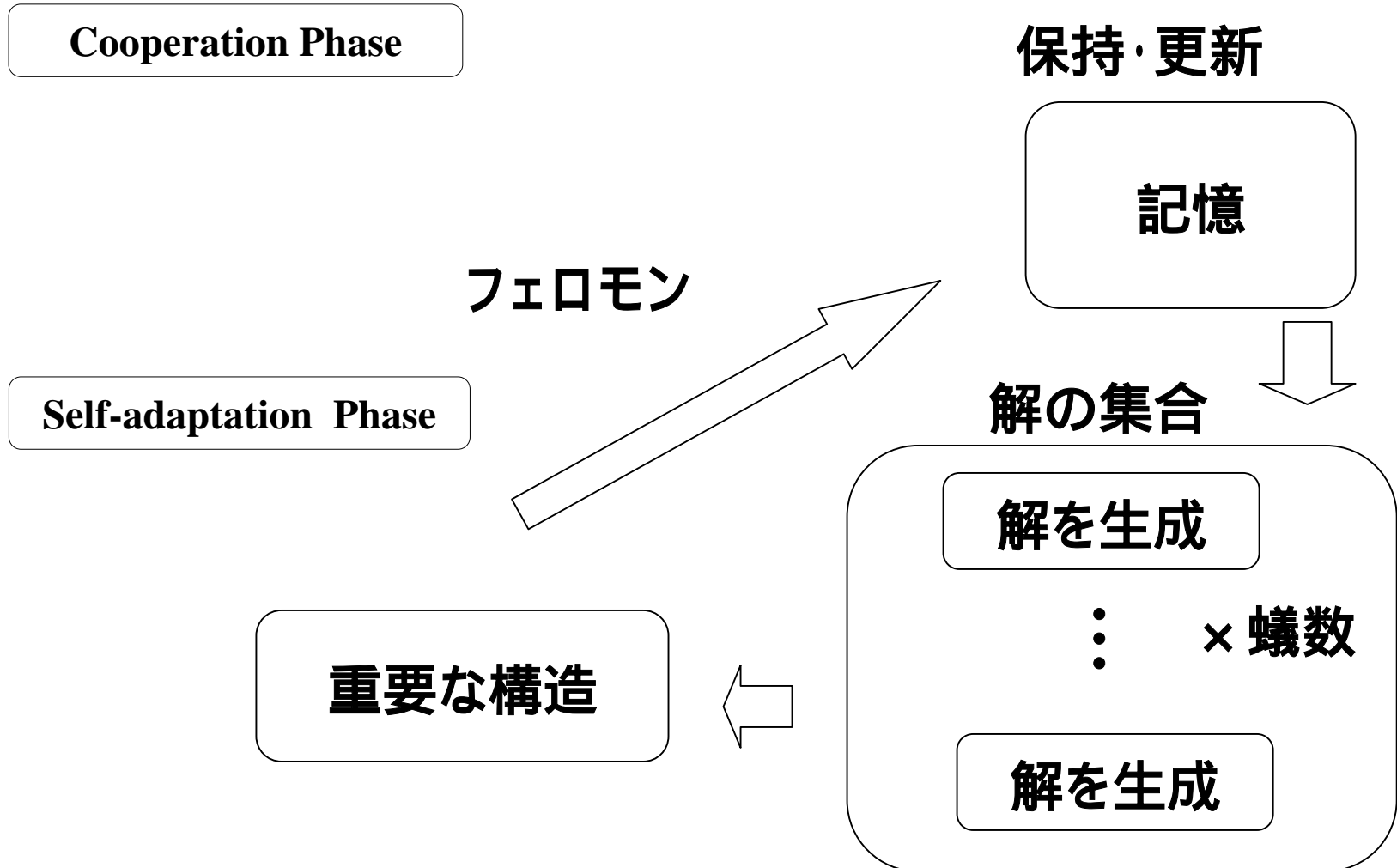


図2 グラフ点彩色問題

## 4. Ant Systemの概要

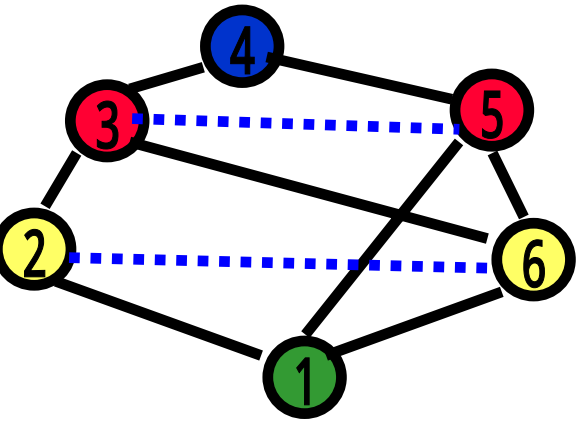
Ant System・・・蟻の集団がフェロモンをつけることにより最も巣から近い食物を見つける原理を利用したアルゴリズム



