０－１ナップサック問題に対するメタヒューリスティックスの性能比較

１．はじめに
２．研究目的
３．ナップサック問題
４．メタヒューリスティックス
５．計算機実験の結果と比較
６．考察
７．おわりに

沼田研究室　　４４９６０８８　細田康之

1. はじめに

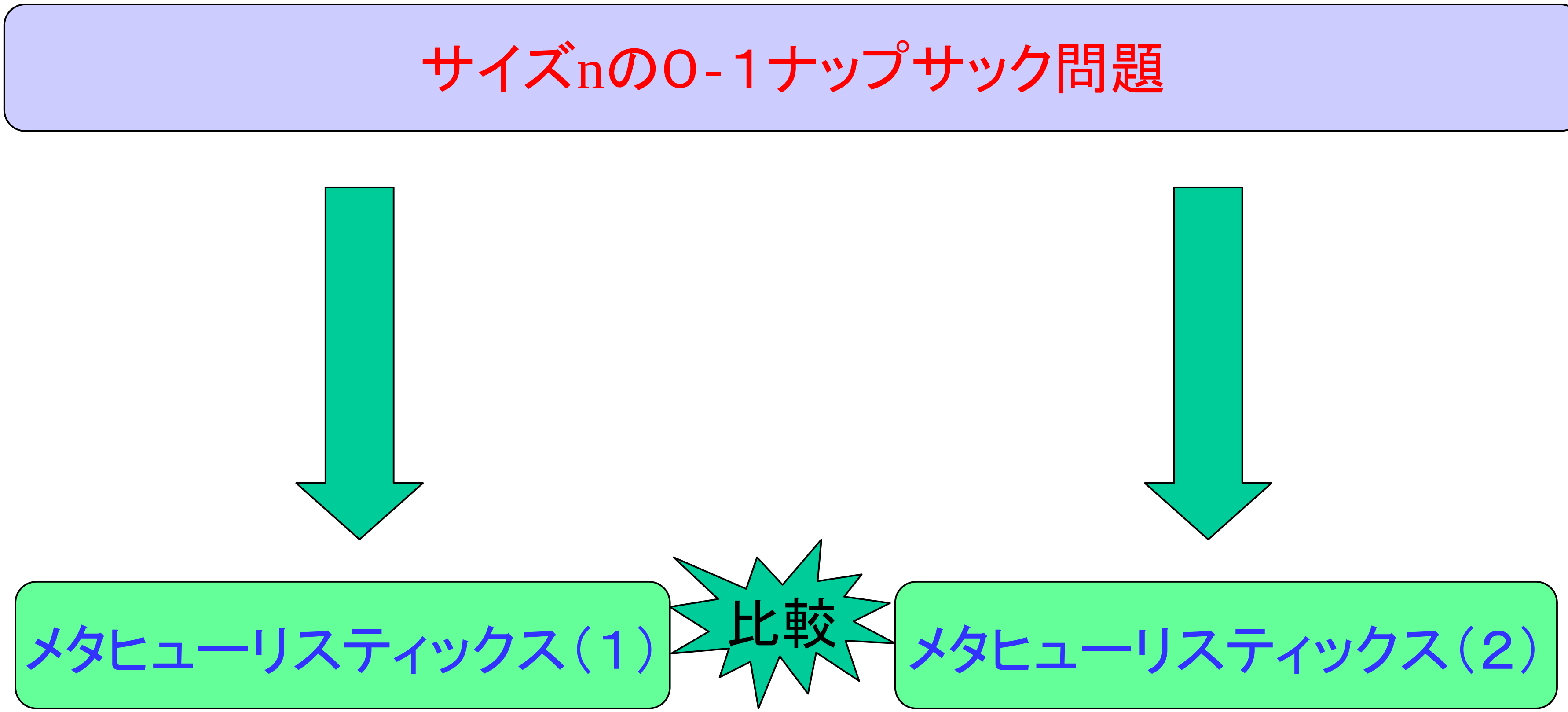
組合せ最適化問題

規模大⇒実用的な時間内で厳密な最適解を求めることは困難

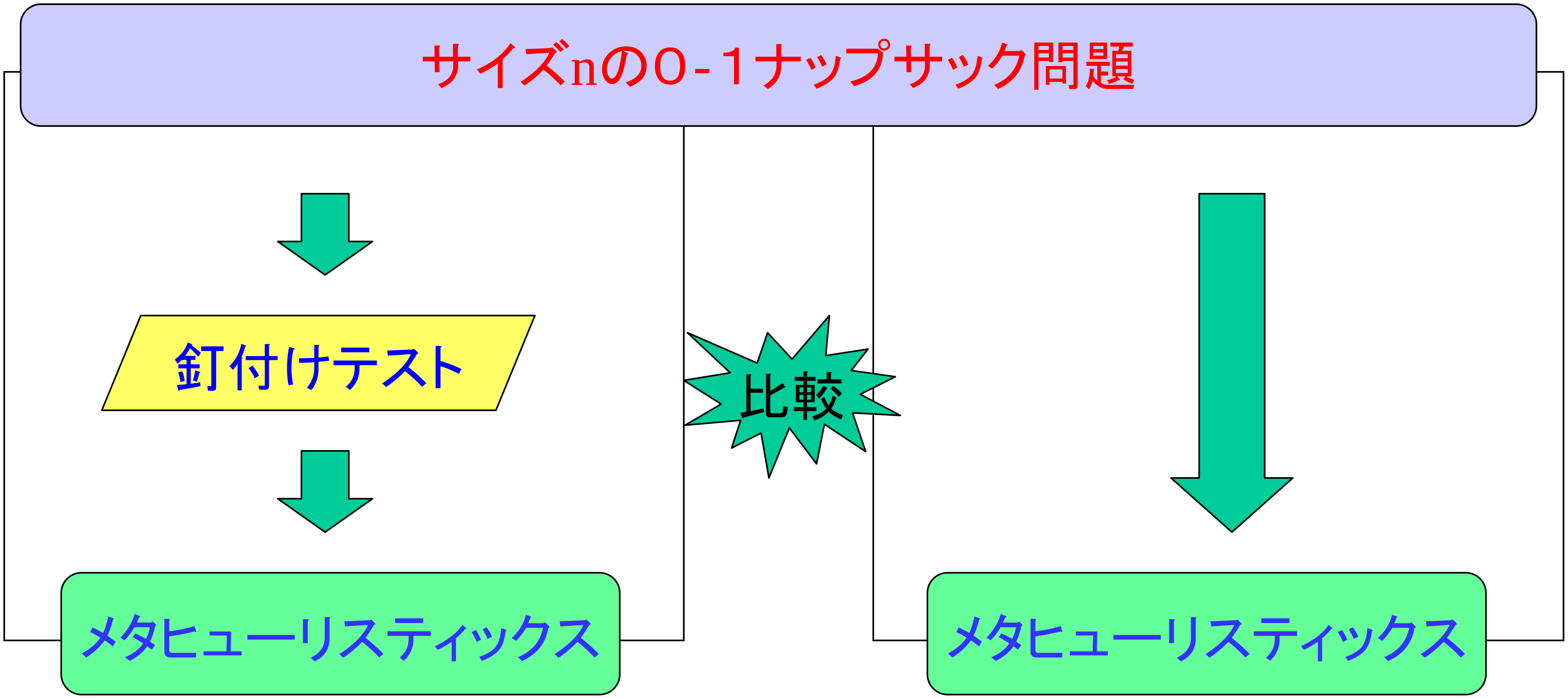
発見的解法

メタヒューリスティックス

２．研究目的（１）

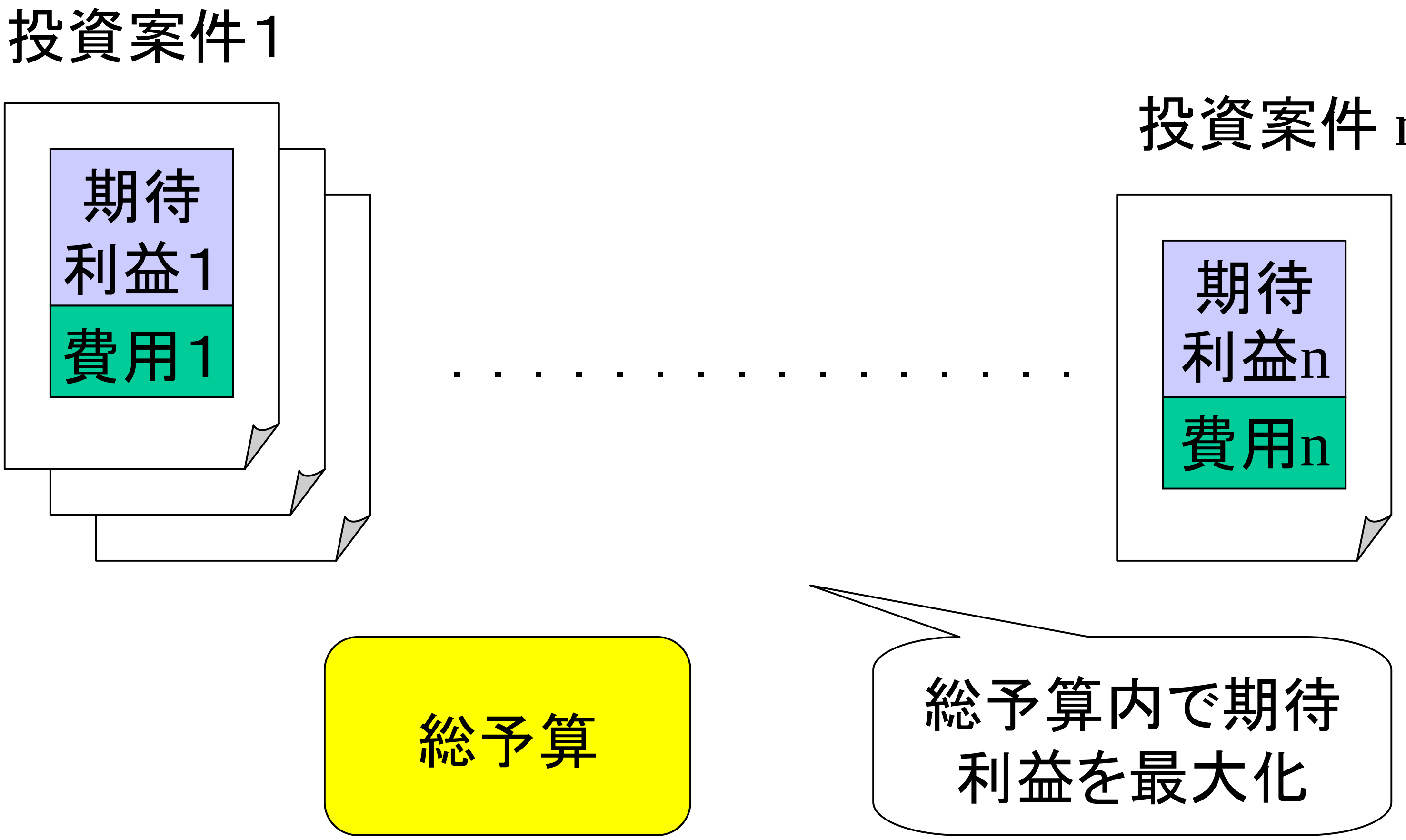


２．研究目的（２）



３.ナップサック問題

３.1　定式化



0-1ナップサック問題

$$
(P)\quad
\left[
\begin{array}{ll}
\text{最大化} & z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
