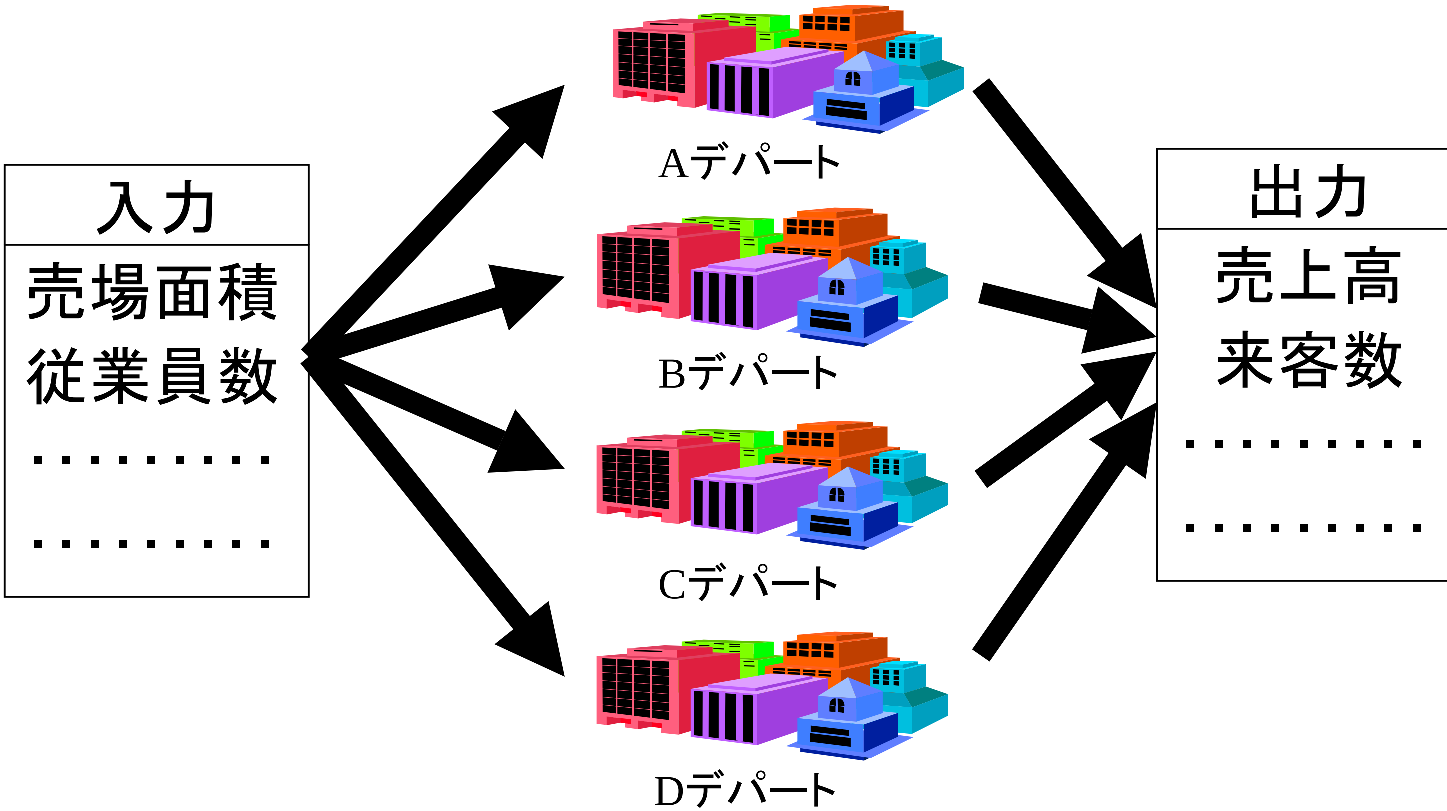
DEAモデルにおける改善目標案について
−入力の増加、出力の減少を考慮する場合−

4495050　柴田　昌彦
(沼田研究室)
4495087　本沢　卓司

発表構成

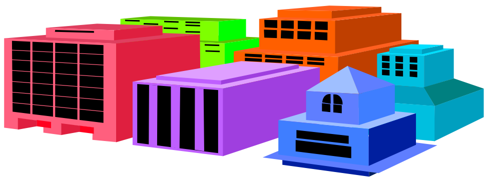
1. **DEAとは**
2. **研究目的**
3. **DEA既存のモデル**
4. **提案するモデル**
5. **数値例**
6. **今後の課題**

DEAとは (1)

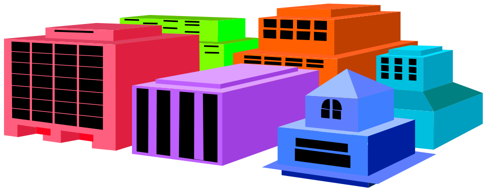


〔 相対的で多基準的な評価を行うことが多い 〕

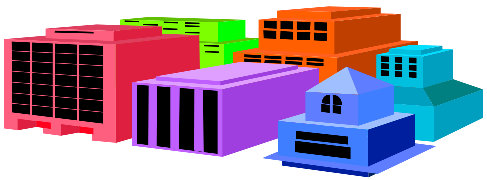
DEAとは (2)



Aデパート



Bデパート



Cデパート

Dデパート

従来の分析方法 ⇒ ある一面からの効率評価　例: $\left(\frac{\text{売上高}}{\text{売場面積}}\right)$

⇓

DEA ⇒ 総合的な効率評価を1つの値で示す

DEAとは (3)

DEA
(Data Envelopment Analysis)

