

江村 潤 坂井 晴正 (沼田 一道 助教授)

1 はじめに

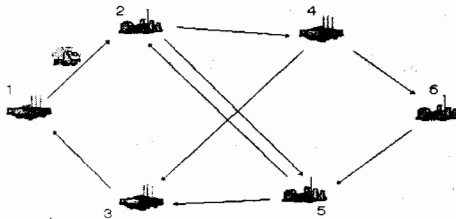
物流においては、種々の制約のもとで費用の削減、サービスの向上などを狙いとした効率の良い輸送路の決定など、輸送計画の立案が非常に重要な問題である。しかしながらこのような問題において、そのほとんどが条件や制約が複雑に絡み合っており、人間の経験や直感による判断だけでは輸送計画の立案が難しい。適切な対応をとるためには、数理計画法やネットワーク理論等を利用し、科学的に意思決定をする必要がある。

本研究では、物資輸送時の費用の削減・時間の短縮の為に、1台のトラックで各拠点間の輸送を行う際、トラックが空で走る延べ距離を出来るだけ小さくすることを考え、トラックの経路を作成する問題を扱う。さらに、多量の輸送要求に対応するため、複数のトラックを利用しての輸送を考慮し、輸送経路を分割して個々のトラックの経路を導き出す実験を行う。

2 空輸送距離と台数を考慮したトラック経路問題

2-1 問題の概要と例題

いくつかの施設間でトラック台数単位の相互輸送が行われている。各施設から他の施設への配送要求量(トラック台数単位)と各施設間の移動距離は与えられている。



	1	2	3	4	5	6
1	-	1	0	0	0	0
2	0	-	0	1	1	0
3	1	0	-	0	0	0
4	0	0	1	-	0	1
5	0	1	1	0	-	0
6	0	0	0	0	1	-

輸送要求量

	1	2	3	4	5	6
1	-	2	2	4	4	6
2	-	-	3	2	4	5
3	-	-	-	4	2	5
4	-	-	-	-	3	2
5	-	-	-	-	-	2
6	-	-	-	-	-	-

移動距離

図1 問題例

ある施設から1台のトラックで出発し、各施設間の輸送を全て行い再びその施設に戻ってくるとする。そうすると、その経路は途中で途切れる事のない一本道でなければならない。したがって、トラックはある需要点からその次の供給点まで空で走らなければならない可能性がでてくる。そのときの空のトラックが走る延べ距離をできるだけ少なくした経路を作りたい。さらにトラックに最大走行距離の制約があるとすると、すべての輸送を1台のトラックで行うことは不可能と考えられる。そこで、トラック1台での経路を基にその経路をできるだけ少ない台数分に分割して、それぞれのトラックの経路を作成する。

2-2 問題のグラフ化

問題を有向グラフとしてとらえ施設を点、輸送要求の有無を辺で表す。施設数を  $n$  とする。各辺には輸送要求便数  $a_{ij}$ 、施設間の距離  $c_{ij}$  が対応付けられている。

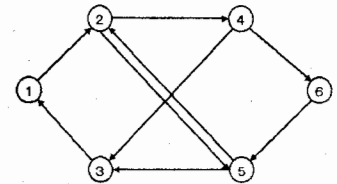


図2 問題のグラフ化

3 トラック1台での経路の作成

まずトラック1台で全ての輸送を行うことを考える。問題を有向グラフとして捉えたと、経路が途中で途切れることが許されないことから、その有向グラフをオイラーグラフにする必要がある。

### 3-1 オイラーグラフ

オイラーグラフとは「連結グラフの全ての辺を含む閉じた小道があるグラフ」のことをいう。ここで、「連結グラフ」とはどの2つの点も結ばれているグラフのことで、「閉じた」とは始点と終点と同じであることをいう。「小道」とは全ての辺が異なる道のことである。つまり、オイラーグラフであるということは全ての辺を1回ずつ通って出発点に戻る道順がある（一筆書きができる）ということである。またその道順をオイラー路という。

オイラーグラフであるための条件はグラフの点の次数が全て偶数であることである。特に辺に向きがついている有向グラフでは、各点において「入次数=出次数」となることが条件になる。ここで、「入次数」とはその点に入ってくる辺の数で、「出次数」とはその点から出て行く辺の数である。「次数」は「入次数」と「出次数」をあわせたもの

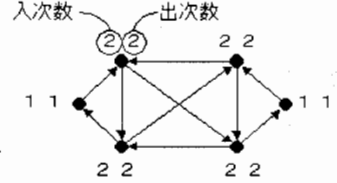


図3 オイラーグラフの条件

である。本研究において、グラフをオイラーグラフにするために、有向な辺を付け加え、各点において入次数=出次数とすることが必要になる。付け加えた辺は空輸送を意味することになるので、そのとき付け加える辺の総長を小さくすることで空輸送の総長を小さくしたい。

### 3-2 ヒッチコック型輸送問題への変換

グラフにおいて入次数と出次数を等しくするために辺を付け加えることは、問題において各施設における到着便数と出発便数の過不足から各施設を到着便数の多い供給点と出発便数の多い需要点に分け、供給点から需要点まで必要な数の空輸送便を付け加えることに対応する。したがってこの問題はヒッチコック型輸送問題に帰着し、これを解くことにより需給関係を満たし総移動距離が最小になるように空輸送を付加することができる。

