

巡回セールスマン問題に対する

Ant Systemの適用

—局所探索を追加したAnt Systemの一視察—

4495013 井出 秀和(沼田研究室)

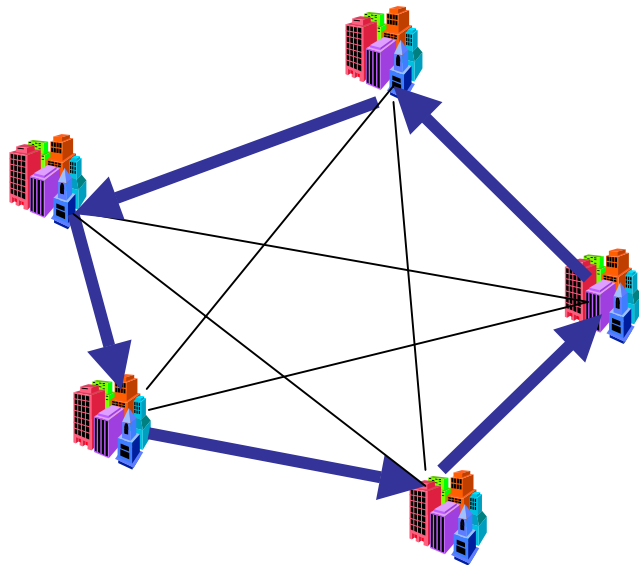
1. はじめに

本研究で取り扱う問題

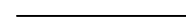


巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem : TSP)

与えられた全ての都市を一度ずつ訪問し元の都市へと戻ってくる巡回路の中で、距離や移動時間等の総費用が最小となる巡回路を1つ求める問題である。



:都市



:都市間の道



:巡回路

T S P

n都市を訪問する場合、巡回路は $(n-1)!/2$ 通り存在する

都市数が大きくなると、巡回路の数は指数関数的に増加し、最適解を求めるのは困難

実用的な計算時間で準最適解を求める『近似解法』の研究は重要である

本研究の目的

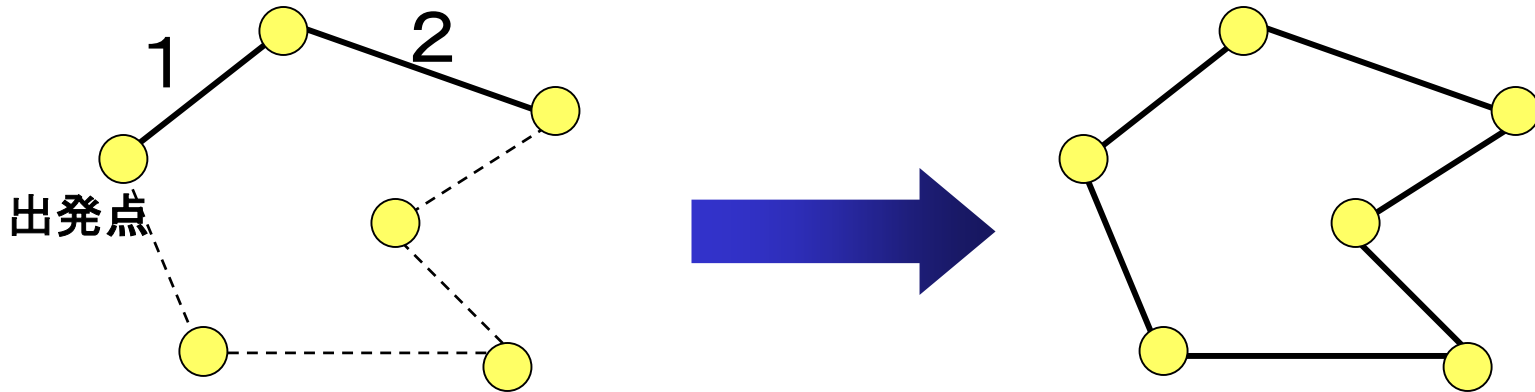
巡回セールスマン問題に対し、比較的新しい近似解法の枠組みである『**Ant System**』を適用し、数値実験を通して『**Ant System**』の評価・改善を行う