多入力、多出力系の相対的な効率を分析する手法

二つの情報が得られる

① 効率が良い、悪いという効率の判定

② 効率の悪いものは、良いものを参考にしての改善目標案を提示
(入力を減らし、出力を増やす改善目標案)

研究目的

①　大規模の事業縮小、拡大を行うための改善目標案の提案

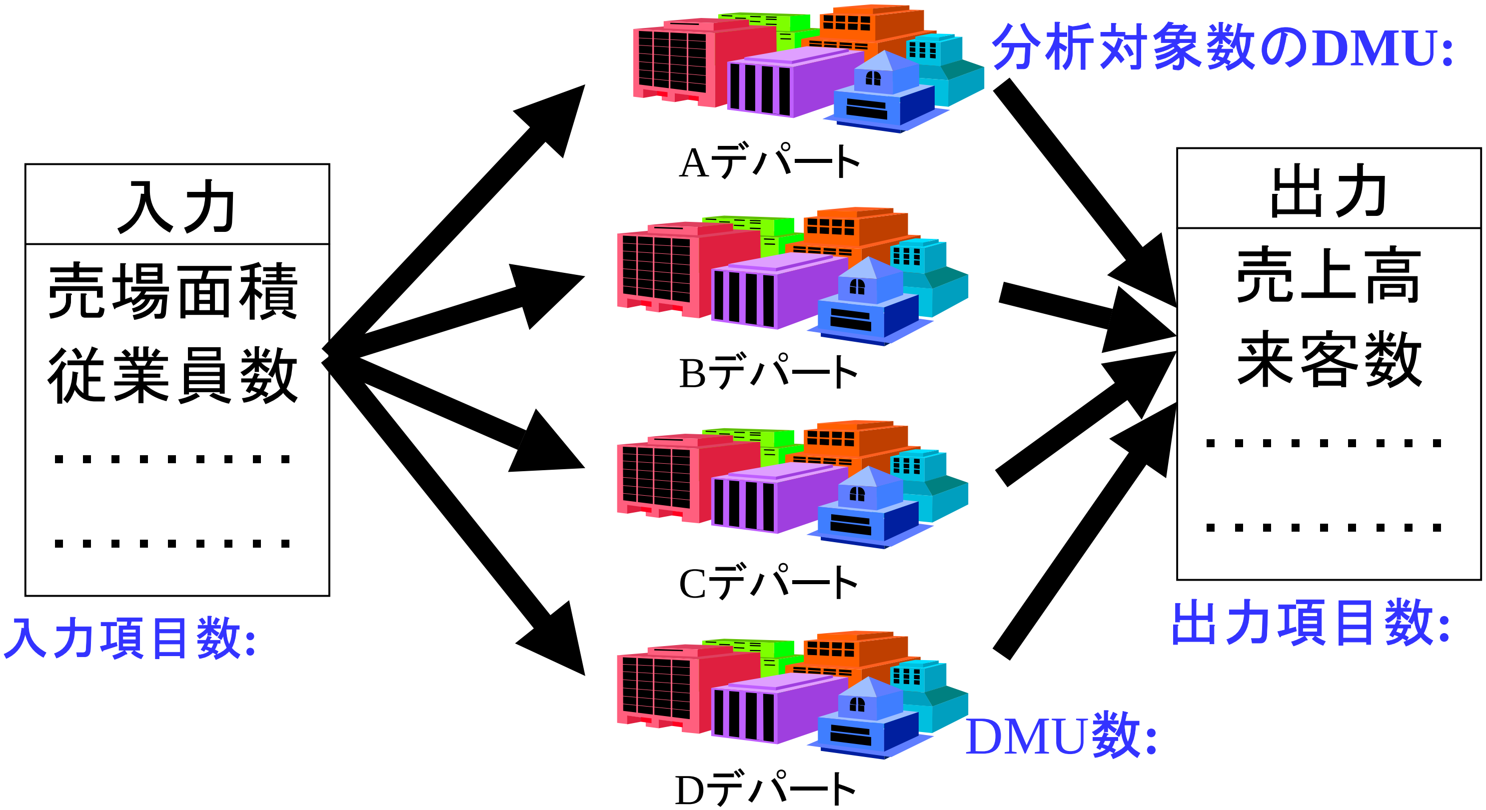
(1) 入力を多く減らす(結果的に出力も減ってしまう)
改善目標案

(2) 出力を増やすために入力を増やす改善目標案

を考える

②改善目標案を求めるソフトウェアの作成

DMU(分析対象)



- 同種の入力(複数)と同種の出力(複数)を持つ
- 入力値、出力値ともに正の値
- 各DMUの活動に対して責任を持つ意志決定者は、
  ある程度の独立した経営上の権限を持っている

分数計画問題

［ FP ］ (o = 1,2, ・・・・,n)

〔効率値〕 ⇒

$$\text{Max} \quad h_o = \frac{\sum_{r=1}^{k} u_r Y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i X_{io}}$$

S.t.

$$\frac{\sum_{r=1}^{k} u_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i X_{ij}} \leqq 1 \qquad (j=1,2,\cdots,n)$$

ウェイト

$$\begin{cases} u_r \geqq 0 \ (r = 1,2, \cdots,k) \\ v_i \geqq 0 \ (i = 1,2, \cdots,m) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_o = 1 : \text{効率的} \\ h_o < 1 : \text{非効率的} \end{cases}$$ ⇒ 改善目標案の提