# 4.1. Cooperation Phase

iサイクル 前サイクルまでの記憶を基に解を生成

4色

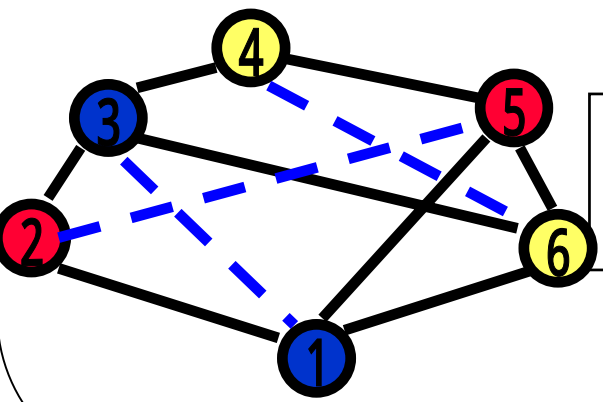


蓄積量 (1/彩色数)

$$\begin{aligned} M_{35} &= M_{35} + 1/4 \\ M_{26} &= M_{26} + 1/4 \end{aligned}$$

⋮

3色



$$\begin{aligned} M_{13} &= M_{13} + 1/3 \\ M_{25} &= M_{25} + 1/3 \\ M_{46} &= M_{46} + 1/3 \end{aligned}$$

$M$  : 解の集合の重要な構造を記憶

$\Delta M$  : 一つ一つの解の構造を記憶

(共に頂点数 × 頂点数の正方行列)

解の構造を記憶

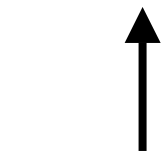
$$\Delta M_{rs} := \Delta M_{rs} + \frac{1}{k} \quad \{v_s, v_r\} \subseteq V_j, j=1, \dots, k$$

⋮ (1)

解の集合の重要な構造を記憶

$$M_{rs} := \cdot M_{rs} + \Delta M_{rs} \quad \forall [v_s, v_r] \notin E$$

⋮ (2)