ヒッチコック型輸送問題は容量制約のない輸送路を用いて、複数個の供給点から複数個の需要点へ総費用（総移動距離）が最小となるような輸送計画を求める問題である。

### 3-3 解法

ヒッチコック型輸送問題の解法として、プライマル・デュアル法を用いる。プライマル・デュアル法は各辺に費用とともに容量が与えられている最小費用流問題の解法のひとつであるが、二部グラフで表されるヒッチコック型輸送問題に対しても、仮の始点と終点を置くことで適用することができる。

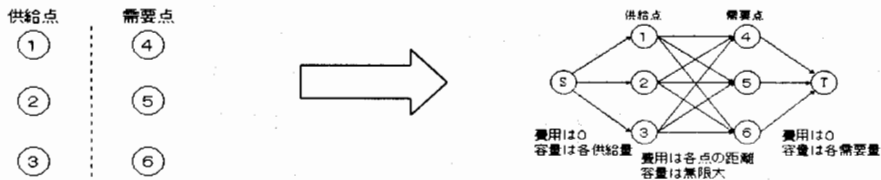


図4 ヒッチコック型輸送問題へのプライマル・デュアル法の適用

プライマル・デュアル法は何も流れていない状態から出発し、単位量を最小費用で流せる道を探し、そこにできるだけ多くのものを流すことを繰り返し、流す量を大きくしていく解法である。

### 3-4 オイラー路の構成

ヒッチコック型輸送問題の最適解に対応した空輸送便を付加することで、グラフを総空輸送距離最小のオイラーグラフにすることができた。次にこのオイラーグラフ上で1台のトラックが輸送拠点から出発し全ての辺を1度だけ通って出発点に戻るオイラー路を構成する。このオイラー路を求めるア

ルゴリズムは深さ優先探索を用いて実現した。

- ・一度通った辺を消しながら、行けるところまで行く。
- ・行き着いたところが開始点で、かつ、すべての辺が消えている（すべての点を通ったことを意味する）ならば、そこまでの経路が1つの解である。
- ・行くところがなくなったら、来た道を、道を復旧（連結）しながら1つずつ戻り、そのつど次に進める位置を探す。

辺を消す動作は輸送要求を1減じ、復旧は1増加することで行う。次に進む点の順序はランダムに選ぶ出すこととする。

1台だけで回るときは一つでもオイラー路を見つければ終了だが、その経路を区切って複数台に分配することを考えると多数のオイラー路の中からその問題の条件に適したオイラー路を見つけ出さなければならない。一般にオイラーグラフにはオイラー路が複数個存在するが、施設数や輸送要求が大きくなるにしたがって、全てのオイラー路を求めることは計算量の点で困難になる。そのため最初に決めた数だけオイラー路を選び出すことにした。このとき次に進む点の順序をランダムに選び出さないと、選び出されるオイラー路はその終点付近の回り方が変わるだけのほとんど回りかたが同じオイラー路になる可能性が高い。そこで次に進む点をランダムに選ぶことにより回りかたが大幅に異なる多数のオイラー路を選び出すことができるようにした。

#### 4 複数台のトラック利用を考慮したオイラー路の分割

与えられたすべての輸送要求を1台のトラックで満たすことは、現実的に考えると不可能である。トラックには1日で走れる距離に制限があるからである。そこでトラックを複数台利用する場合を考え、導き出したオイラー路をもとに、複数台分の経路を作成する。そのときのトラック台数をできるだけ少なくしたい。この問題は右のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 & \text{Find} && \text{minimum} && M \\
 & \text{such that } \{x \mid && \sum_{j=1}^N l_j x_{ij} \leq L && (j=1, \dots, M), \\
 & && \sum_{j=1}^M x_{ij} = 1 && (i=1, \dots, N), \\
 & && x_{ij} = 0, 1 \} \\
 & && \text{is not empty}
 \end{aligned}$$

ここで、 $M$  は必要とされるトラックの台数、 $L$  は1台のトラックの最大走行距離である。先ほどのオイラー路において、拠点施設を出発し再び拠点施設に戻ってきたところでオイラー路を分断し、複数個のループを作成する。 $l_j$  はループの長さ、 $N$  はループの個数、 $x_{ij}$  は  $i$  番目のループが  $j$  番目のトラックに含まれているかどうかを表す。トラックの最低必要台数を「(経路の総距離) /  $L$ 」から求め  $M$  とする。 $S$  はオイラー路を生成し直す回数である。

全てのループが  $L$  以下ならば、それらのループをトラックに配分する。ループの中に  $L$  以上のものが含まれる場合は、オイラー路を選びなおすが、 $S$  回繰り返しても  $L$  以上のループが含まれる場合には、 $S+1$  回目からは  $L$  以上のループを分割して全てのループを  $L$  以下にしてからトラックに配分する。

$L$  以上のループの分割の仕方は、拠点施設からループを出発し、拠点施設まで戻る距離も含めて  $L$  を超える直前の点と開始点との間に双方向の空輸送を付け加え、2つの小さなループにする。分割は  $L$  以上のループがなくなるまで続ける。分割によって空輸送が2本連続した場合は、その2本の空輸送の始点と終点を結ぶ1本の空輸送に置き換える。配分の仕方は、ループの長いものからトラックに積めるだけ積んでいく。積みなくなったところで、次のトラックに移る。

