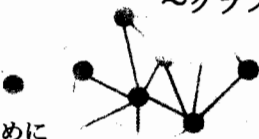


小選挙区決定問題

～グラフを用いた定式化と近似解法～

稲生 匡昭 (沼田一道助教授)



1. はじめに

国民一人一人が平等な権利を持つことは、民主主義の基本原則である。しかし、実際には、我々の権利の代表者である議員数の配分さえ、平等なものではない。良く知られているように、「一票の格差」と呼ばれるものが存在する。ここで、一票の格差を出来る限り小さくし、国民の権利をより平等にするには、どうすれば良いのかと言う問題が生じてくる。この問題は、従来の中選挙区制の下では、各選挙区に議員定数を出来る限り公平に配分する議員定数配分問題として扱われてきた。しかし、平成8年度衆議院に小選挙区制が導入されたため、1小選挙区に1人の議員を配分するようになった。ここで、議員定数を配分する問題とは別に、どのように小選挙区を構成するかという問題が生じてきた。ある地域を最も平等な小選挙区に分割することは、原理的には、全ての分割の仕方を列挙して調べさえすれば可能である。しかし、対象となる都道府県が鳥取県や島根県などのように市区町村数、小選挙区数共に少ない県であれば良いが、実際には殆どの都道府県においては、膨大な時間を必要とし、実際上不可能である。そこで、本研究では、出来るだけ均等でまとまりのある小選挙区分割が得られるような近似解法を提案する。

2. 小選挙区決定問題

小選挙区決定問題とは、対象とする大地域（都道府県）を、そこに分配された議員数分の小選挙区に分割する問題である。この時、全ての小選挙区ができるだけ均等な有権者数を持つように分割したい。また、小選挙区の構成単位（小地域と呼ぶ）を都道府県内の市区町村とすると、小選挙区を決定する時の条件としてその小選挙区に含まれる小地域は“つながっている”（境界を共有している）ことが望ましい。ここで、小選挙区決定問題をグラフによって表現する。まず準備として、小地域を一つの点で代表させる。この各小地域を代表する頂点には有権者数が対応付けられる。また、小地域同士が接している時には、それらを代表している頂点同士を枝で結ぶ。

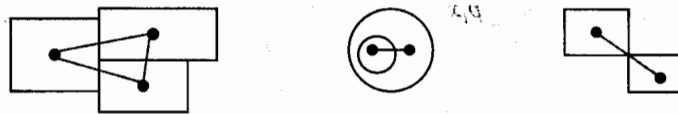


図1 グラフ例

3. グラフによるモデル化

グラフ G とは、頂点と呼ばれる要素の有限集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ と、それらをつなぐ枝と呼ばれる集合 E からなり、 $G = (V, E)$ と記される。枝 $e = (v_i, v_j)$

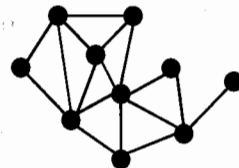


図 2.1 グラフ

が存在するとき、頂点 v_i, v_j は隣接するという。小選挙区決定問題は、小地域を点とし、その接続を枝で表したグラフ G を小選挙区 R_1, R_2, \dots, R_m に分割することである。そのとき、部分グラフ $R_j = G(V_j, E_j)$ は連結しており以下の条件を満たしている。

$$V_a \cap V_b = \phi, \quad (a \neq b), \quad a, b \in N, \quad \bigcup V_j = V$$

ここで、小地域の内、1つの小地域としか隣接していないものは、1小選挙区当たりの平均有権者数（全有権者数を小選挙区数で割ったもの）と比較して、その $1/3$ 以下である場合、その唯一接している小地域とは、必ず同じ小選挙区に配分されるため（一票の格差が 3.00 倍以内であれば合憲）、初めに同じ小地域と見なすような前処理を施す。以下では、例題として、千葉県における 46 の小地域（市区町村）を千葉県選出の議員数 12 の小選挙区に分割する。