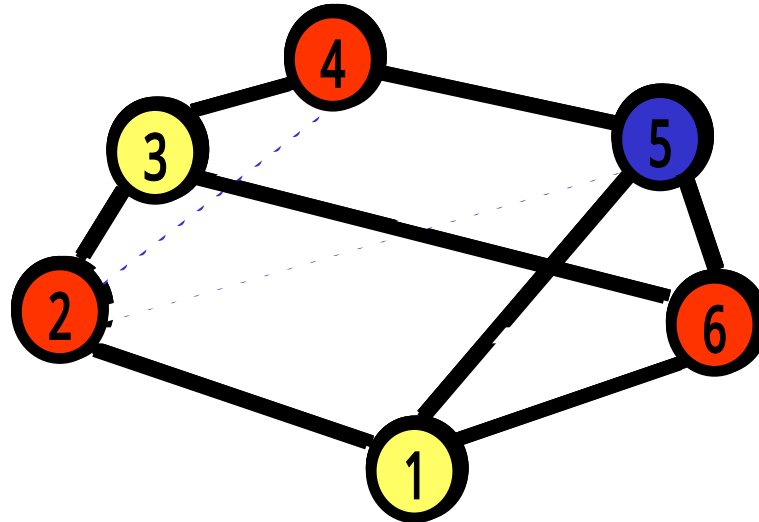


蒸発係数

## 4.2. Self-adaptation Phase

RLF

同じ色で彩色できる頂点を増やすことにより  
全頂点を少ない色数で彩色する方法



W



未彩色で現在の色で  
彩色のできる頂点

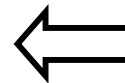
$V_i$

$V_1 = \{2, 4, 6\}, V_2 = \{1, 3\}, V_3 = \{5\}$



彩色済みの頂点

B



未彩色で現在の色で  
彩色のできない頂点



# 5.1. 数値実験1

目的

ランダムグラフ

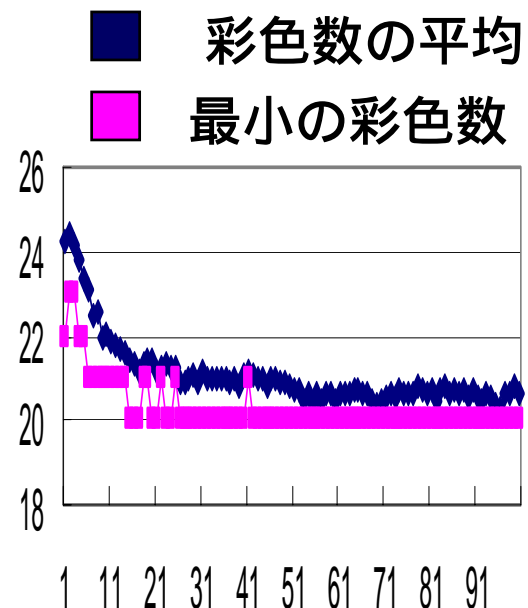
得られる解の質は  
どう変化するか？

蟻数の変化

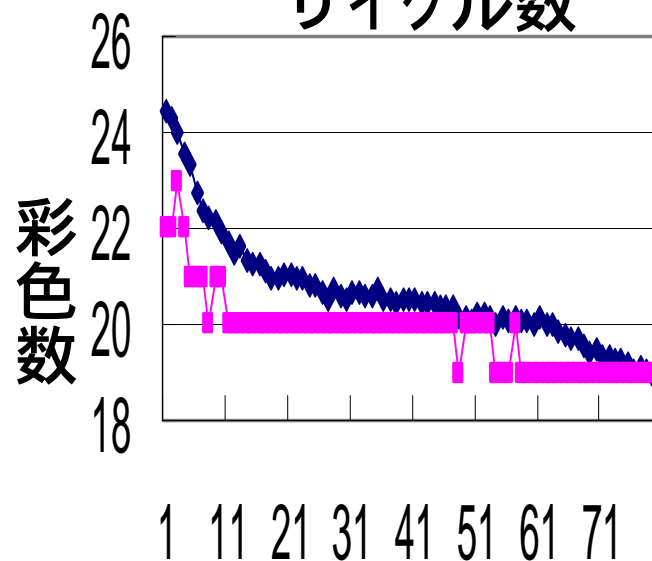
表1 ANTCOLの蟻数と精度の関係(ランダムグラフ)

| 頂点数 | 枝の存在確率 | 蟻数     |        |        | 準染色数 |
|-----|--------|--------|--------|--------|------|
|     |        | 20     | 30     | 40     |      |
| 30  | 0.4    | 1      | 1      | 1      | 6    |
|     |        | 6(62)  | 6(61)  | 6(66)  |      |
| 30  | 0.5    | 1      | 1      | 1      | 7    |
|     |        | 7(8)   | 7(17)  | 7(24)  |      |
| 30  | 0.6    | 3      | 1      | 1      | 8    |
|     |        | 8(9)   | 8(8)   | 8(12)  |      |
| 50  | 0.4    | 1      | 1      | 1      | 9    |
|     |        | 9(18)  | 9(17)  | 9(16)  |      |
| 50  | 0.5    | 3      | 3      | 6      | 10   |
|     |        | 10(13) | 10(26) | 10(25) |      |
| 50  | 0.6    | 5      | 5      | 3      | 11   |
|     |        | 11(11) | 11(18) | 11(15) |      |
| 100 | 0.4    | 58     | 37     | 28     | 13   |
|     |        | 14(55) | 14(40) | 13(-)  |      |
| 100 | 0.5    | 13     | 19     | 17     | 16   |
|     |        | 16(39) | 16(52) | 17(25) |      |
| 100 | 0.6    |        | 20     | 48     | 19   |
|     |        |        | 20(28) | 19(76) |      |