\text{制　約} & \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \le b \\
 & x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, \ldots n
\end{array}
\right.
$$

３．２　厳密解法

Dynamic Programming

$$f_r(y)=\begin{cases}\max\left\{f_{r-1}(y),c_r+f_{r-1}(y-a_r)\right\} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad if \quad a_r\le y \\ f_{r-1}(y) \qquad\qquad if \quad a_r\ge y\end{cases}$$

ただし、$f_0(y)=0, f_r(0)=0$

$f_n(b)\leftarrow 0-1$ナップサック問題の (厳密)最適値

３．３　釘付けテスト

目的

0-1ナップサック問題の規模縮小

内容

ある条件を満たす変数が最適解において
０か１に決まる

暫定値　最適値　連続緩和最適値

$$\tilde{z} \le z(P) \le z(\overline{P})$$

この関係が任意の実行可能解において
成立することを利用する

効率 $\gamma_{\mathrm{j}} = c_j / a_j$ を $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \ldots \geq \gamma_m$ となるように

並べ替える。$\sum_{j=1}^{p-1} a_j \leq b < \sum_{j=1}^{p} a_j$ を満たすpを定め、

$$\mu_j^* = \begin{cases} c_j - \gamma_p a_{j,} & j = 1,2,\ldots p \\ -c_j + \gamma_p a_{j,} & j = p+1,\ldots, m \end{cases}$$

を定義 する。

$J^* = \left\{ \mu_j^* \geq z\left(\overline{P}\right) - \tilde{z} \right\}$としたとき、