特に

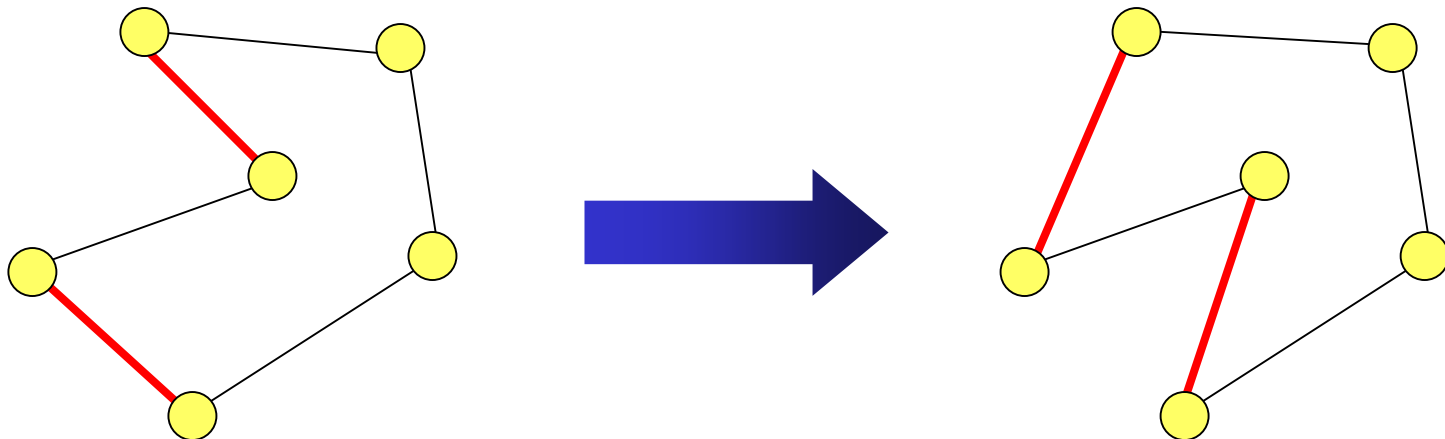
- 改善した『**Ant System**』についてその有効性を検証する

2. TSPの近似解法について

● **構築法** 逐次枝を取り入れ、巡回路を生成



● **改善法** 初期巡回路を改良して新しい巡回路を生成

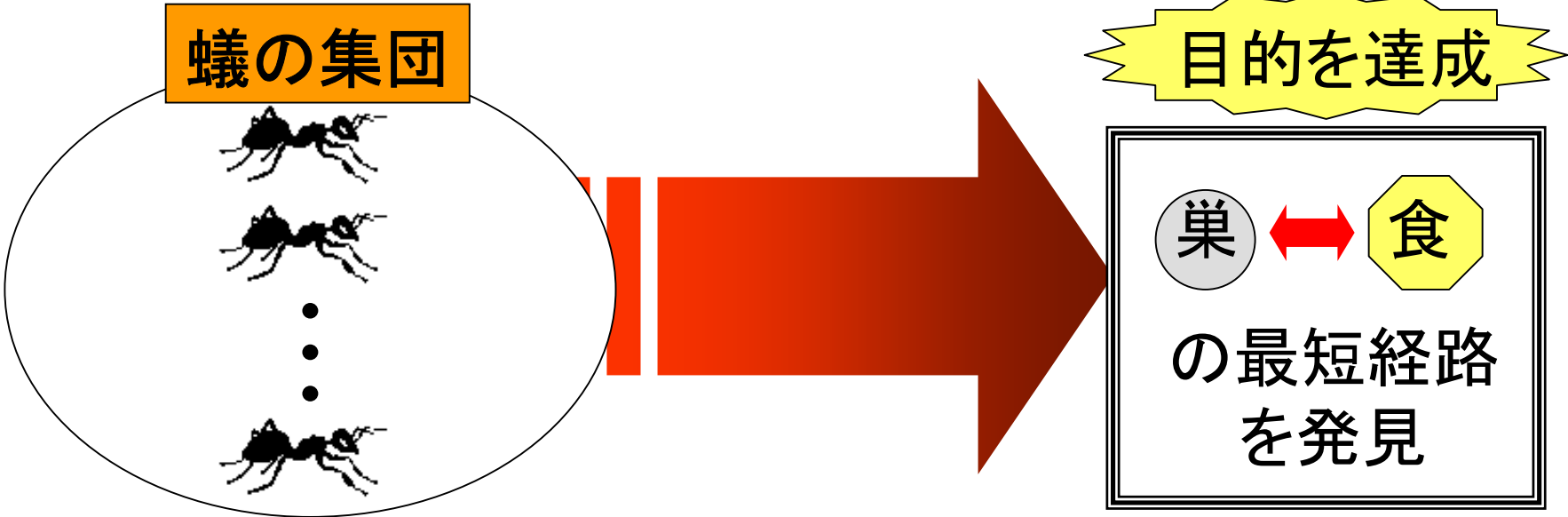


3. *Ant System*について

Ant Systemアルゴリズム

蟻の集団の餌探しの行動から導かれたアルゴリズム

蟻の相互作用が探索効果を生む



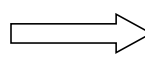
Ant Systemで



蟻の集団



構築法



多数回の構築法の実行

} アルゴリズムを形成

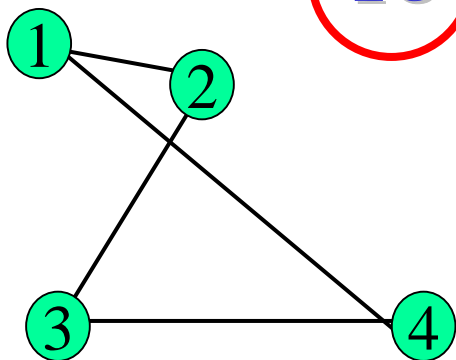