彩色数



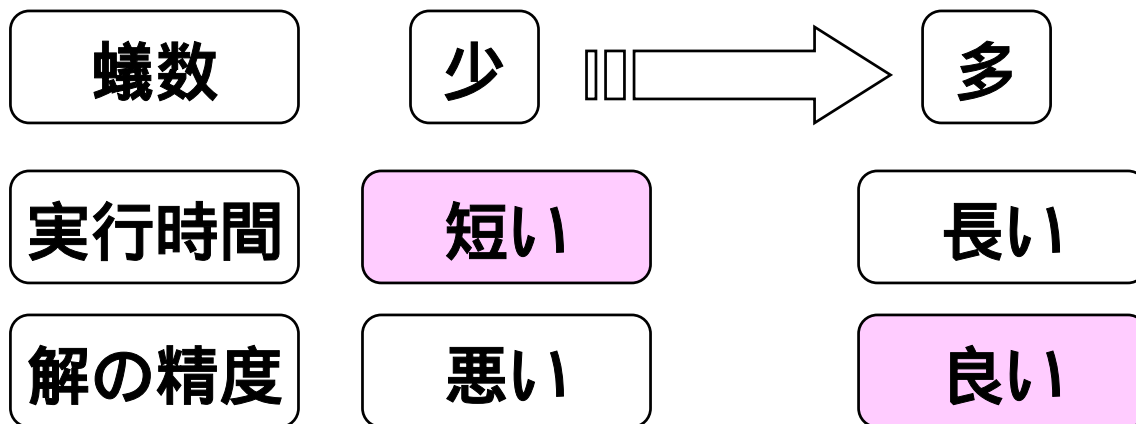
サイクル数



サイクル数

## 結果

準染色数が求まったとしても必ずその値に収束するとは限らない



## 結論

複数の蟻数を用いて実験を行い  
必要最小限の蟻数を見積もる必要がある

## 5.2. 数値実験2

### 目的

Ant Systemの精度を確かめる

DIMACS

染色数が知られている問題を解く

### 結果

・12問中8問の問題を解くことができた

### 結論

この結果は、Tabu Searchを用いた文献の結果と同様であり、Ant Systemの精度は既存のメタヒューリスティックに十分匹敵するものと考えられる。

表2 ANTCOLの蟻数と精度の関係(DIMACS)

| 問題名           | 頂点数 | 枝の存在<br>確率 | 染色数 | 蟻数    |    |    |
|---------------|-----|------------|-----|-------|----|----|
|               |     |            |     | 20    | 30 | 40 |
| le450_5a.col  | 450 | 0.05656    | 5   | 5(7)  |    |    |
| le450_5b.col  | 450 | 0.05676    | 5   | 5(5)  |    |    |
| le450_5c.col  | 450 | 0.09704    | 5   | 5(4)  |    |    |
| le450_5d.col  | 450 | 0.09658    | 5   | 5(3)  |    |    |
| le450_15a.col | 450 | 0.08085    | 15  | 17    | 17 | 17 |
| le450_15b.col | 450 | 0.08086    | 15  | 17    | 16 | 17 |
| le450_15c.col | 450 | 0.16511    | 15  | 5(26) |    |    |
| le450_15d.col | 450 | 0.16580    | 15  | 5(24) |    |    |
| le450_25a.col | 450 | 0.08176    | 25  | 25(1) |    |    |
| le450_25b.col | 450 | 0.08197    | 25  | 25(1) |    |    |
| le450_25c.col | 450 | 0.17167    | 25  | 29    | 29 | 29 |
| le450_25d.col | 450 | 0.17248    | 25  | 29    | 29 | 29 |

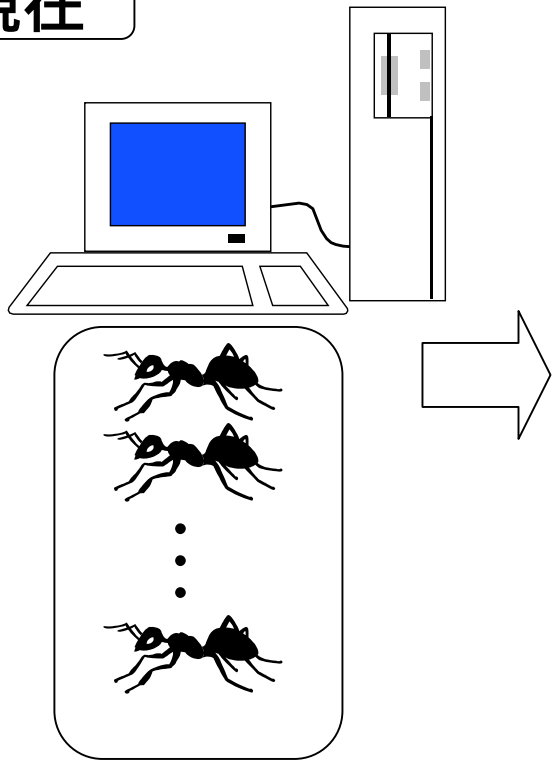
## 6.1. 今後の課題 (Ant Systemの並列化)