生産可能領域

表1. 数値例1

DMU	A	B	C	D	E	F
入力 1	2	3	5	8	4	6
出力 1	2	5	7	8	2	6

効率的
フロンティア

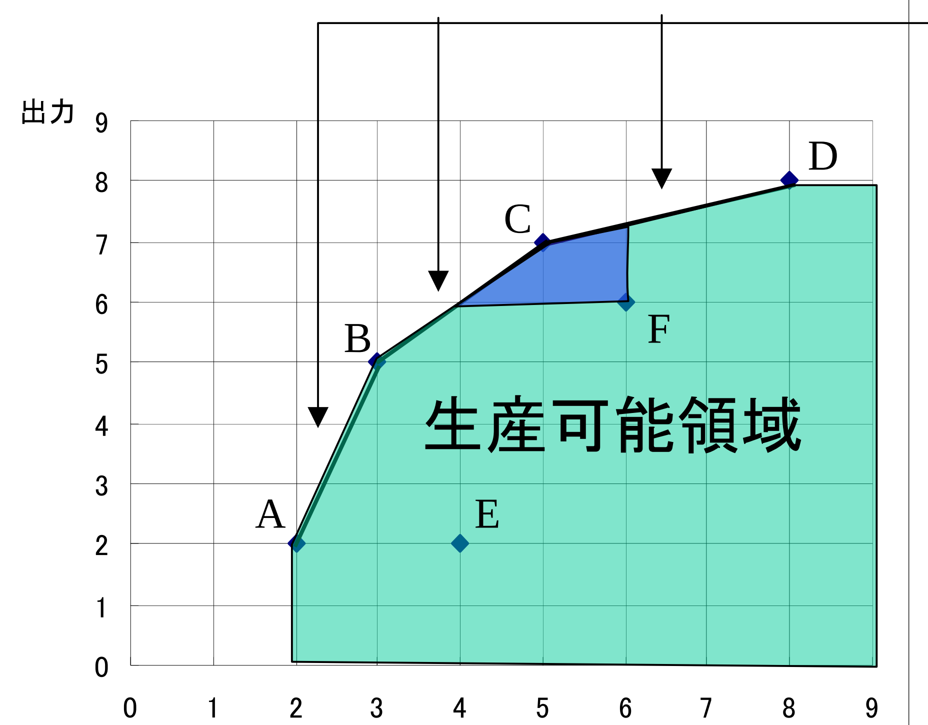


図 1 BCCモデル

表1. 数値例1

DMU	A	B	C	D	E	F
入力 1	2	3	5	8	4	6
出力 1	2	5	7	8	2	6

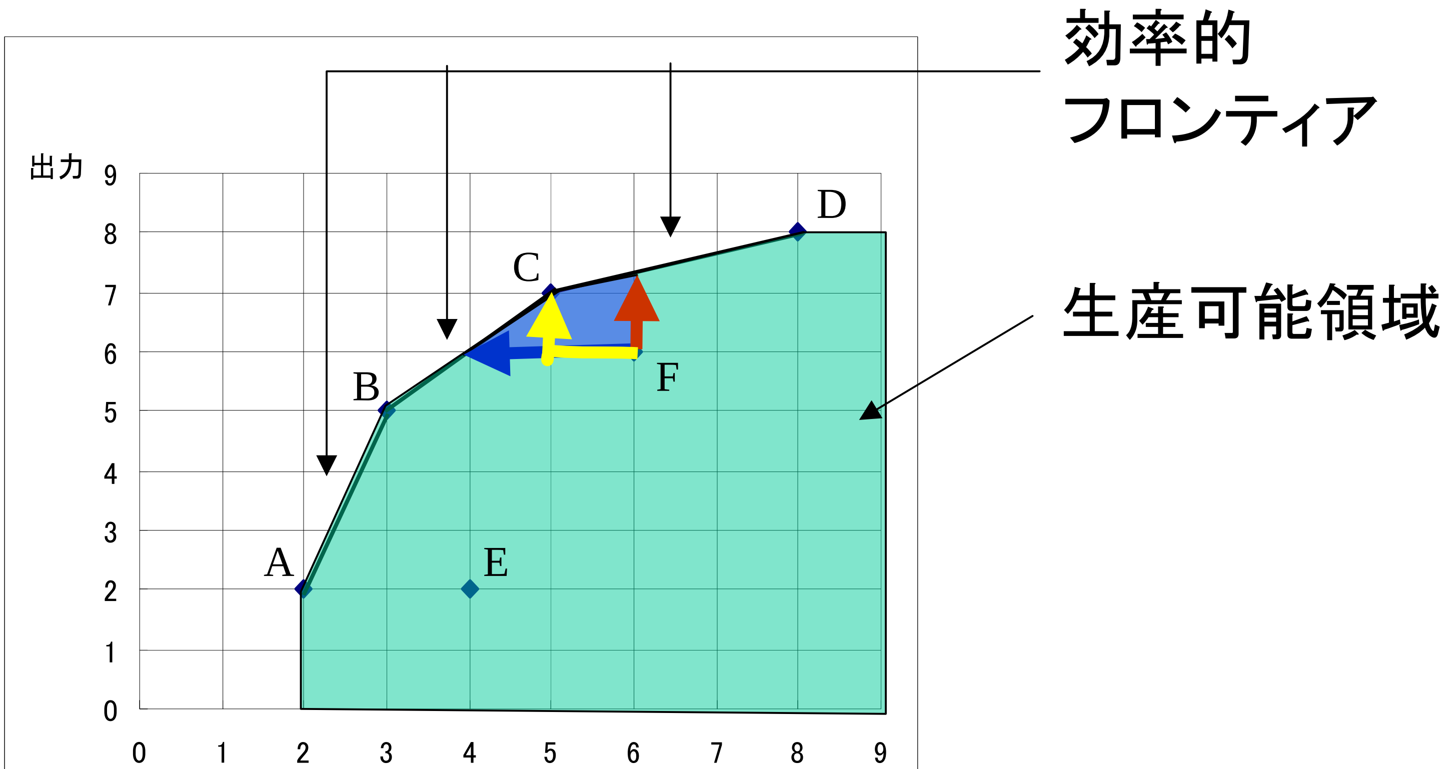


図 2 提案されている改善目標案について

前提として

① 経営者が非効率的なDMUに対し大規模な縮小、あるいは拡大をすることを選択肢の一つと考え、そのために

② 「出力を減少すること」、「入力を増加すること」を認めている

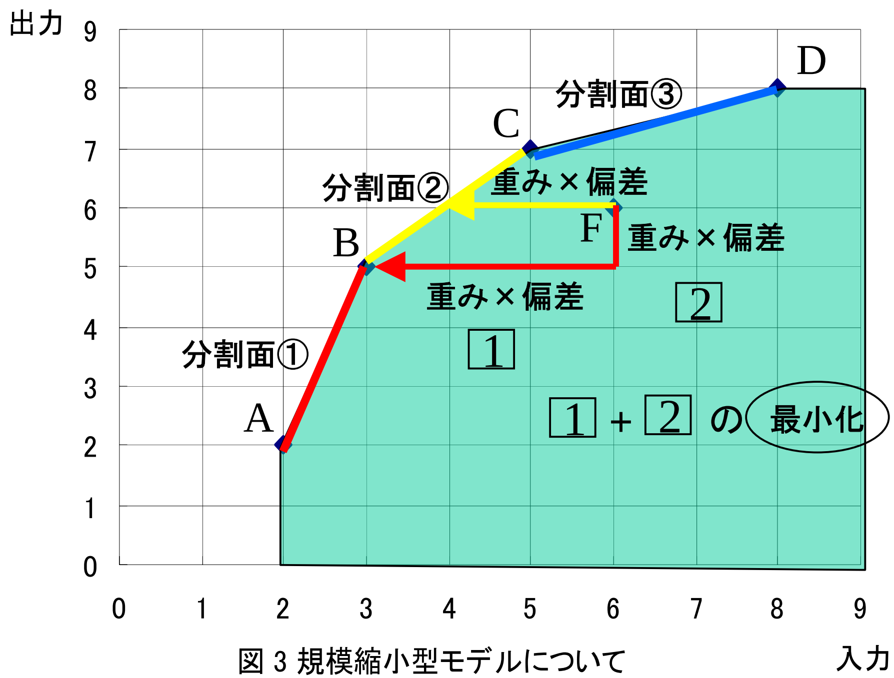


図 3 規模縮小型モデルについて

規模縮小型

(o = D非効率的なDMU) (p = 1,・・・・,L)

$$\min \sum_{i=1}^{m} w_i S_{iop}^{-} + \sum_{r=1}^{k} w_r S_{rop}^{-}$$

$$\text{S.t.} \quad X_{io} = \sum_{j \in H_p} \lambda_j X_{ij} + S_{iop}^{-} \qquad (i = 1,\cdots,m)$$