Ant Systemの特徴

巡回路を一つ生成した後に
巡回路の構成枝に、巡回路のコストに比例した評価値をつける

フェロモン情報 τ

巡回路のコスト

13



$$\Delta \tau[1,2] = Q/13$$

$$\Delta \tau[1,4] = Q/13$$

$$\Delta \tau[2,3] = Q/13$$

$$\Delta \tau[3,4] = Q/13$$

$$\Delta \tau[1,3] = 0$$

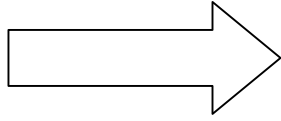
$$\Delta \tau[2,4] = 0$$

構成枝

Q は正の定数

この操作をたくさん実行することにより、全枝に評価値が定まりよりコストの小さい巡回路の構成に役立てる

フェロモン情報



$n \times n$ の行列 $\Delta\tau$ に記憶される

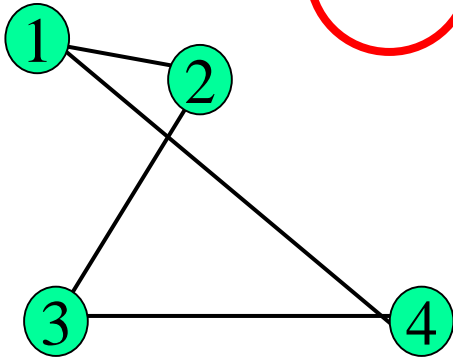
4×4の記憶行列 $\Delta\tau$

1 2 3 4

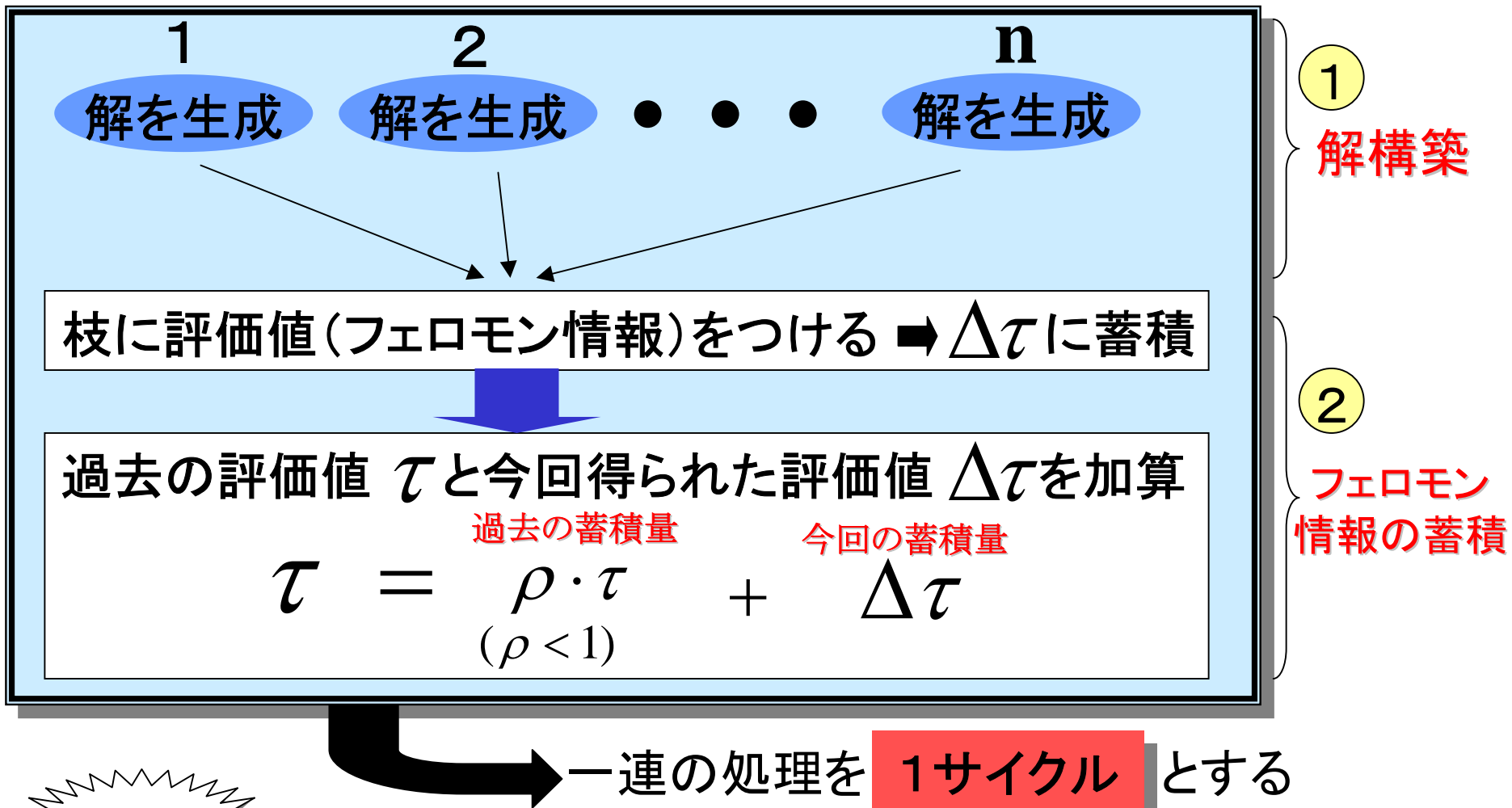
$$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & Q/13 & 0 & Q/13 \\ Q/13 & 0 & Q/13 & 0 \\ 0 & 0 & Q/13 & Q/13 \\ Q/13 & 0 & Q/13 & 0 \end{pmatrix}$$

巡回路のコスト

13



Ant Systemの基本構成 (都市数=nのTSPの場合)



戦略

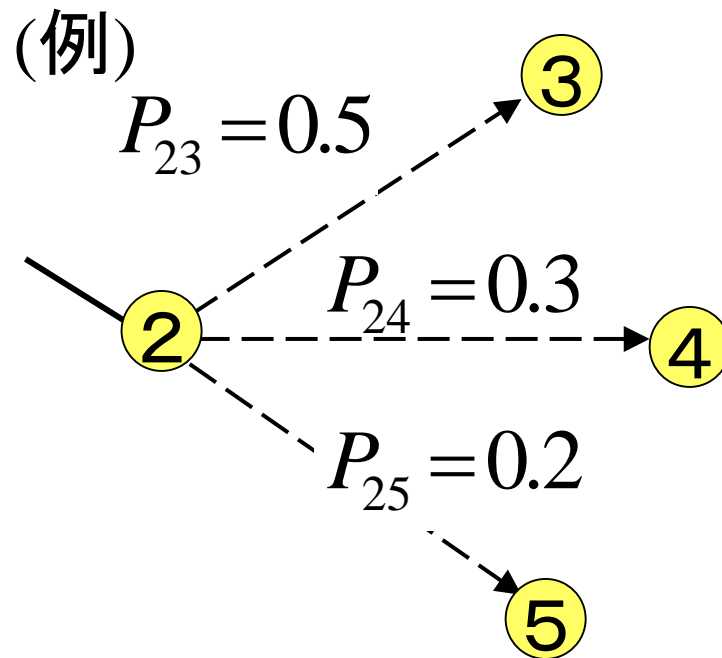
サイクルを重ねるごとに、各枝に定まっていくな評価値 τ をもとに解を構築し、最適解に近い準最適解を獲得する

