

# 小選挙区決定問題

～グラフによる定式化と近似解法～

沼田研究室

4495016

稲生 匡昭

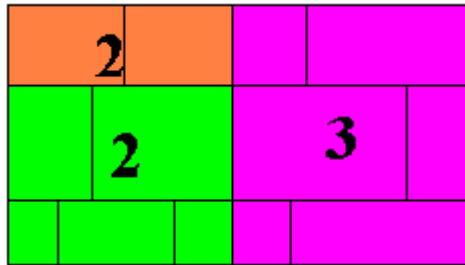
## 発表構成

1. はじめに
2. グラフによる小選挙区決定問題のモデル化
3. 提案するアルゴリズム
4. 実験結果
5. まとめ

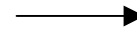
# 1.はじめに

議員数(7)

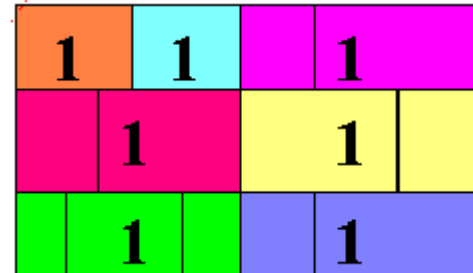
選挙区数(3)



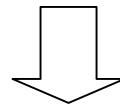
中選挙区制



選挙区数(7)



