

巡回セールスマン問題に対する Ant System の適用

—局所探索を追加した AntSystem の性能の一視察—

井出 秀和 (沼田 一道 助教授)

1. 序論

巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem : TSP) は、セールスマンがある都市を出発し、与えられた都市すべてを一度ずつ訪問して、再び元の都市へ戻る巡回路の中で、時間や距離に基づく移動費用が最小となる巡回路を求める問題である。TSP の工学的応用例としては、プリント基板のドリル穴あけ問題、運搬経路計画問題等がある。現実的な規模の TSP では探索すべき解候補の数が指数関数的に増大するため、計算時間上、最適解を求めるより実用的な計算時間内で準最適解を求める解法、すなわち近似解法が有効な問題解決手法となる。この近似解法の一つに、近年 Dorigo[1]らによって提案された Ant System アルゴリズムがある。

本研究では、TSP に Ant System アルゴリズムの適用を試みるが、より最適解に近い近似解を獲得するためには局所探索 (良い解の近傍探索) が弱く、効率が悪い。局所探索を追加した Ant System について取り上げ、ベンチマーク問題を用いた数値実験により、性能評価を行う。

2. 巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem : TSP)

2.1 TSP の定式化

本研究では、都市 i から都市 j に移動する時と、都市 j から都市 i に移動するときの費用が等しい、対称型 TSP を取り扱う。任意の都市間に道が一本存在し、各都市間の移動費用はユークリッド距離で与えられるとする。以下に使用する記号を表記する。

n : 都市数

S_n : $\{1, \dots, n\}$ の順列 (巡回路) 全体の集合

$\sigma(i)$: 順列 σ において i 番目に訪問する都市 ($i=1, \dots, n, n+1$)

$\sigma(n+1) = \sigma(1)$ とする (出発点に戻ってくる)

C_{ij} : 都市 i, j 間の移動費用 ($C_{ij} = C_{ji}, i, j = 1, \dots, n, i \neq j$)

Z : 巡回路の総移動費用

以上より TSP は次のように定式化される。

$$\begin{array}{ll} \text{Minimize} & Z = \sum_{i=1}^n C_{\sigma(i)\sigma(i+1)} \\ \text{subject to} & \sigma \in S_n \end{array}$$

2.2 TSP の解法について

TSP の近似解法は数多く存在するが、近似解を求める方法は大きく分けて次のようなものがある。

●構築法 (tour construction method)

n 都市の TSP が与えられたときに、任意の都市間に道が全く生成されていない状態から巡回路を構築していく方法である。例として、nearest neighbor 法、セービング法、greedy 算法等がある。TSP の近似解法として今回使用する Ant System は構築法である。

●改善法 (improvement method, local search)

初期巡回路が生成されているとき、その巡回路をよりコストの小さいものに改良していく方法である。改善法の性能は計算を始める初期巡回路に影響される。代表例として、 λ -opt 法がある。

3. Ant System アルゴリズム

3.1 Ant System の概要

Ant System は、社会性を有する蟻の集団的振る舞いに着想を得たアルゴリズムである。

Ant System の大きな特徴は、解を生成した後、その解を構成した枝（取入れ変数）に解の良さに応じた評価値をつけることである。解を多数生成することにより、各枝に評価値が定まっていく。その評価値が各枝の“選択すべき望ましさ”をあたえ、良質解を構築するための一つの指標となる。Ant System では、多数解を生成し、各枝に評価値を割り当てる一連の処理を1サイクルとし、サイクルを重ねるごとに各枝に定まる評価値を基に解を構築し、最適解との誤差が小さい準最適解の獲得を図るものである。Ant System では、TSP を解く上で、望ましさを表す評価値を“フェロモン情報”と呼ぶ。

3.2 フェロモン情報の割当て方

各枝に割当てられるフェロモン情報(評価値)は、 $n \times n$ (n =都市数)の行列 τ に記憶される。最初、 τ の全ての要素には1がセットされる。構築法により一つの巡回路が生成され、その巡回路のコストを L とすると、任意の枝 (i, j) に対するフェロモン情報の増分量 $\Delta \tau_{ij}$ は (1) により割当てられる。

$$\Delta \tau_{ij} = \begin{cases} \frac{Q}{L} & \text{if 枝}(i, j)\text{が巡回路の構成に使用した} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 Q は任意の定数パラメータである。 L の値が小さいほど、その巡回路を構成する枝に、より大きいフェロモン情報が割り当てられる。