$$Y_{ro} = \sum_{j \in H_p} \lambda_j Y_{rj} + S_{rop}^{-} \qquad (r = 1,\cdots,k)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \qquad (j = 1,\cdots,n)$$

$$S_{iop}^{-},\ S_{rop}^{-} \geqq 0$$

Hp : 効率的フロンティアの第 P分割面を構成するDMUの集合

重みは $w_i = \dfrac{1}{X_i}$ $w_r = \dfrac{1}{Y_r}$ ただし、 $X_i = \max\{X_{ij} : j = 1,2,\cdots,n\}$

$Y_r = \max\{Y_{rj} : j = 1,2,\cdots,n\}$

第 P分割面に対する改善案

$$\begin{cases} \bar{X}_{io} = X_{io} - S_{iop}^{-*} \\ \bar{Y}_{io} = Y_{io} - S_{rop}^{-*} \end{cases}$$

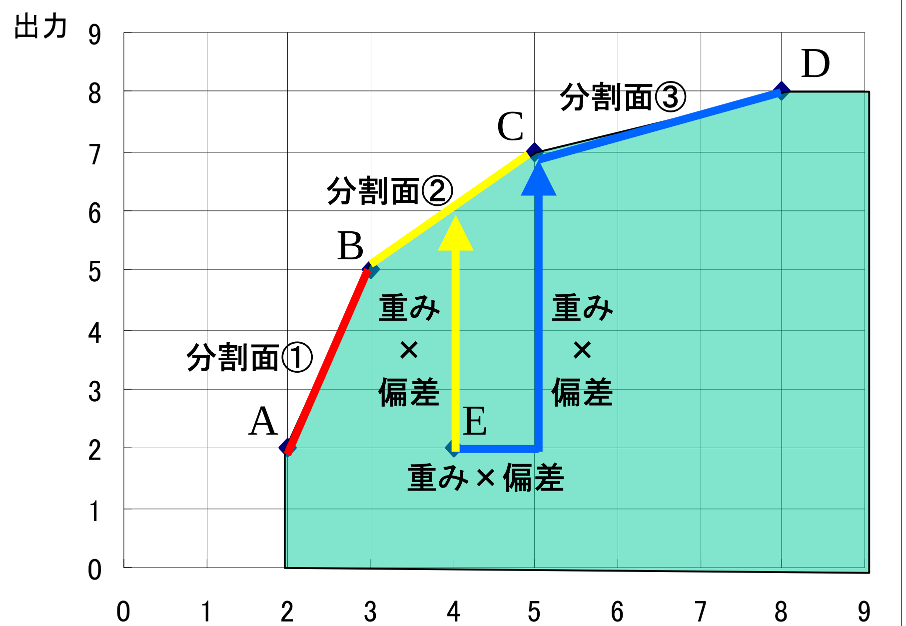


図 4 規模拡大型モデルについて

規模拡大型

(o = D非効率的なDMU)　(p = 1,・・・・,L)