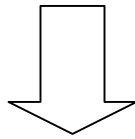
小選挙区制



出来るだけ均等な有権者数を持つように分割したい。

## 1.1 小選挙区決定問題

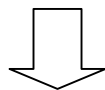
基本的に同じ小選挙区に所属している市区町村は繋がっていないなければならない。



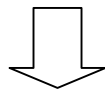
グラフを用いて問題を表現する。

## 1.2 グラフへの変換

小選挙区の構成単位(小地域)を都道府県(大地域)の市区町村とする。この時、小地域を一つの点で代表させる。

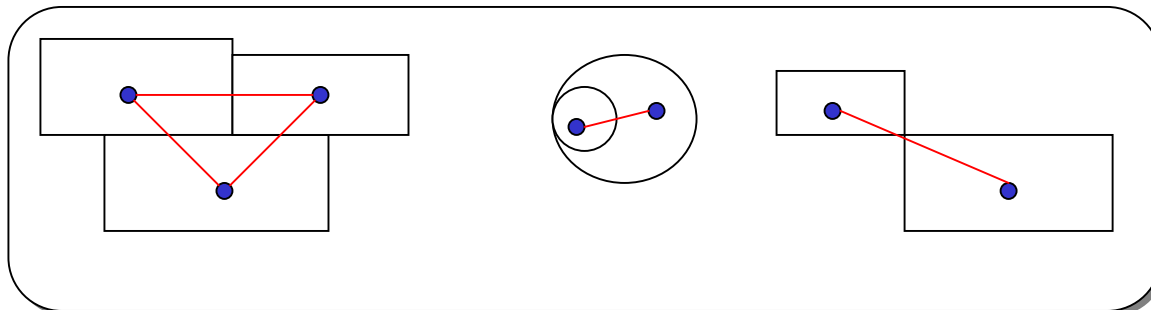


各小地域を代表する点には有権者数を対応させる。



小地域同士が接している場合にはそれらを代表する点同士を枝によって結ぶ。

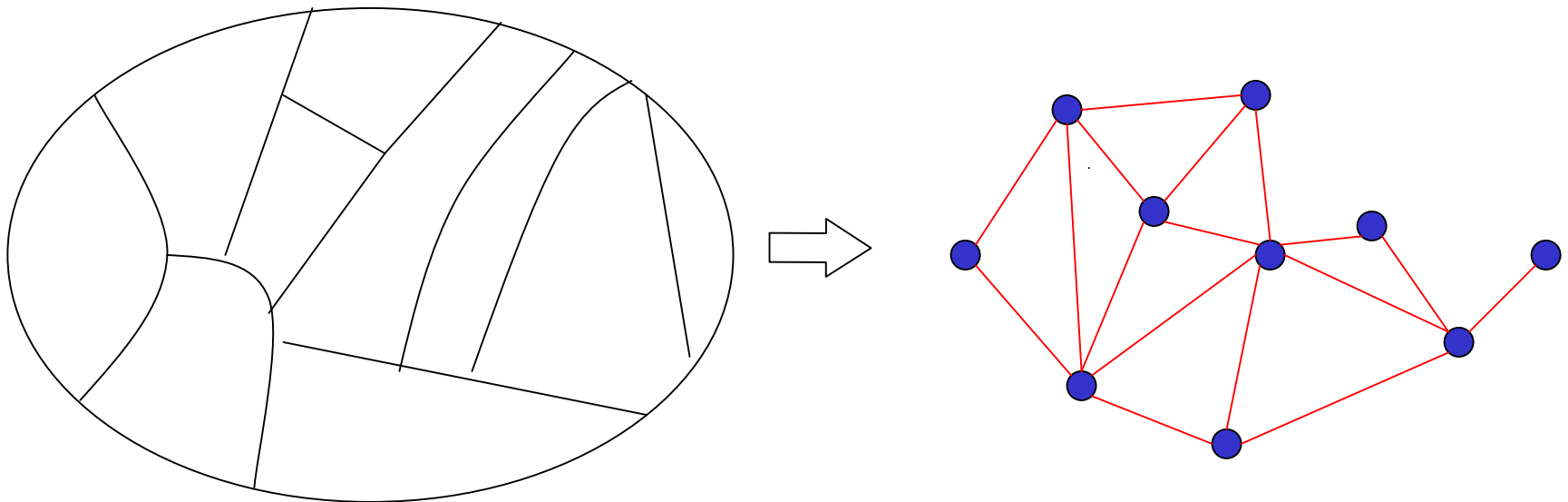
例



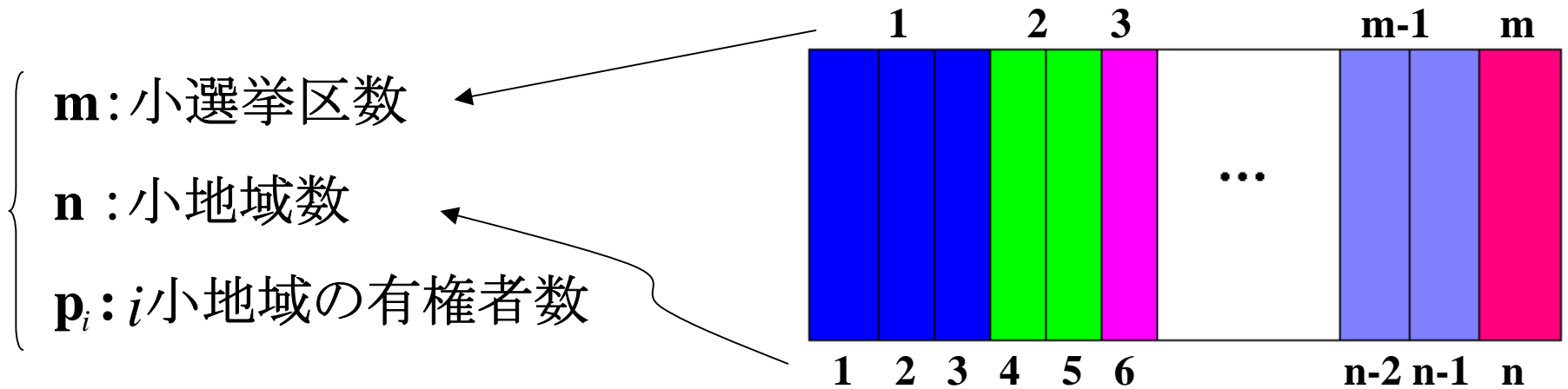
## 2. グラフによる小選挙区決定問題のモデル化

### 2.1 小地域グラフ $G(V, E)$

グラフ $G$ の各点 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ は、対象とする小地域を表し、グラフ $G$ の各枝 $E$ は、小地域の隣接関係を表している。