3.3 巡回路の構築法

n 都市のTSPに対して、各サイクルでは ant (構築法) を用いて n 個巡回路を生成する。最初の都市 (出発点) はランダムに選出する。その後、全ての都市を訪問するまで次に進む都市を推移確率 P_{ij} に従って確率的に選択する。推移確率 P_{ij} の定義式を (2) 式に示す。

$$P_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha \cdot [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } h \in \Omega \text{ (未訪問都市の集合)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 τ_{ij} は都市 i と都市 j を結ぶ枝 (i, j) のフェロモン情報であり、大域の見地から枝 (i, j) を選出する可能性を高める。 η_{ij} は $1/d_{ij}$ (d_{ij} は都市 i, j 間のコスト) であり、枝 (i, j) のコストが小さければ大きな値を示す欲張りの指標である。また、 α と β は τ_{ij} と η_{ij} の重みを決定する正のパラメータであり、大域的な指標と欲張りの指標のどちらかに重みをおくことにより、次に進む都市の決定に反映する

3.4 フェロモン情報の蓄積 (更新処理)

フェロモン情報の蓄積は、各サイクルの終わりに定期的に行う。フェロモン情報の蓄積は、現在のサイクルで得られたフェロモン情報 $\Delta \tau_{ij}$ と、前サイクルまでに蓄積されたフェロモン情報を加算することで完成する。ここで、前サイクルまでに蓄積されたフェロモン情報は自然界の類推に従って蒸発係数 $(1-\rho)$ により加算の割合が制御される。(3)式による)

$$\tau_{ij} = \rho \cdot \tau_{ij} + \sum_{k=1}^n \tau_{ij}^k \quad (3)$$

過去の蓄積量 今回の蓄積量

ここで、 τ_{ij}^k は、k回目の解探索で得られた解に対する枝(i,j)のフェロモン情報とする

4. Ant Systemの局所探索追加への試み

Ant System は、より最適解に近い準最適解を獲得するためには非常に多くのサイクル数が必要となる（具体的には数千サイクル以上）。これは、確率的に解を構築するため、強制的に良い解の近傍探索を実行できず、良質解の獲得が遅くなると考えられる。より良質な解への探索を促し、より少ないサイクル数で最適解との誤差が小さい準最適解を獲得するため、以下のメカニズムを追加した。

4.1 局所探索法 (local search) - 2-opt 法 - の導入

解 x を少し変形して得られる解の集合を x の近傍と呼び $N(x)$ とする。局所探索法 (LS法) は、 $N(x)$ 内に x より良い解があればそれに置き換えるという操作を可能な限り反復する方法である。Ant System において、各サイクルで生成された n 個の巡回路に LS法を適用して解の改善を行う。その上でフェロモン情報を形成する。本研究では、局所探索法として 2-opt 法を採用した。2-opt 法の操作は以下の通りである。

<2-opt 法>

step 1 : 巡回路を一つ生成する

step 2 : 巡回路の 2 本の枝(a,b)と(c,d)を削除し、枝(a,c),(b,d)を加えたとき巡回路の長さが減少すれば新しい枝に交換する

step 3 : 長さが減少するまで step 2 を繰り返す

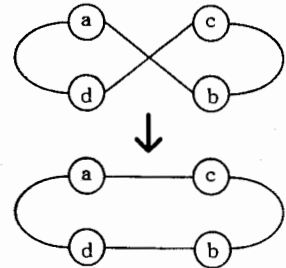


図1 2-opt 法

4.2 エリート戦略の導入

改善法である 2-opt 法によってよりコストの小さい解を得るためには、構築法で作る巡回路が最適巡回路と多くの枝を共有していることが望ましい。そこで、Ant System の構築法が最適巡回路の枝を採用するように、[2]で提案されている“エリート戦略”の構想を導入した。すなわち、各サイクルにおいてコストが最小の巡回路を構成した枝に対し、(3)式によるフェロモン情報の蓄積に加え、(4)で定義するフェロモン情報を蓄積する。

$$\Delta \tau_{ij}^* = \begin{cases} n \cdot \frac{Q}{L_{\min}} & \text{if 枝}(i,j) \text{ が最小コスト } L_{\min} \text{ の算出に使用した} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