（ｉ）$j \in J^*$ かつ $j < p$ なら、暫定解よりも良い

（P）の実行可能解は $x_j = 1$ を満たす

（ii）$j \in J^*$ かつ $j > p$ なら、暫定解よりも良い

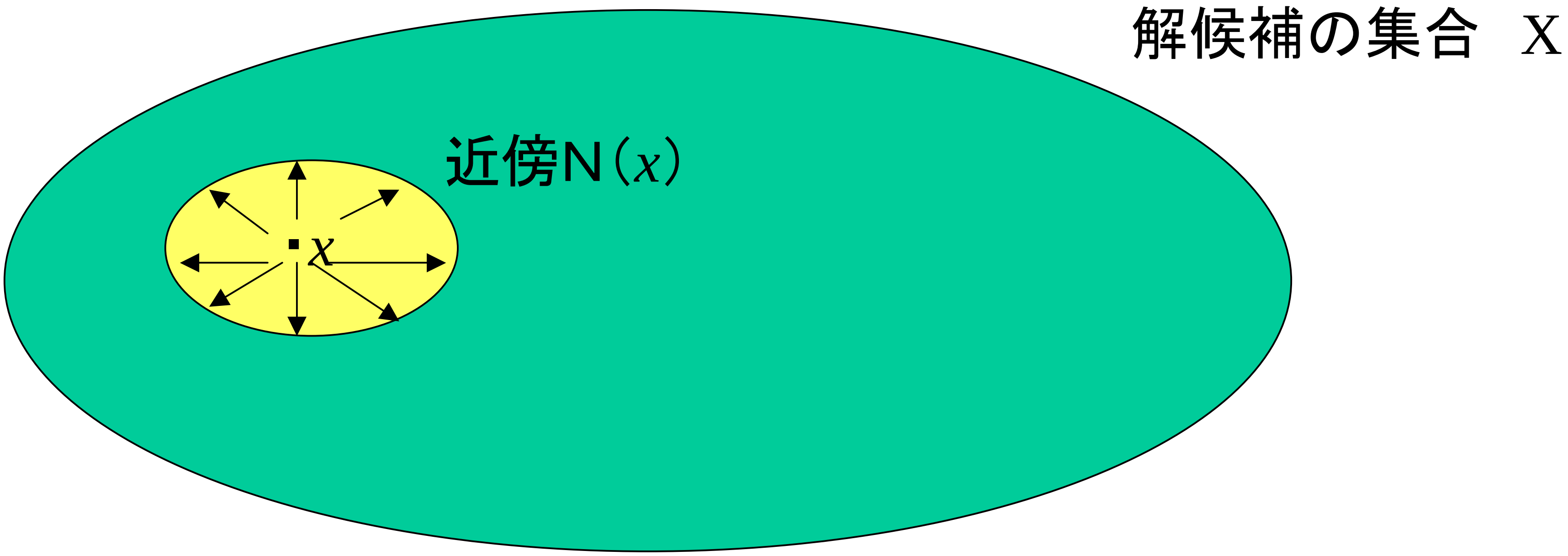
（P）の実行可能解は $x_j = 0$ を満たす

４．メタ・ヒューリスティックス

メタ・ヒューリスティックス

対象とする問題の近似解 x が一つ適当な方法で得られたとして、この近似解 x をさらに改良（探索）するためのアルゴリズムの枠組み

４．１　近傍



$$\left(x_1, x_2, x_3, x_4\right) = (1,0,1,0)$$

近傍

$$\boxed{(0,0,1,0),(1,1,1,0),(1,0,0,0),(1,0,1,1)}$$

４．２　多スタート局所探索法
(Multi-start Local Search(MLS))