## 2.2 定式化



### 0-1変数

$$x_{ij}, \quad i \in N = \{1, 2, \dots, n\}, \quad j \in M = \{1, 2, \dots, m\}$$

$x_{ij} = 1$  小地域  $i$  は小選挙区  $j$  に所属している。

$x_{ij} = 0$  小地域  $i$  は小選挙区  $j$  に所属していない。

## 2.3 制約条件

- $\sum_{j \in M} x_{ij} = 1, \quad i \in N$
- $\{i | x_{ij} = 1\}$  から誘導される部分グラフ  $R_j$  は連結

$R_j = G(V_j, E_j)$  は以下の条件を満たしている。

$$V_a \cap V_b = \phi, \quad (a \neq b), \quad a, b \in N, \quad \cup V_j = V$$



## 2.4 目的関数

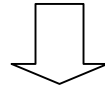
$$\text{Minimize} \quad \max_{j \in M} \sum_{i \in N} p_i x_{ij} \quad / \quad \min_{k \in M} \sum_{i \in N} p_i x_{ik}$$

一票の格差を  
最小化する。

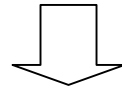
### 3. 提案するアルゴリズム

#### 3.1 前処理

小地域のうち、1つの小地域としか隣接していないもの

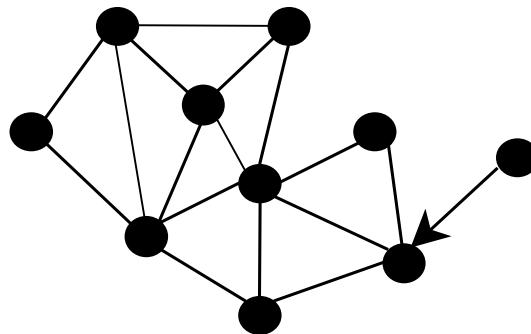


1選挙区当りの有権者数(もし、この数を上回る小地域が存在するならば、その小地域の中で一番多いもの)と比較して1/3を下回る場合。



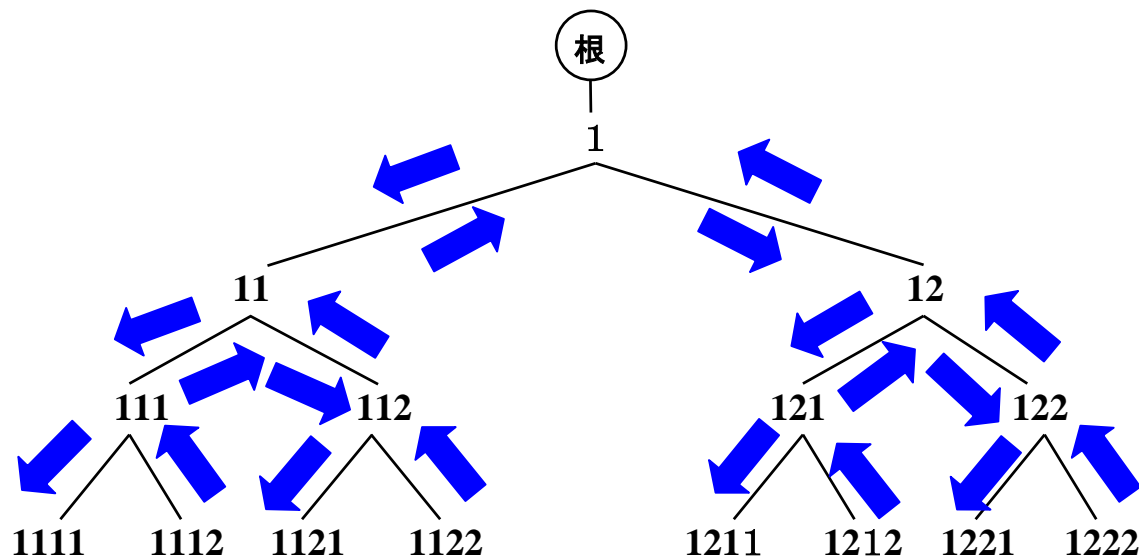
唯一接している小地域と同じ小地域にする。

一票の格差が  
3.00倍以内であれば合憲



## 3.2 厳密解法

全ての組み合わせを求めてそこで、得られる「一票の格差」を計算し、最適解を得る。



並び順＝  
小地域の  
番号順

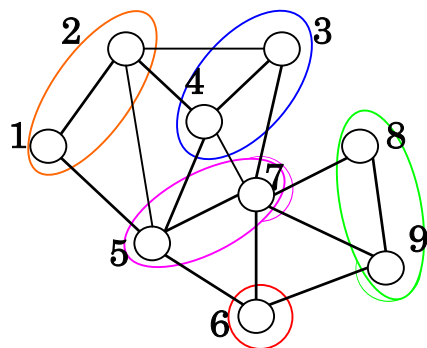
例) 1 1 2 2

小選挙  
区番号

小選挙区数2，小地域数が4の場合の木

## 4.2.1 近似解法1 (初期状態まで)

平均を基準として、その全ての小地域を何れかの小選挙区に所属させる。その後、一票の格差が小さくなるように小地域を組替えていく。



小地域の番号と有権者数

番号	有権者数	番号	有権者数
1	20	6	45
2	5	7	9
3	24	8	18
4	32	9	27
5	15	合計	195

Step4 有権者数を順列を作成する。小地域番号で{3,4,9,8,7,1,2,5}とする。LB =  $\mu$  (平均)とする。

Step5 Step4で得た順列の順に番号の若い箱に入れていく。

条件) 1.有権者数がLBを超えていない箱で隣接する小地域が入っている。

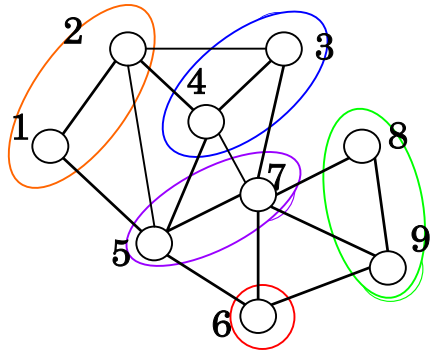
2.1の条件に合致しなければ空の箱へ。

小選挙区の有権者数と構成している小地域

番号	有権者数	小地域
1	56	3,4
2	45	9,8
3	24	7,5
4	25	1,2

空の箱が出来たらLB = LB -  $\delta$ としてStep5を繰り返す。

### 3.3.2 近似解法(近似値を得るまで)



番号	有権者数	小地域	格差
1	56	3,4	56 / 24
2	45	9,8	≐
3	24	7,5	≐
4	25	1,2	2.333

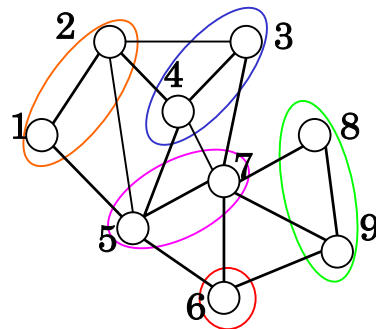
(初期状態)