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m} w_i S^{+}_{iop} + \sum_{r=1}^{k} w_r S^{+}_{rop}$$

$$\text{S.t.} \quad Xio = \sum_{j \in Hp} \lambda jXij - S^{+}iop \qquad (\, i = 1,\cdots,m\,)$$

$$Yro = \sum_{j \in Hp} \lambda jYrj - S^{+}rop \qquad (\, r = 1,\cdots,k\,)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda j = 1 \qquad (\, j = 1,\cdots,n\,)$$

$$S^{+}iop,\ S^{+}rop \geqq 0$$

Hp : 効率的フロンティアの第 P分割面を構成するDMUの集合

重みは $wi = \dfrac{1}{X\,i}$　　$wr = \dfrac{1}{Y\,r}$　ただし、 $Xi = \max\{Xij : j = 1,2,\cdots,n\}$

$Yr = \max\{Yrj : j = 1,2,\cdots,n\}$

第 P分割面に対する改善案

$$\begin{cases} \overline{X}io = Xio + S^{+}iop^{*} \\ \overline{Y}io = Yro + S^{+}rop^{*} \end{cases}$$

プログラムの手順(1)

Step1

線形計画法を用いて、全てのDMUに対して
D効率性の判定を行う

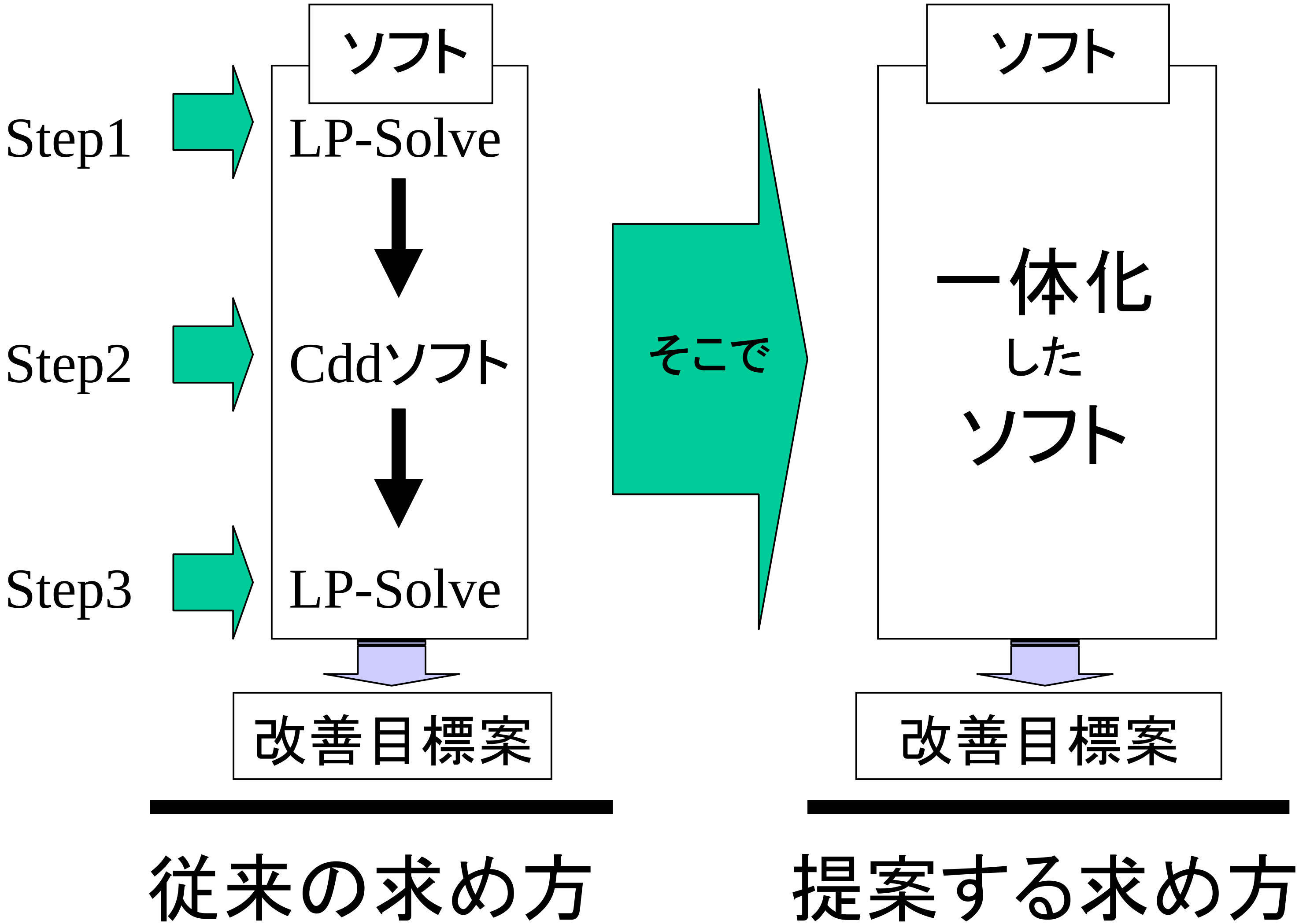
Step2

D効率的なDMUをもとに効率的フロンティアの
分割面を求める

Step3

[規模縮小型]または[規模拡大型]のモデルを
解き、D非効率的なDMUの改善目標案を得る

プログラムの手順(2)