特徴

多数の初期解に対して局所探索を行い、
その中で最良な解を出力する

局所探索

$N(x)$内にxより良い解があればそれに置き換えるという操作を可能な限り反復する

それまでに得た最良な値を暫定値として記憶しておき、それよりも良い値が発見されたらそれを更新する

本研究では

近傍

$x_j(1,2,\ldots n)$ の解を3つまで異なることを許した実行可能解の集合

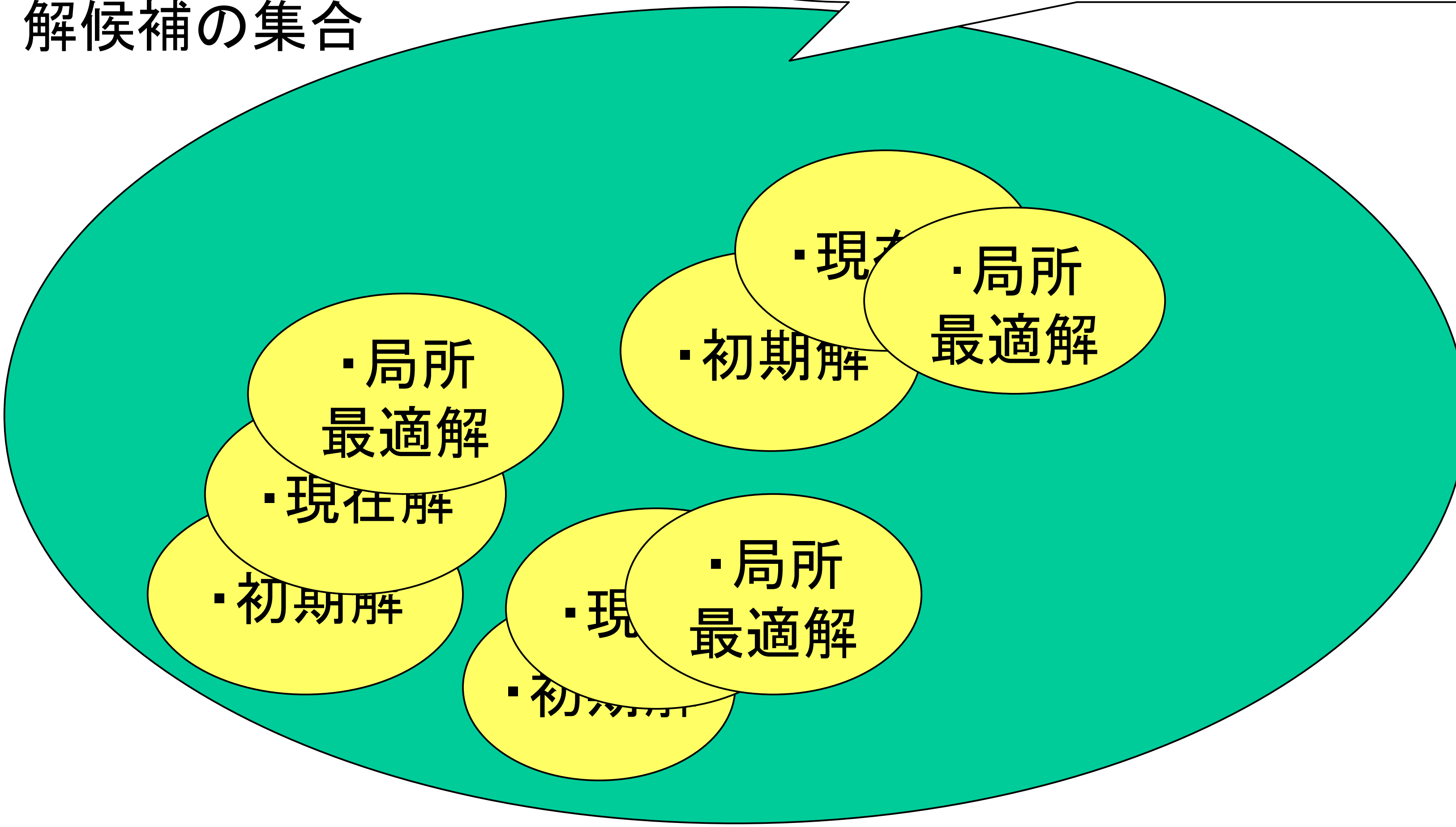
終了条件

連続した５＊ｎ回の「スタート→探索」において暫定値が更新されなかった

本研究における
多スタート局所探索法の動作

終了条件が成立するまで繰返し
それまでに得た最良な局所最適値
を問題の近似最適値として出力

解候補の集合



４．３　タブー探索法
(Tabu Search(TS))