巡回路の構築法

1. 出発点をランダムに選出
2. 既に訪問していない都市について、それぞれ推移確率 P_{ij} を計算

推移確率の計算式

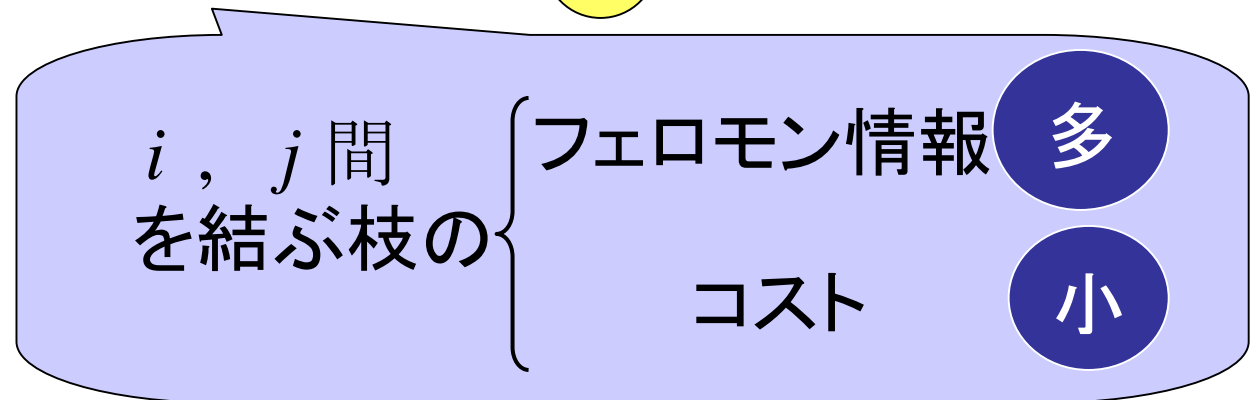
$$P_{ij} = \frac{[\tau_{ij}]^{\alpha} \cdot [\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{h \in \text{未訪問都市の集合}} [\tau_{ih}]^{\alpha} \cdot [\eta_{ih}]^{\beta}}$$