この操作によって、良質な解を構成する枝（大域的見地から望ましい枝）にフェロモン情報が過剰に蓄積され、その枝が選択される確率が高まる。

5. 数値実験及び結果

5.1 実験方法

数値実験では、TSP のベンチマーク問題で知られる、Heidelberg 大学の G.Reinelt によって収集された問題集 TSPLIB95 中の問題を使用した。その問題に対し、それぞれに 2-opt 法を組み合わせた 4 つの構築法を用いて解き、各解法の性能を比較検討する。4 つの構築法は、“Ant System”、Ant

System にエリート戦略を加えた“Ant System+elite”、ランダムに枝を選択して巡回路を構成する“Random生成”、そして2-opt法との組み合わせに比較的良好とされる“saving法”である。反復回数は、Ant Systemについては50サイクル、Random生成はAnt Systemにあわせて、都市数=nのとき(50×n)回、saving法についてはn回とした。試行回数を10回とし、反復回数終了したまでに得られた準最適解について検討する。

5. 2 実験結果

数値実験の結果を表1に示す。表中の準最適解の平均は10回の試行の平均を示し、括弧内の数値は準最適解の平均が最適解の何パーセント増しかを表している。

表1. 2-opt法を組合わせた各解法のパフォーマンスの比較

問題 解法	eil51 最適解426		eil76 最適解538		rat99 最適解1211		eil101 最適解629	
	準最適解の平均	最良解	準最適解の平均	最良解	準最適解の平均	最良解	準最適解の平均	最良解
A.S.	426.9(0.211%)	426	540.4(0.446%)	538	1217.1(0.504%)	1212	637.8(1.399%)	635
A.S.+elite	426.5(0.117%)	426	538.1(0.019%)	538	1212.0(0.000%)	1211	633.0(0.636%)	629
Random生成	427.3(0.305%)	426	545.1(1.319%)	539	1219.3(0.685%)	1212	639.6(1.685%)	633
saving法	431.0(1.173%)	431	553.0(2.788%)	545	1300.0(7.349%)	1300	645.0(2.544%)	645

6. 考察

数値実験の結果より、エリート戦略を追加したAnt Systemに2-opt法を組合わせたものは、都市数が増大しても準最適解の平均は1%増し以下となっており、他の解法と比べて安定している。また、どの問題についても最適解を獲得することができた。エリート戦略を追加したAnt Systemは、解を構築する上で大域的に望ましい枝を取入れる確率が高く、またフェロモン情報も2-opt法で改善されたコストの小さい巡回路が蓄積の対象となっているので、このシステムが解法の性能を高めたと考えられる。Ant Systemに2-opt法を適用したのものについては、Random生成と比較すると、解の精度にあまり大きな違いはみられない。これは、良質な解を構成する枝にフェロモン情報が多く蓄積されるにはサイクル数が十分でないため、Ant Systemの生成した初期巡回路が2-opt法の性能を高めることができなかつたと考えられる。saving法については、解の精度は最も悪いが、反復回数が少なく良質解が得られるのは有効である。

7. まとめ

本研究では、Ant System アルゴリズムに、エリート戦略、局所探索法(2-opt法)を追加することにより、解法の性能が高まるという有効性を確認できた。しかし、最適解に近い準最適解を獲得するにはある程度のサイクル数が必要であり、問題の規模が大きくなると計算時間に及ぼす影響が大きい。Ant Systemの構成は比較的単純なので、並列化するのが望ましい。

【参考文献】

- [1]A.Coloni,M.Dorigo,V.Maniezzo：“An investigation of some properties of an Ant algorithm”，Elsevier Science Publishers, B.V.509-520(1991)
- [2]B.Bullnheimer,Richard F.Hartl,C.Strauss：“A New Rank Based Version Of The Ant System”，University of Vienna, Institute of Management Science(1997)
- [3]山本芳嗣,久保幹雄：“巡回セールスマンへの招待”，シリーズ現代人の数理,朝倉書店(1997)