特徴

- 改悪であっても近傍の中で最良な解に置き換える
- タブー集合を作り、最近探索した同じ解へ戻るのを避ける

タブー集合の作成

現在解を更新(移動)したとき、変更のあった場所を以後数回探索の対象としない

本研究では

近傍

$x_j(1,2,\ldots n)$の解を1つまで異なることを許した集合

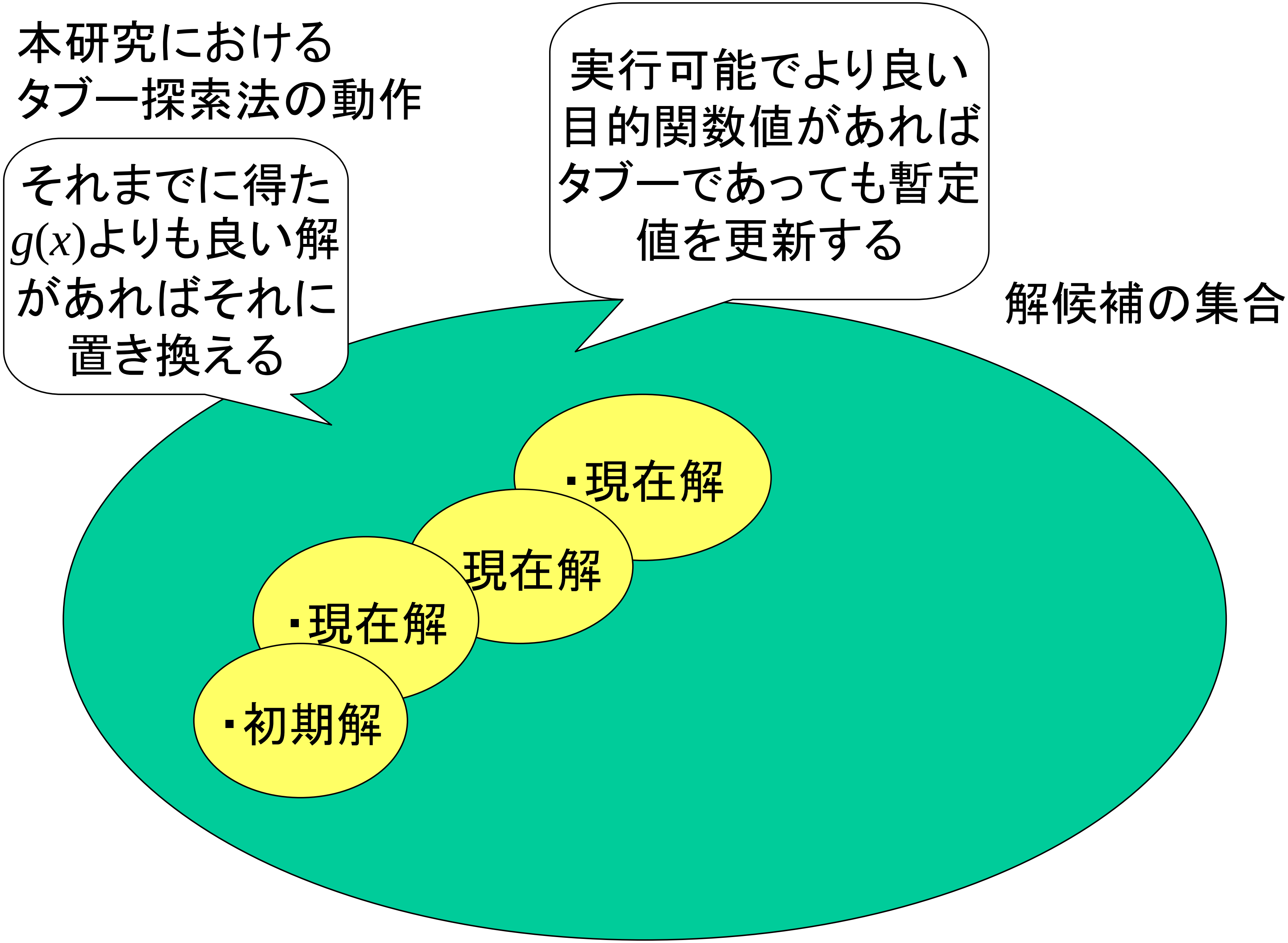
評価関数

$$g(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \alpha * \min\left(0, b - \sum_{j=1}^{n} a_j x_j\right)$$

終了条件

連続した5＊n回の探索において暫定値が更新されなかった

本研究における
タブー探索法の動作



５．計算機実験の結果と比較

５．１　データの作成

表１．本研究実験で使用したデータ

ファイル名	サイズn	a(下限)	a(上限)	c(下限)	c(上限)
sample 1-10	30	5	40	15	120
sample 11-20	30	10	20	30	60
sample 21-30	30	5	40	a + 10	
sample 31-40	100	5	40	15	120
sample 41-50	100	10	20	30	60
sample 51-60	100	5	40	a + 10	