3. 推移確率をもとに、次に移る都市を確率的に選出する

巡回路を構築

推移確率の決め方 のポイント



↓

推移確率を高く設定する

4. Ant Systemの改善案の検討

現状のAnt System

最適解に近い準最適解を得るのにサイクル数が非常にかかる

〔 千サイクル以上 → 最低でも $1000 \times n$ 個巡回路を生成 〕

都市数

原因

確率的に解を構築するため
良い解の生成に強制力がない

◎ 実行回数であるサイクル数を少なくし、良質な準最適解を得る

Ant Systemの効率化

改善案1

改善案2

改善案1

局所探索法(LS法)を追加する

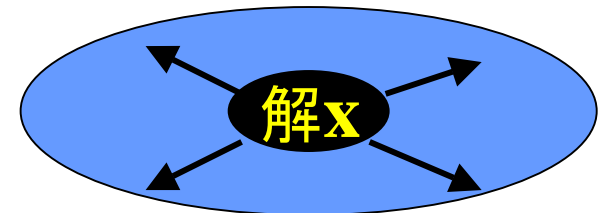
局所探索法とは

解 x を変形して得られる解集合 $N(x)$ 内を探索



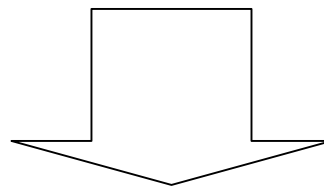
良い解があればそれに置き換える

LS法のイメージ



近傍解の集合 $N(x)$

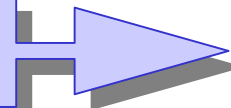
Ant Systemの生成解(巡回路)をLS法で改善していく



良い解の獲得が早まる

サイクル数の減少

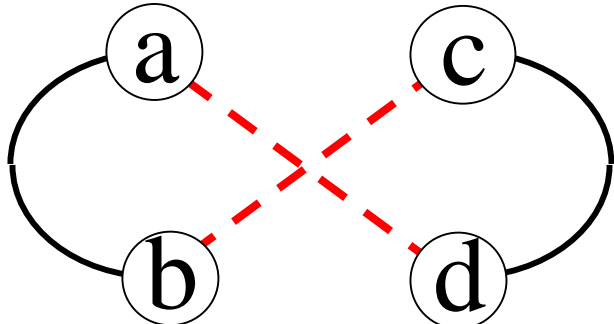
本研究で用いるLS法



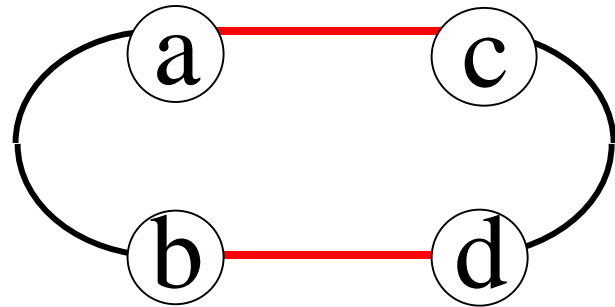
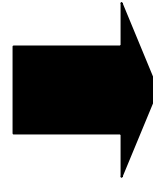
2-opt法