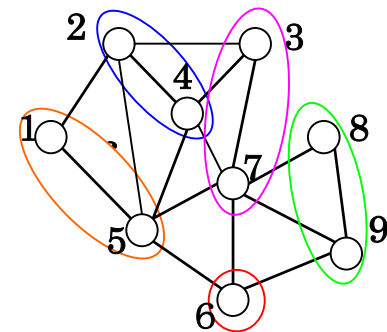
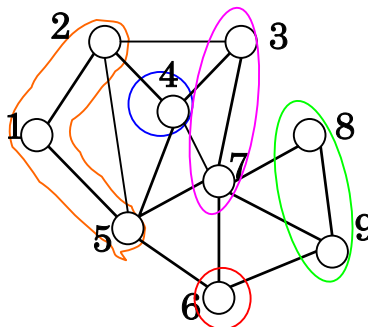
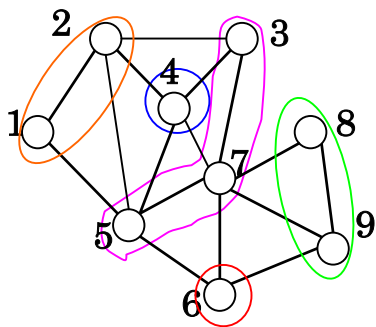
1. 有権者数が最小の小選挙区を見つける。
2. 隣接する小選挙区の中で有権者数の一番多い小選挙区を選ぶ。
3. 2で選んだ小選挙区に属する小地域の中で有権者数の最も小さいものを1. で見つけた小選挙区に接している時, 加える。(格差が小さくなる場合)