表２．メタヒューリスティックスの性能比較

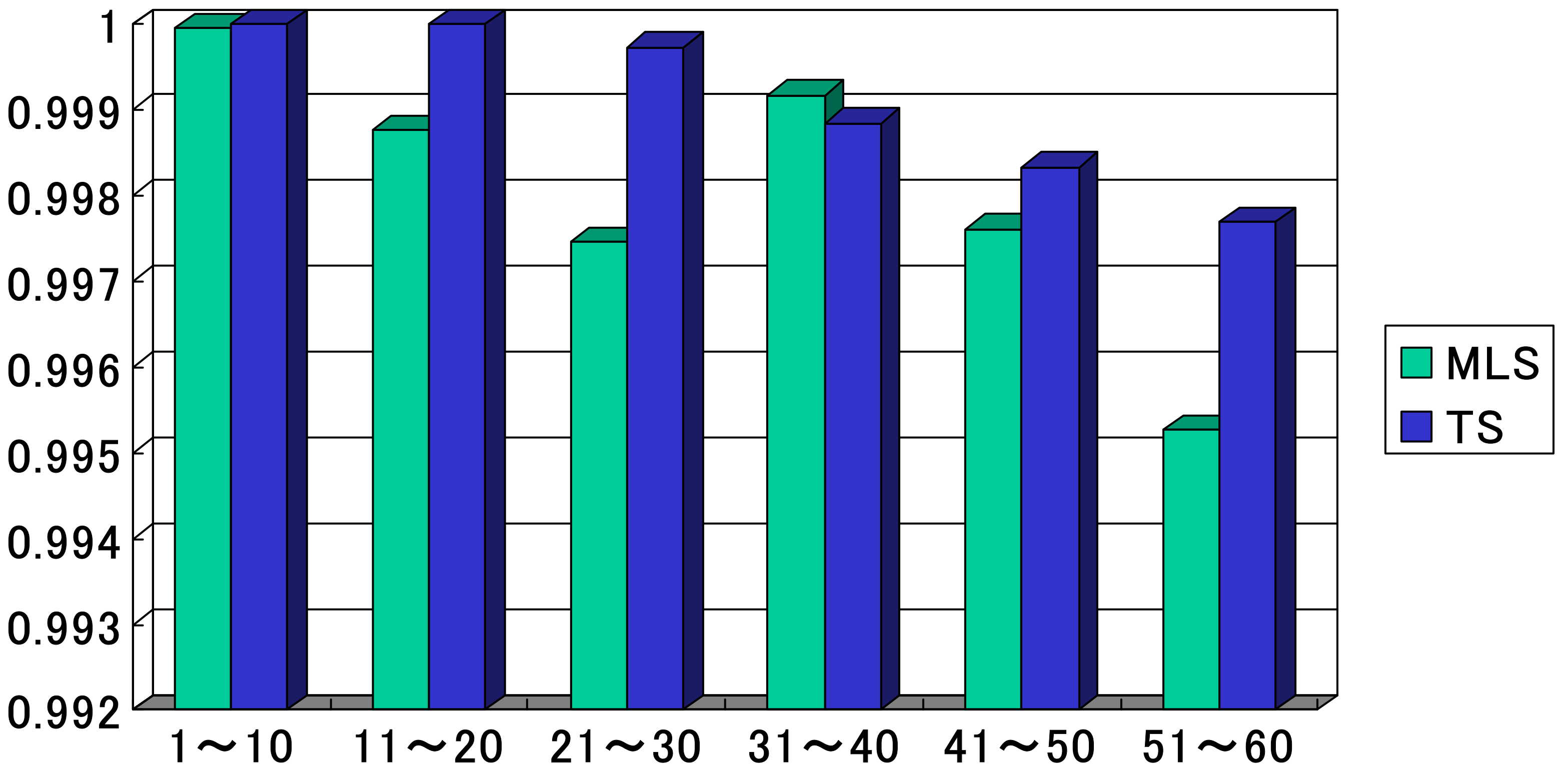


表３．メタヒューリスティックスの計算時間の比較（１）（ｎ＝３０）