蟻数・サイクル数が十分でなかった

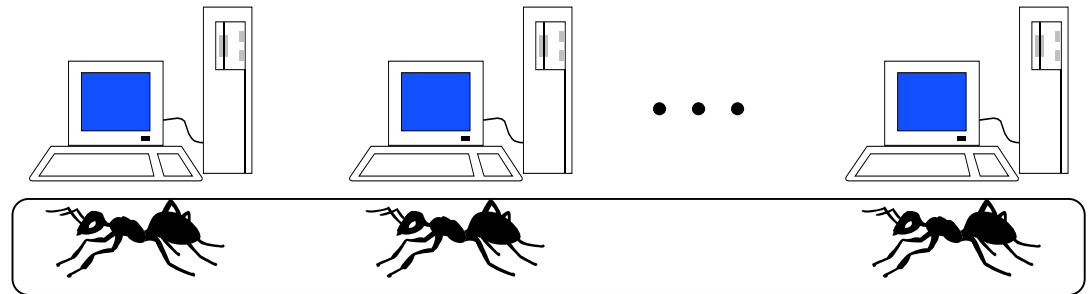


実行時間を減らしたい

現在



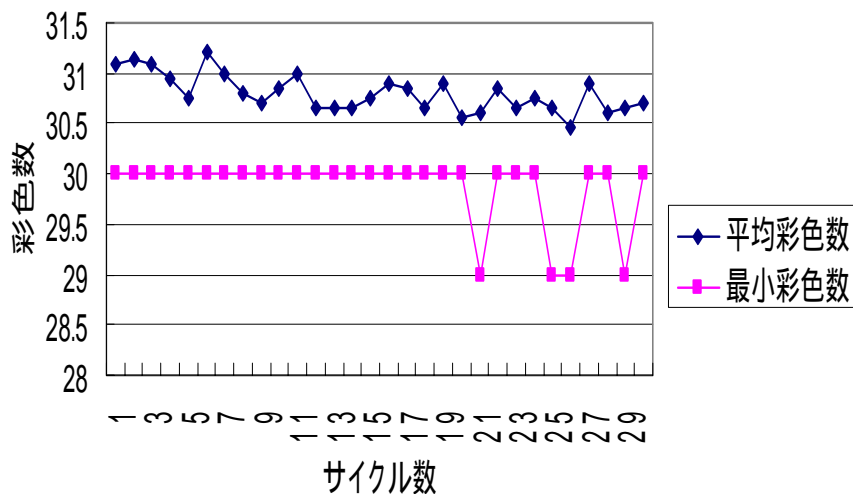
並列化



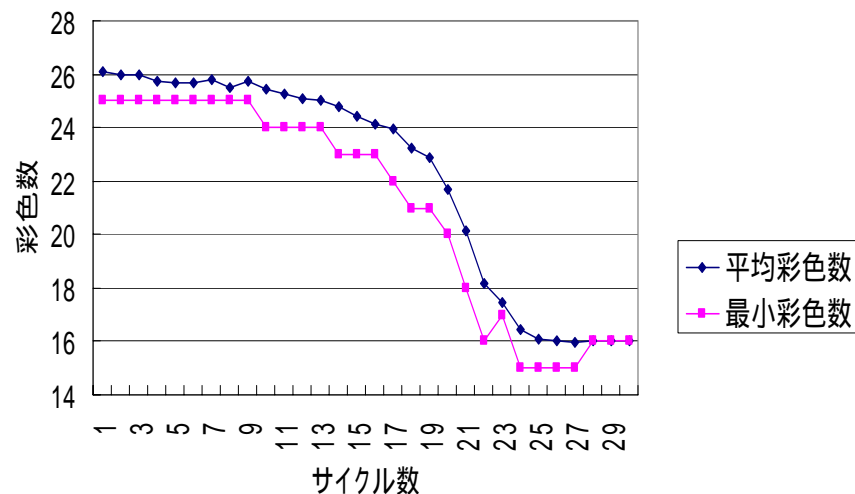
実行時間を約1/コンピュータの台数にすることができる

# 6.2. 今後の課題(フェロモンの蓄積方法の改良)

最小彩色が  
移行して行かない



染色数以外に  
収束する



原因

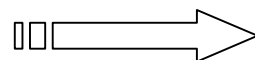
彩色数

小

6



5



大

26



25

フェロモン  
の蓄積量

5:6

25:26

彩色数の小さい解へ移行していく

彩色数の小さい解へ移行していかない

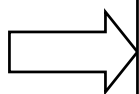
## 7.まとめ

### メタヒューリスティック Ant System

近似解法

組合せ最適化問題

RLF



グラフ点彩色問題

アルゴリズムの原理

プログラムを実装することにより理解

精度

他のメタヒューリスティックに匹敵する

改良の可能性

- 並列化

- フェロモンの蓄積方法の改善