# 小地域の番号と有権者数

番号	有権者数	番号	有権者数
1	20	6	45
2	5	7	9
3	24	8	18
4	32	9	27
5	15	合計	195



番号	有権者数	小地域	格差
1	56	3,4	56/24 ≐ 2.333
2	45	9,8	
3	24	7,5	
4	25	2,1	



番号	有権者数	小地域	格差
1	32	4	48/25 ≐ 1.920
2	45	9,8	
3	48	7,5,3	
4	25	2,1	

番号	有権者数	小地域	格差
1	32	4	45/32 ≐ 1.406
2	45	9,8	
3	33	7,3	
4	40	2,1,5	

番号	有権者数	小地域	格差
1	37	4,2	45/35 ≐ 1.364
2	45	9,8	
3	33	7,3	
4	35	1,5	

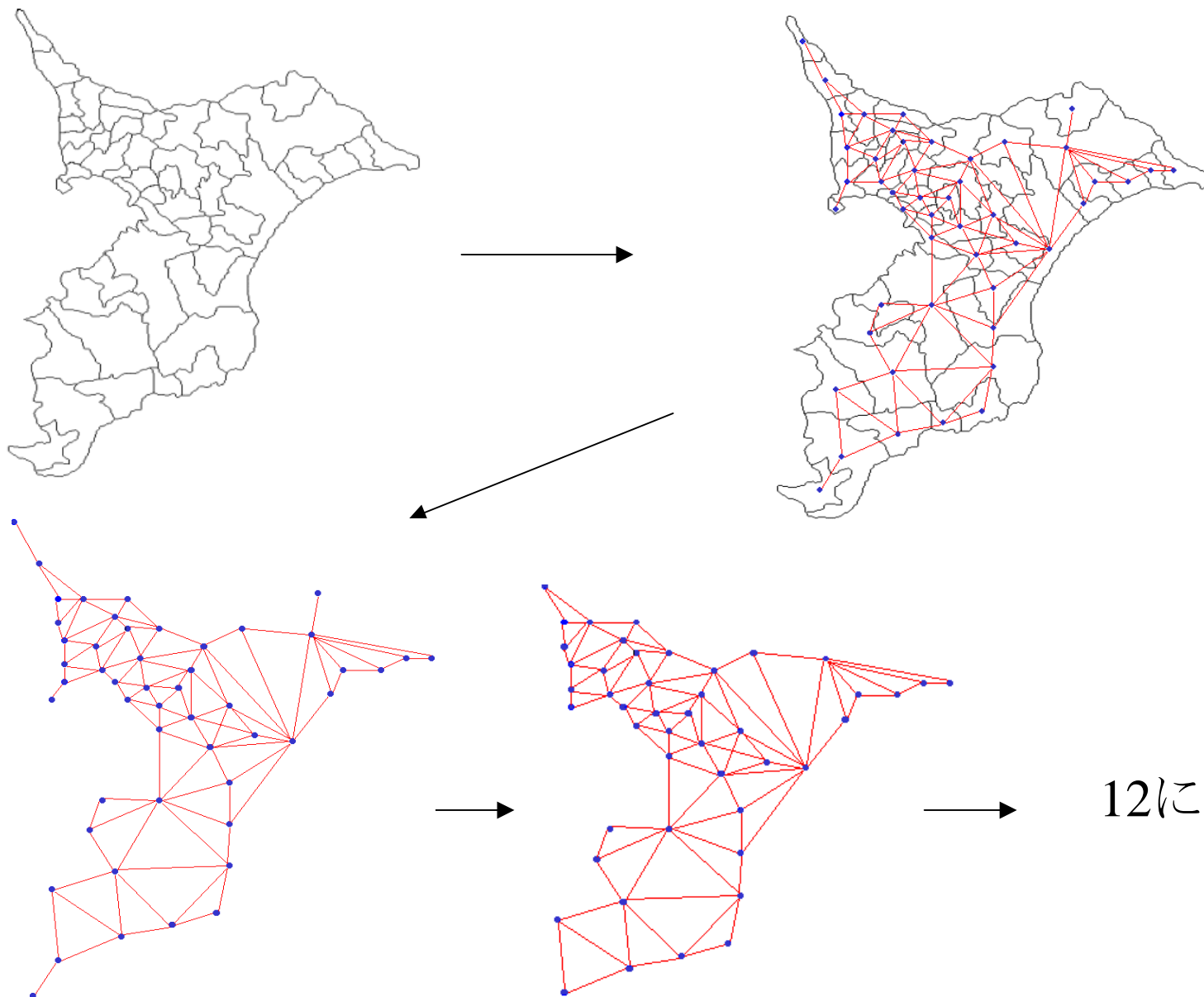
# 4. 数値実験

## 4.1 データ

平成8年度 千葉県衆議院議員選挙

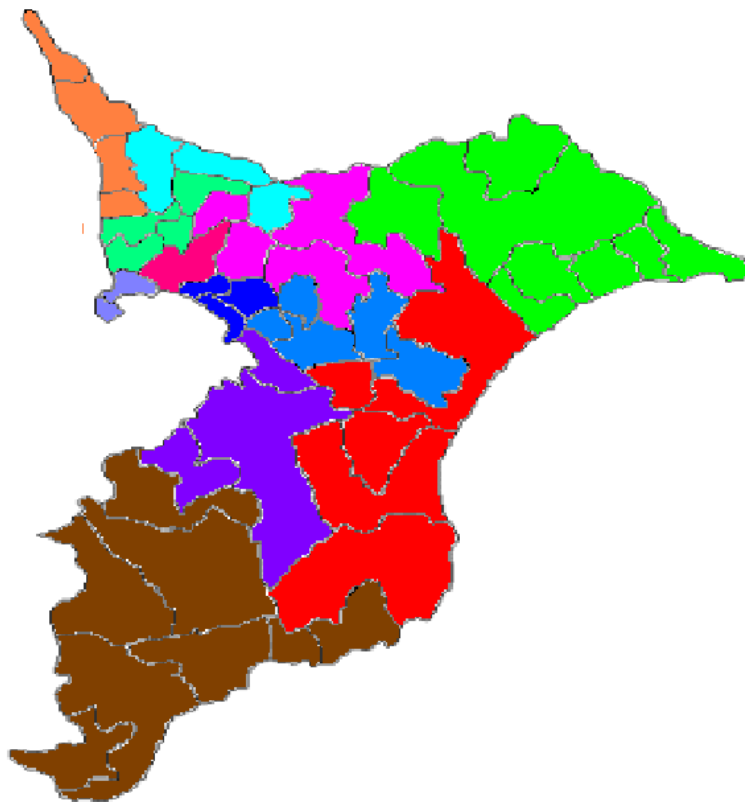
No	市郡区名	選挙人口	No	市郡区名	選挙人口
1	中央区	132,973	26	印西市	40,936
2	稲毛区	114,717	27	白井町	35,959
3	美浜区	98,828	28	印旛郡	81,523
4	花見川区	138,205	29	銚子市	66,235
5	若葉区	117,385	30	佐原市	39,469
6	緑区	64,318	31	成田市	69,889
7	習志野市	118,912	32	八日市場市	26,289
8	八千代市	122,271	33	旭市	31,126
9	市原市	212,140	34	香取郡	91,561
10	船橋市	429,472	35	海上郡	17,366
11	市川市北部	27,604	36	匝瑳郡	17,817
12	市川市南部	315,830	37	茂原市	72,043
13	浦安市	94,147	38	東金市	41,640
14	松戸市北部	130,112	39	勝浦市	19,725
15	松戸市南部	230,409	40	山武郡	114,753
16	鎌ヶ谷市	77,432	41	長生郡	53,668
17	野田市	92,711	42	夷隅郡	52,961
18	流山市	113,554	43	館山市	42,646
19	柏市	247,402	44	木更津市	95,733
20	我孫子市	99,461	45	鴨川市	25,295
21	関宿町	23,861	46	君津市	72,022
22	沼南町	33,893	47	富津市	44,237
23	佐倉市	127,341	48	袖ヶ浦市	43,902
24	四街道市	63,628	49	安房郡	49,630
25	八街市	49,380	50	天津小湊町	6,760
千葉県合計		4,529,171			