ソフト
Step1
LP-Solve
Step2
Cddソフト
Step3
LP-Solve
改善目標案
そこで
ソフト
一体化
した
ソフト
改善目標案
従来の求め方
提案する求め方

線形計画法プログラムについて

2段階単体法

最大係数規則で解く

退化

起こりうる可能性が高い

循環

最小添字規則で解く

- 1段階目で必ず人工変数を追い出すようにする
- 解なしが起こる可能性がある

効率的フロンティアの分割面について

Step 2 **D効率的なDMUをもとに**

効率的フロンティアの分割面を求める

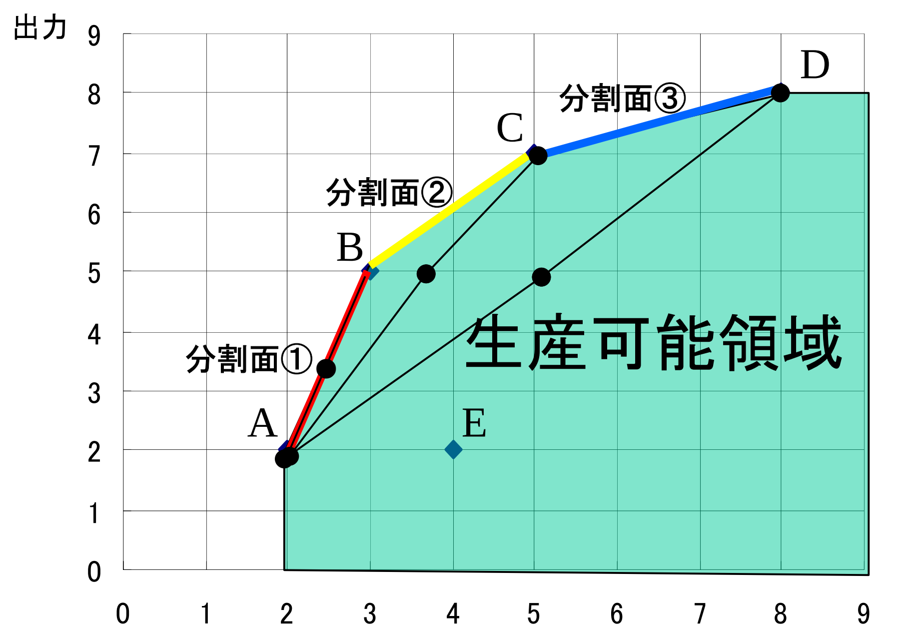


図 5 効率的フロンティアの分割面について

分割面の求め方

任意の2点が同一の分割面を構成するか否かを判別する

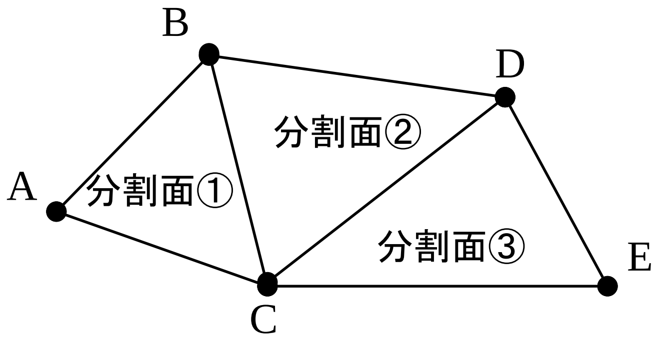
D効率的なDMUの任意の2点の中点が効率的フロンティア上に存在するか否かを判別する

任意の2点の中点が効率的フロンティア上に存在するものを抽出する

(A, B)　(C, D)
(A, C)　(C, E)
(B, C)　(D, E)
(B, D)