2-opt法の操作

巡回路の総コストが小さくなるように2つの枝を交換



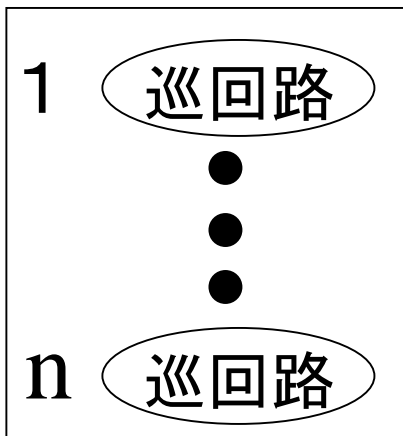
枝(a, d), (b, c)を削除



枝(a, c), (b, d)を追加

A.S.+2-opt の各サイクル中の動き

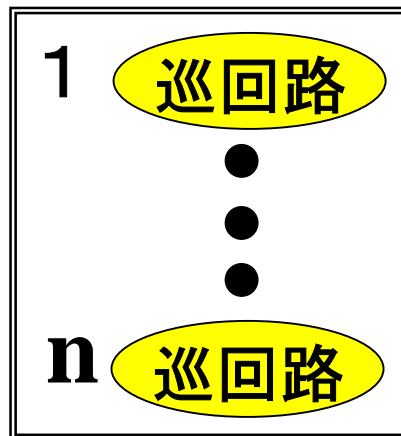
《初期解》



2-opt法で改善



《良質解》



フェロモン
情報の形成



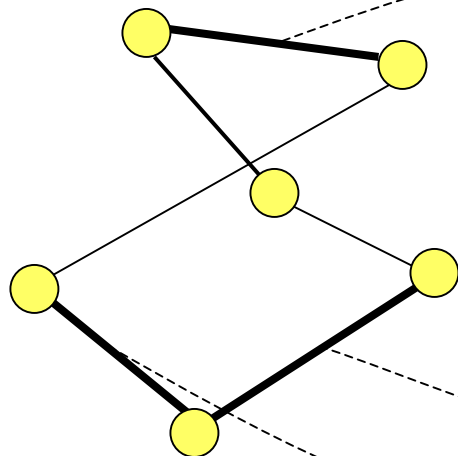
改善案1 を導入するにあたり

2-opt法の性能は初期巡回路に影響する

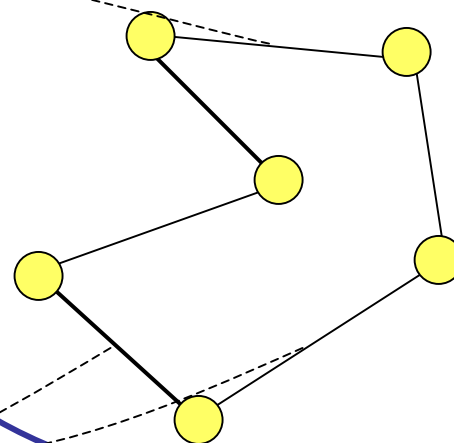
ことに注目！

2-opt法でより良い解を得るためには、初期巡回路が最適巡回路の枝を多く含むことが望ましい

初期巡回路



最適巡回路



コストの小さい巡回路ほど、最適巡回路の枝を多く含んでいると考えられる



解を構築する上で、過去においてよりコストの小さい巡回路の枝をできるだけ採用するようにする

そこで

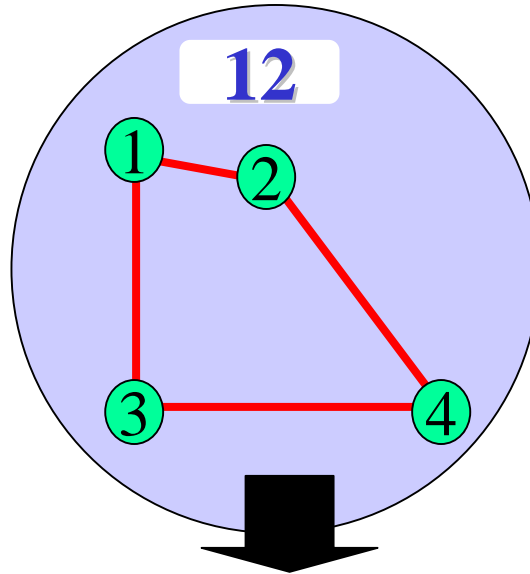
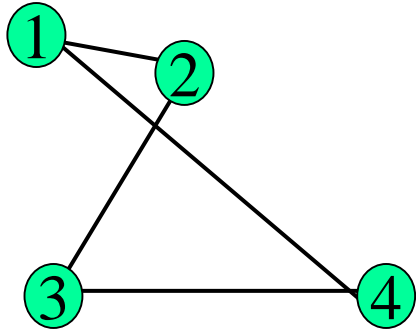
Ant Systemの各サイクルで求めたn個の巡回路のうち、一番コストが小さい巡回路の枝に対するフェロモン情報を他より多く蓄積する



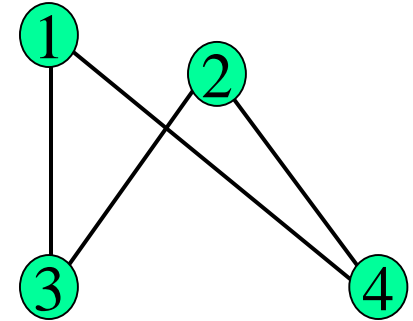
改善案2

エリート戦略を導入する

巡回路のコスト **13**



15



コストが最小の巡回路の枝のフェロモン情報を多くする

$$\Delta \tau[1,2] = Q/12 + 4 * Q/12$$

$$\Delta \tau[1,3] = Q/12 + 4 * Q/12$$

$$\Delta \tau[2,4] = Q/12 + 4 * Q/12$$

$$\Delta \tau[3,4] = Q/12 + 4 * Q/12$$

通常フェロモン情報 $Q/12$ を n (=都市数) 倍したものを追加

5. 数値実験

数値実験1

最大サイクル数=50サイクルのもとで **A.S.+2opt+elite** を用いて都市数が200程度のTSPを解き、その性能を検証する

10回の試行によるA.S.+2opt+eliteの結果

問題名	eil51	eil76	rat99	eil101
項目	都市数 51 最適解 426	都市数 = 76 最適解 538	都市数 = 99 最適解 1212	都市数 = 101 最適解 629
準最適解の平均	426.5	538.1	1212.0	633.0
解の精度	0.117%	0.019%	0.000%	0.636%
最良値	14379	538	1212	629

問題名	lin105	pr124	pr136	u159	rat195
項目	都市数 105 最適解 14379	都市数 124 最適解 59030	都市数 136 最適解 96772	都市数 159 最適解 42080	都市数 195 最適解 2323
準最適解の平均	14379.0	59030.0	97128.2	42080.0	2359.0
解の精度	0.000%	0.000%	0.368%	0.000%	1.550%
最良値	14379	59030	96920	42080	2356

数値実験2

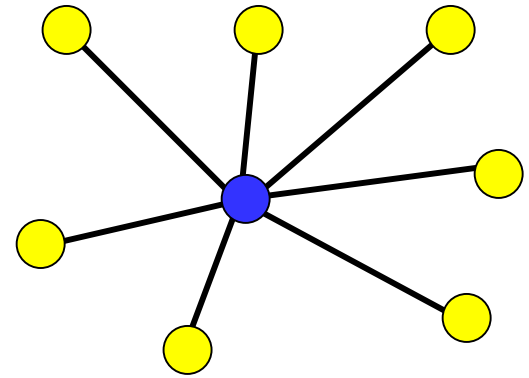
様々な構築法で初期巡回路を構成し、2-opt法で改善する方法について各々の性能を比較

比較する構築法とその条件

(都市数= n)