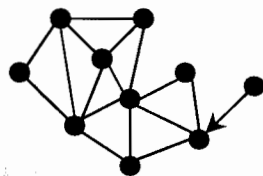


図2.2 グラフG

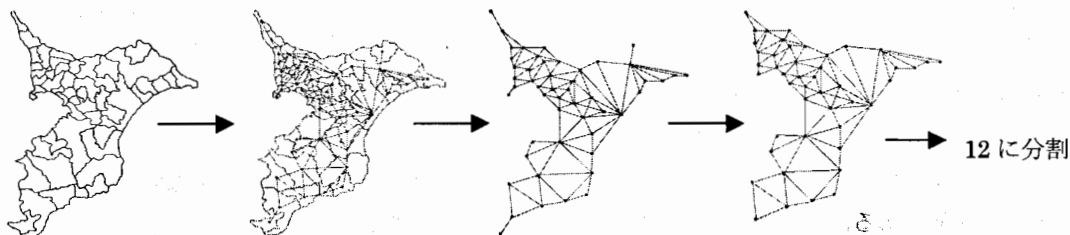


図3 千葉県グラフ

4. モデルの定式化

n を小地域の総数、 m を小選挙区数、 N を小地域の集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 、 M を小選挙区の集合 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 、 p_i を小地域 i の有権者数とする。さらに、小地域 i が小選挙区 j に所属しているか否かを表す変数を x_{ij} ($i \in N, j \in M$) とする。 $x_{ij} = 1$ のとき、小地域 i の有権者は小選挙区 j に所属していることを表し、 $x_{ij} = 0$ のとき、小地域 i の有権者は小選挙区 j に所属していないことを表す。以上の前提の下に於いて小選挙区決定問題は次のように定式化される。

$$\text{Minimize} \quad \frac{\max_{j \in M} \sum_{i \in N} p_i x_{ij}}{\min_{k \in M} \sum_{i \in N} p_i x_{ik}}$$

制約条件

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = 1, \quad i \in N$$



(1)

1 図

$$\{i | x_{ij} = 1\} \text{ から誘導される部分グラフ } R_j \text{ は連結} \quad (2)$$

目的関数は有権者数の最大の小選挙区を有権者数の最小の小選挙区で割ることにより「一票の格差」を求め、それを最小化することを示している。(1) は小地域の所属に関する制約条件で全ての小地域 i は何処かの小選挙区に所属しなければならない。(2) は小選挙区に関する条件で小選挙区は必ず連

結した小地域からなっていることを表す。

5. 1 提案するアルゴリズム

本研究において、以下の2つの方法を基にしたプログラムを作成した。

1. 都市数を小選挙区に分ける全ての組み合わせを計算し、そこで得られる「一票の格差」を比較することにより最適値（「一票の格差」の最小値）を得る厳密解法。
2. 有権者の平均値を中心としてその周りに一定の区間を定め、小選挙区の有権者数をその区間に入るように調整していく近似解法。

第1の方法では、確実に最適値が得られるが小地域数、小選挙区数が多いと計算量が膨大になり非現実的である。第2の方法は、計算量は少ないが、求まる値は近似値である。

5. 2 選挙区分割近似解法

Step1 m, n を入力する。

小地域の有権者数 p_i と小地域同士の隣接関係（隣接行列）を読み込む。

Step2 $\mu = 1$ 小選挙区当りの平均有権者数； $\rho := \infty$. (現在までに得られている最小格差)

Step3 $i := 1, 2, \dots, n$ について、 $p_i > \mu$ ならば、第 i 小地域を1つの小選挙区に割り当てる。残りの小選挙区数を改めて m とする。未割り当ての小選挙区数を改めて n とする。

$K := 0$ とする。

Step4 $K := K + 1$ ； 配分目標値 $LB := \mu$ とする。 $(1, 2, \dots, n)$ のランダムな順列 $\sigma(i)$ を生成する。(Step3で小選挙区に割り当てられた小地域は除く.)

Step5 $\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(n)$ の小さい順に小地域を m 個の箱に詰めていく。(最初、箱は全て空になっている。) 但し、箱番号の若い順に、有権者の合計が LB を超えていない箱で、隣接する小地域が既に入っている箱かそのようなものがなければ空の箱に入れていく (m の箱に入りきらなければ停止)。もし空の箱が出来たら、 $LB = LB - \delta$ して、Step6を繰り返す。

Step6 $\sum p_i$ が最大 (最小) の箱について、他の箱との間で、小地域の移動/入れ替えを行う。

但し、移動/入れ替えは、箱内の連結性が保たれ、格差が減少するか同じになる場合に限る。入れ替えが不能になるまで繰り返す。

Step7 格差を計算し、 ρ より、小さければ、現在の小地域配分を X に格納し、 ρ を更新。

Step8 K が予め決めた値を超えたら、配分 X 、格差 ρ を出力して終了。さもなければ Step5 へ行く。

実行例) 右図のようなグラフとそれを構成する小地域の有権者数の場合を例に取る。仮に小選挙区数を5とし、Step4の時の σ の値を順に $\{7, 8, 1, 2, 9, 3, 6, 5, 4\}$ とする (i の順番で $\{3, 4, 6, 9, 8, 7, 1, 2, 5\}$) 。