効率的フロンティアの分割面を求める

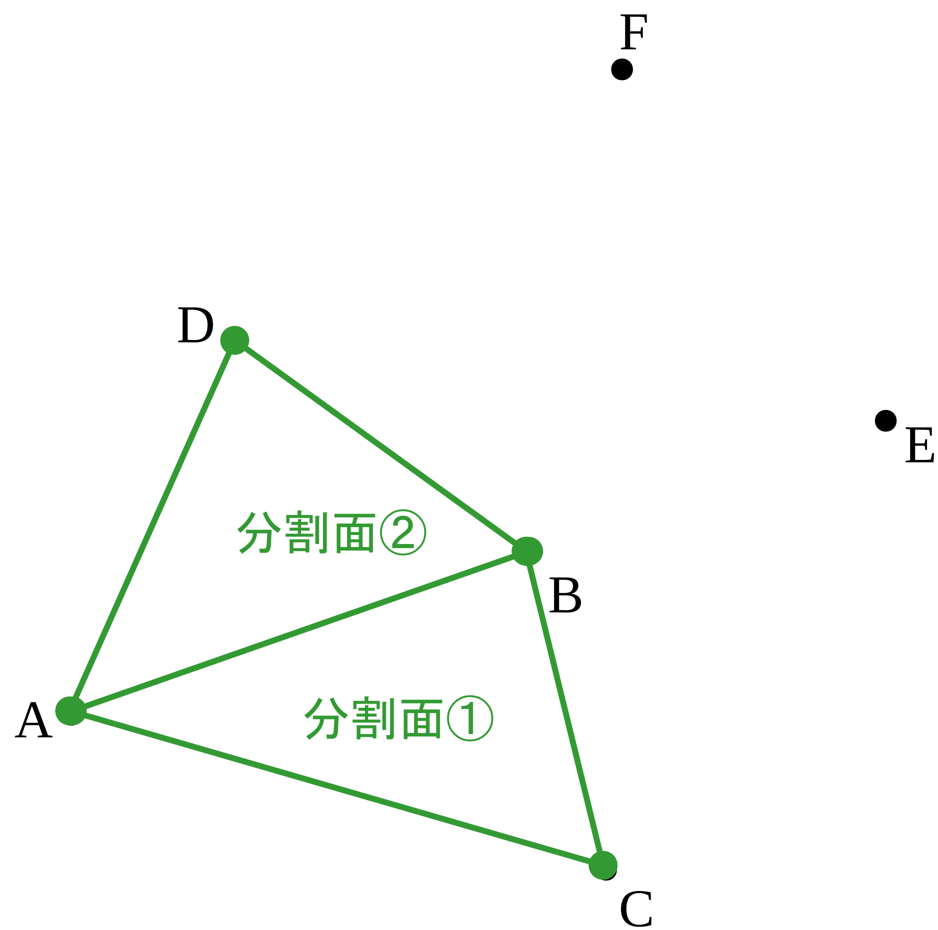
例えば



入出力項目の合計が3項目場合

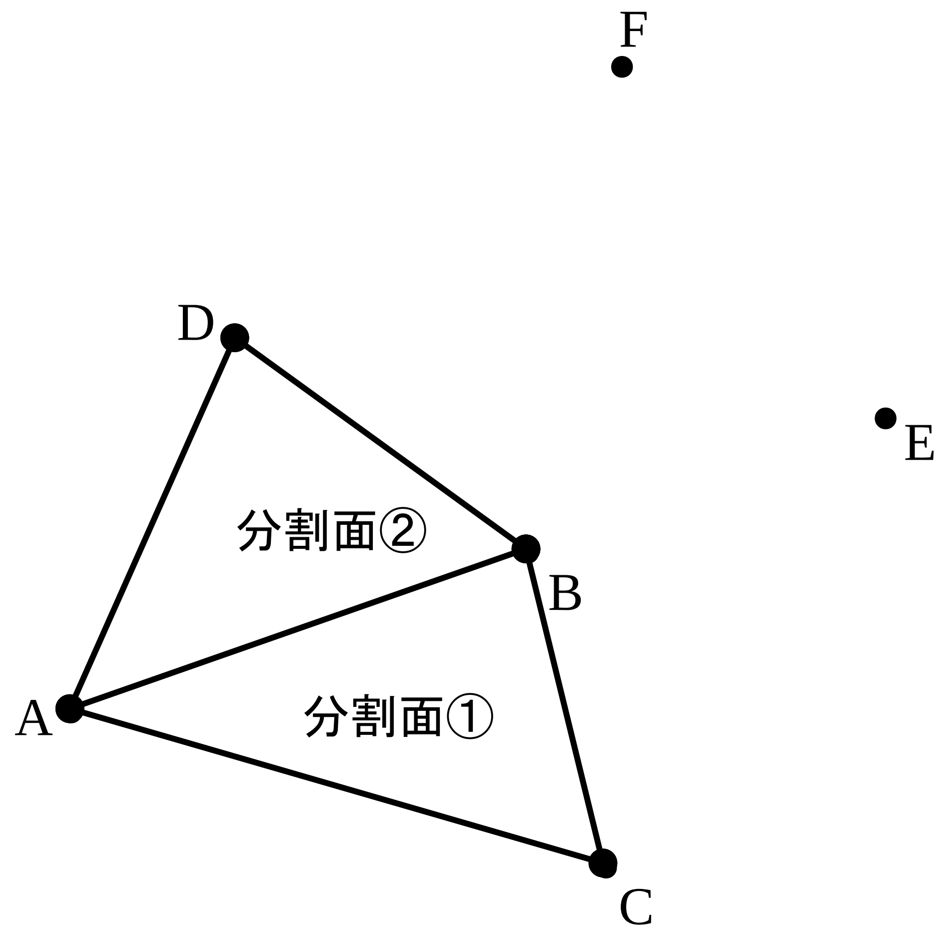
(A, B)
(A, C)
(A, D)
(B, C)
(B, D)
(B, E)
(B, F)
(D, E)
(D, F)
(E, F)

(A, k)
(B, k)