初期解の構築法	A.S.	A.S.+ elite	ランダム生成	saving法
巡回路の生成数 (個)	$50 \times n$ (50サイクル)	$50 \times n$ (50サイクル)	$50 \times n$	n
試行回数 (回)	10	10	10	1

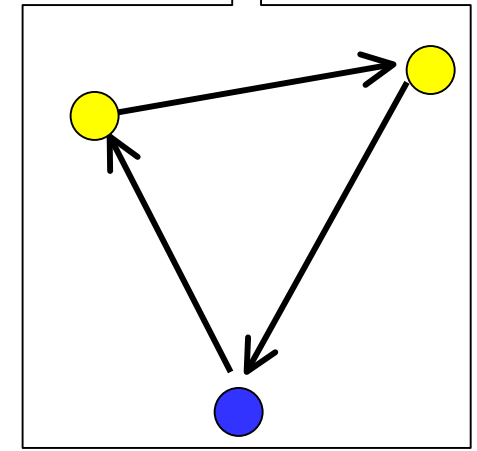
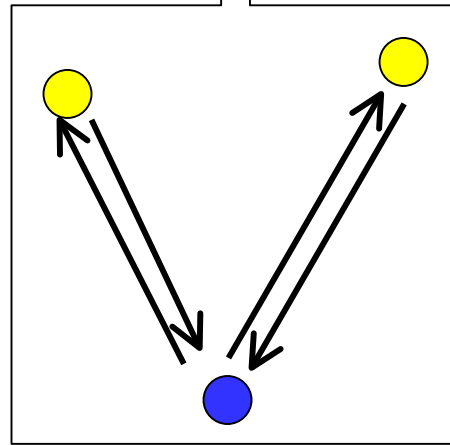
saving法の手順



1 初期都市(●)を決め、その都市と全ての都市を結ぶ

2 ●と隣接している任意の2都市について、セービング値を計算する

$$\text{セービング値} = \text{コストA} - \text{コストB}$$



3 セービング値が最大の2都市間を結び、巡回路の枝とする
その都市が●以外の都市と繋がっていれば●との隣接をはずす

数値実験2の結果

様々な構築法で初期解を生成し2-opt法で改善する方法の性能比較

問題 解法	eil51 都市数=51 最適解 426		eil76 都市数=76 最適解 538		rat99 都市数=99 最適解 1211		eil101 都市数=101 最適解 629	
	準最適解	最良解	準最適解	最良解	準最適解	最良解	準最適解	最良解
A.S.+2-opt	426.9 [0.211%]	426	540.4 [0.446%]	538	1217.1 [0.504%]	1212	637.8 [1.399%]	635
A.S.+2-opt +elite	426.5 [0.117%]	426	538.1 [0.019%]	538	1211 [0.000%]	1211	633 [0.636%]	629
Random生成 +2-opt	427.3 [0.305%]	426	545.1 [1.319%]	539	1219.3 [0.685%]	1212	639.6 [1.685%]	633
saving法 +2-opt	431 [1.173%]	431	553 [2.788%]	545	1237 [2.147%]	1237	645 [2.544%]	645

※[]内の数値は解の精度を表す

数値実験2の結果に対する考察

● **A.S.+ elite+2-opt** が一番性能が高い

⇒ Ant Systemのフェロモン情報を利用した解構築が有効である

● **A.S.+ 2-opt** は **ランダム生成+ 2-opt** と性能に違いがない

⇒ Ant Systemの有効性を強調できない

● **A.S.+ 2-opt** } は **saving法+ 2-opt** より性能が良い

A.S.+ elite+2-opt }

⇒ Ant Systemが2-opt法との組み合わせに適している

6. 総括的結論

200都市程度のTSPにおいて、本研究で提案した改善案

Ant Systemに**2-opt法**、**エリート戦略**を追加により

50程度のサイクル数で、Ant Systemの性能を高めることができた

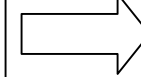
今後の展望

- 200都市以上のTSPで改善案の有効性を検証

特にエリート戦略について深く考察する必要がある

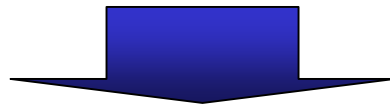
フェロモン情報の追加量

$$n \cdot \frac{Q}{L}$$



都市数の増加
に対応できるか

- Ant Systemはアルゴリズムの構成上、並列化に対応できる



並列計算機上でAnt Systemを実行し、その有効性を検証