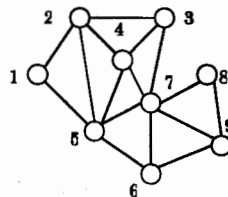


図 4.1 Step1

表 1 小地域の有権者数

| 番号 | 有権者数 | 番号 | 有権者数 |
|----|------|----|------|
| 1 | 20 | 6 | 45 |
| 2 | 5 | 7 | 9 |
| 3 | 24 | 8 | 18 |
| 4 | 32 | 9 | 27 |
| 5 | 15 | 合計 | 195 |

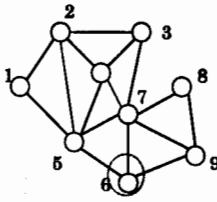


図 4.2 Step3

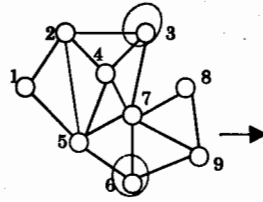


図 4.3 Step5

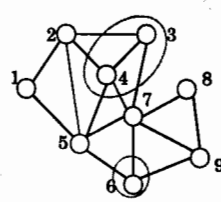


図 4.4 Step5

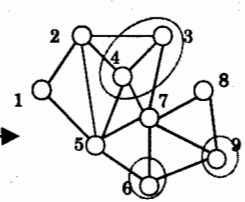


図 4.5 Step5

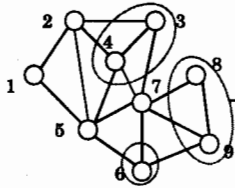


図 4.6 Step5

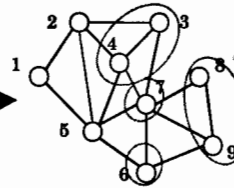


図 4.7 Step5

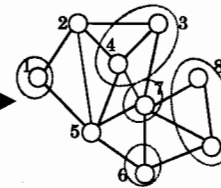


図 4.8 Step5

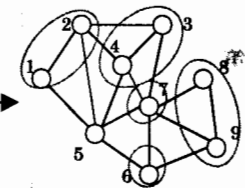


図 4.9 Step5

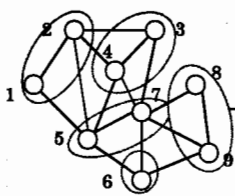


図 4.10 Step5

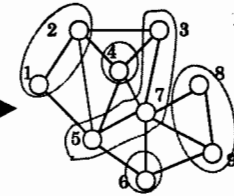


図 4.11 Step6

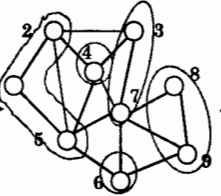


図 4.12 Step6

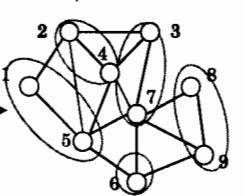


図 4.13 Step6

6. 結果

実行結果

一票の格差 1.315 倍



平成 8 年度衆議院選挙
時の小選挙区

一票の格差 1.280 倍



7. まとめ

本研究では、グラフを用いて小選挙区決定問題を定式化し、準最適分割を求め、近似解法を提案した。全ての組み合わせを列挙する厳密解法も試してみたが、あまりに計算量が多すぎるため、比較的市区町村数の少ない県か又は小選挙区数の少ない県（島根県や鳥取県など）でしか使用できなかった。そのため、一般的には近似解法に頼らざるを得なかった。しかし、実際の問題においては最適解であることが望ましい。厳密な最適解を求める方法の研究は今後の課題である。

8. 参考文献

- [1] 大山達雄：最適化モデル分析，日科技連，1993.
- [2] 国会議員要覧，国政情報センター，平成 8 年度版.
- [3] 仙波一郎：組み合わせアルゴリズム，サイエンス社，1989.
- [4] 選挙結果調，平成 8 年度衆議院議員選挙，千葉県選挙管理委員会，平成 8 年度版.
- [5] Niklaus. Wirth, (片山卓也訳)：アルゴリズム+データ構造=プログラム，科学技術社，1979.