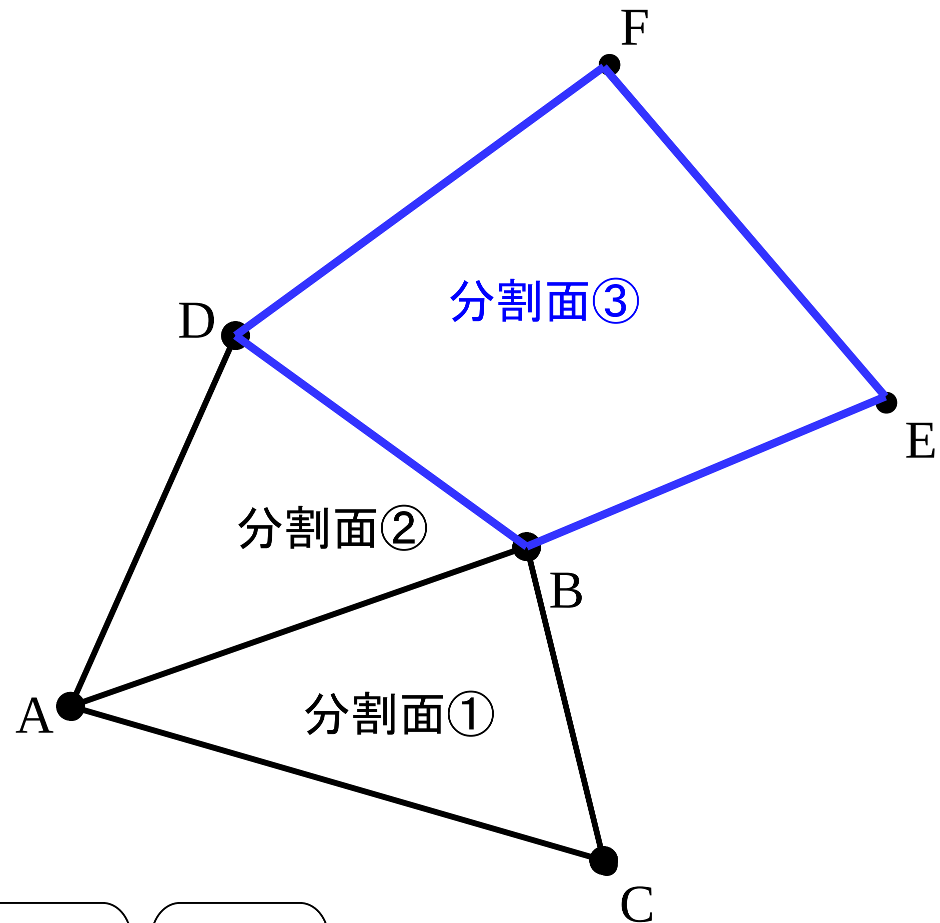
(A, B)
(A, C)
(A, D)
(B, C)
(B, D)
(B, E)
(B, F)
(D, E)
(D, F)
(E, F)

(A, k)
(C, k)



(A, B)
(A, C)
(A, D)
(B, C)
(B, D)
(B, E)
(B, F)
(D, E)
(D, F)
(E, F)

(B, k)
(D, k)



以後 B, D, E B, D, F B, E, F
を分割面の１つとしない

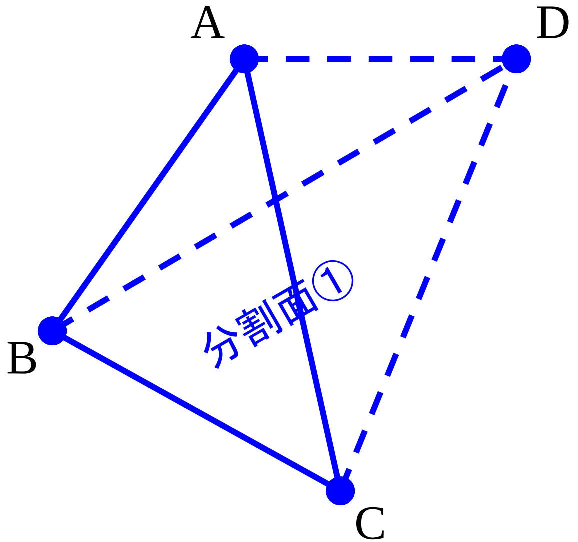
入出力項目の合計が4項目場合

(A, B)
(A, C)
(A, D)

(B, C)
(B, D)

(C, D)

(A, l)
(B, l)
(C, l)



数値例

表2 数値例2

DMU	入力1	入力2	出力
A	18	2.0	12
B	20	2.1	14
C	30	2.2	18
D	80	7.8	63
E	90	8.0	67
F	84	7.6	50
G	32	3.1	18

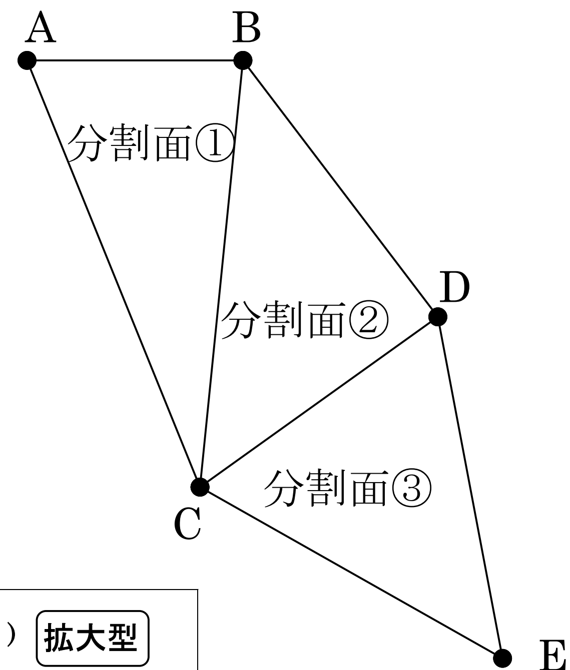


図6分割面の構成図

表3 改善目標案 **(入出力値の変化量)**

	DMU(F) 縮小型			DMU(G) 拡大型		
	入力1	入力2	出力	入力1	入力2	出力
分割面(A,B,C)	-54	-5.4	-32	解なし		
分割面(B,C,D)	-18	-1.4	0	0	0	5.1
分割面(C,D,E)	-14	-1.6	0	6	0	8.2

今後の発展

- 入出力の変動についての検討
- 重みの決定方法の提案
- 改善目標案のどれを選択すればよいか
- 実際の事例に適用しての考察