## 4.2 千葉県グラフ



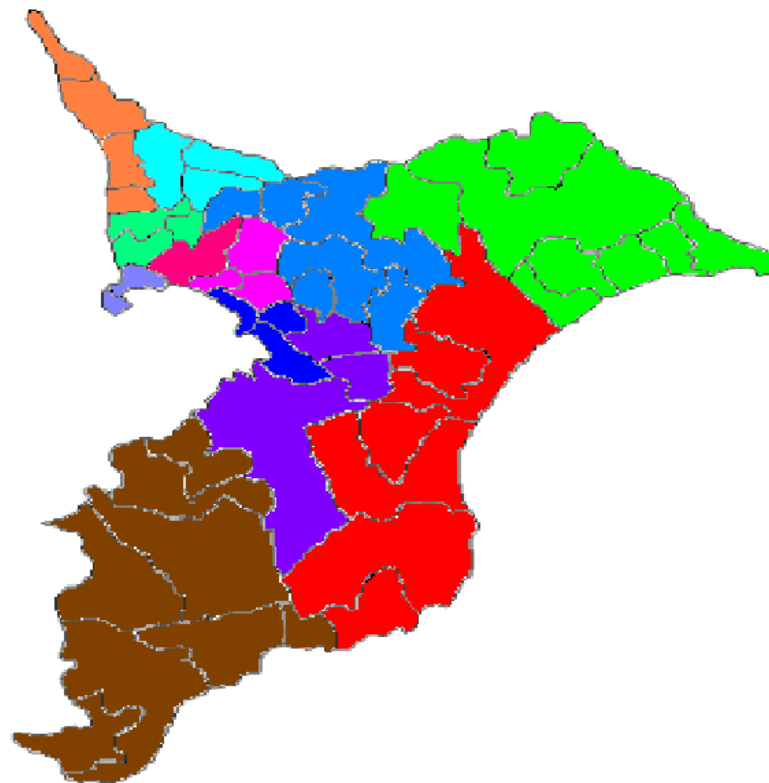


## 4.3 実験結果



実験結果

一票の格差 1.2066倍



平成8年度 衆議院選挙時の小選挙区

一票の格差 1.2803倍

## 5. まとめ

- 厳密に調べるには限界がある。
- 平成8年度衆議院選挙時より、実験結果の方が格差が小さかった。
- 実験では、政治的に地域としてのまとまりに欠けるものが出る恐れがある。