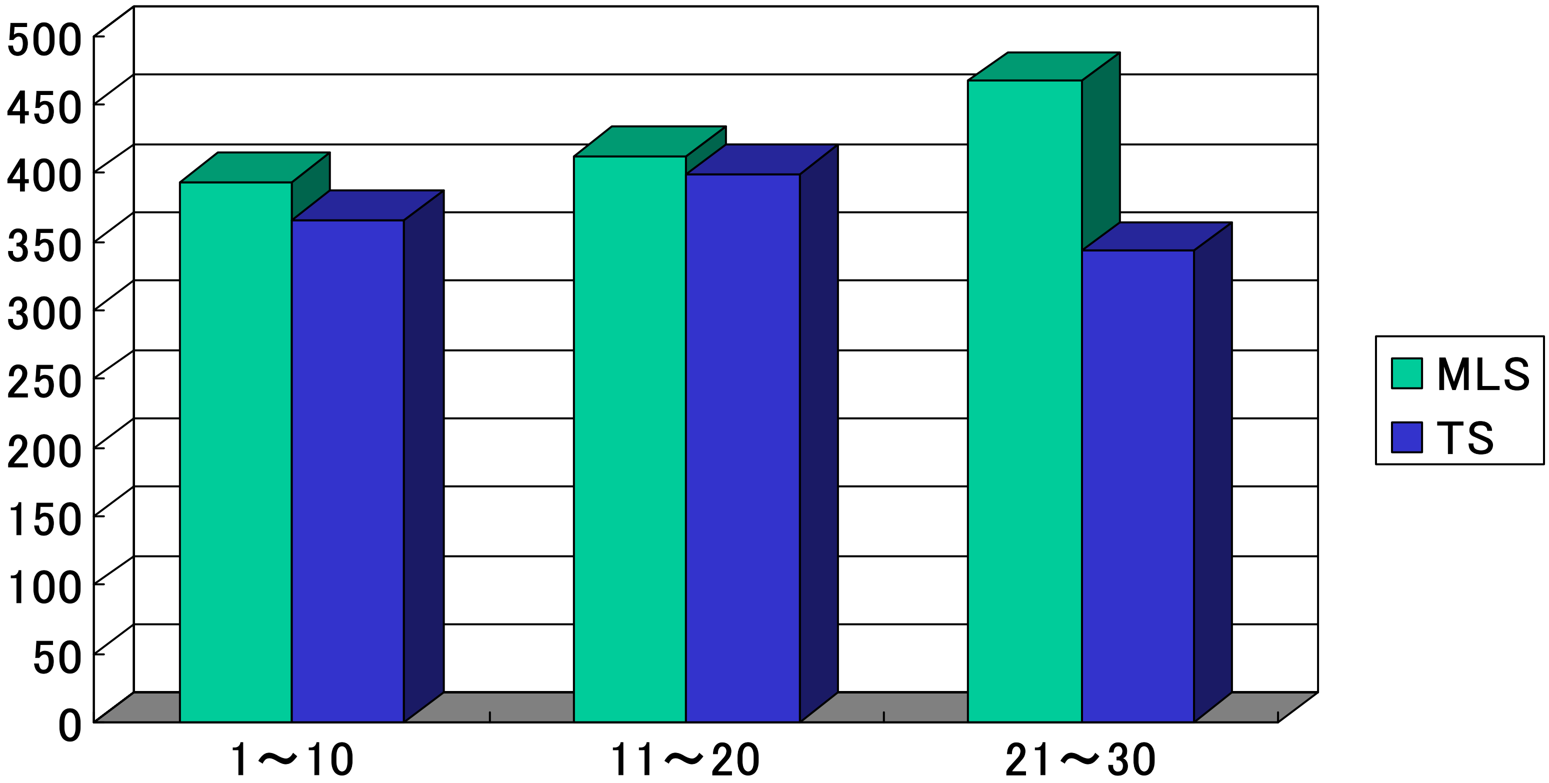


表4．メタヒューリスティックスの計算時間の比較（２）（ｎ＝１００）

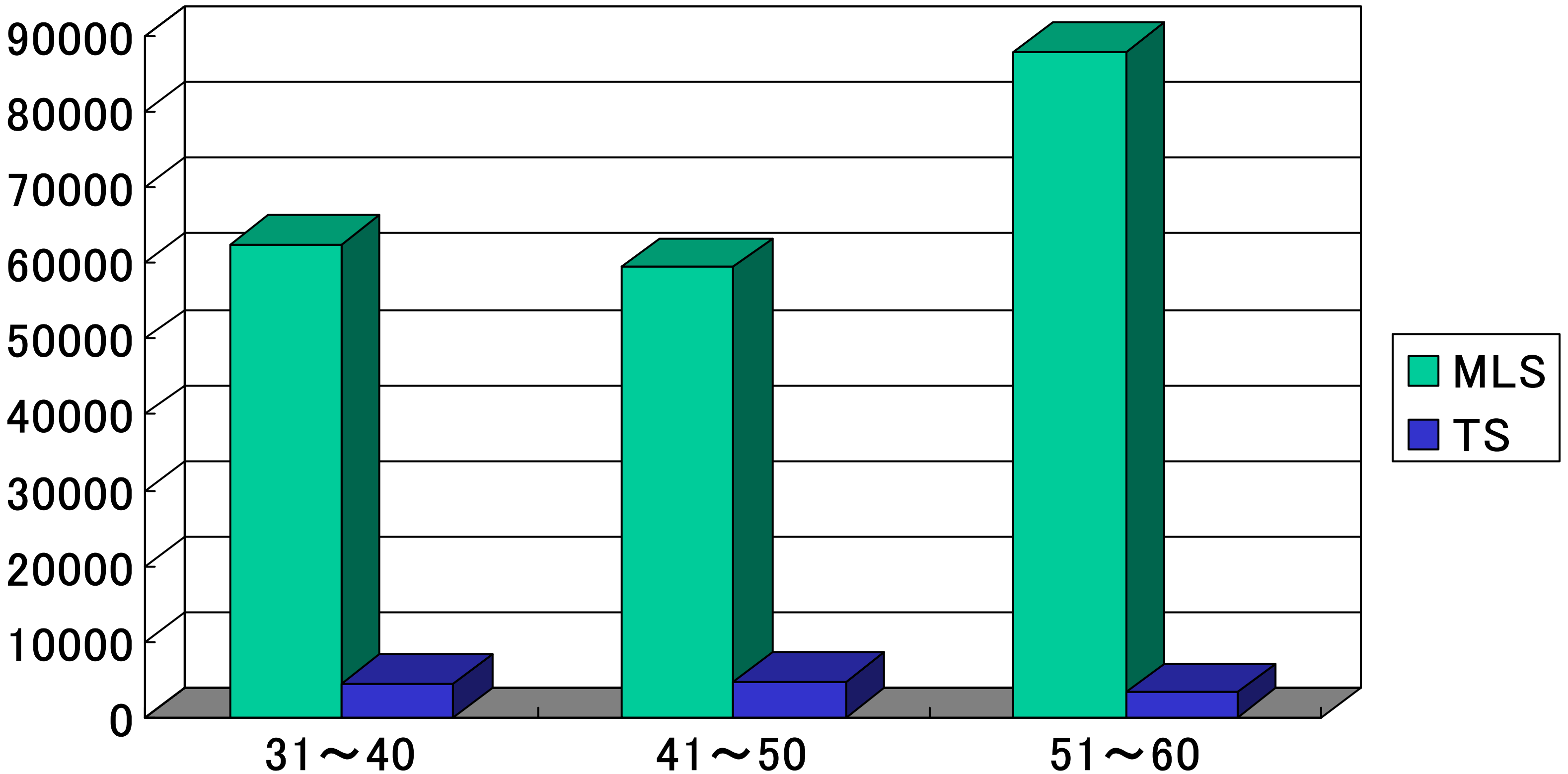
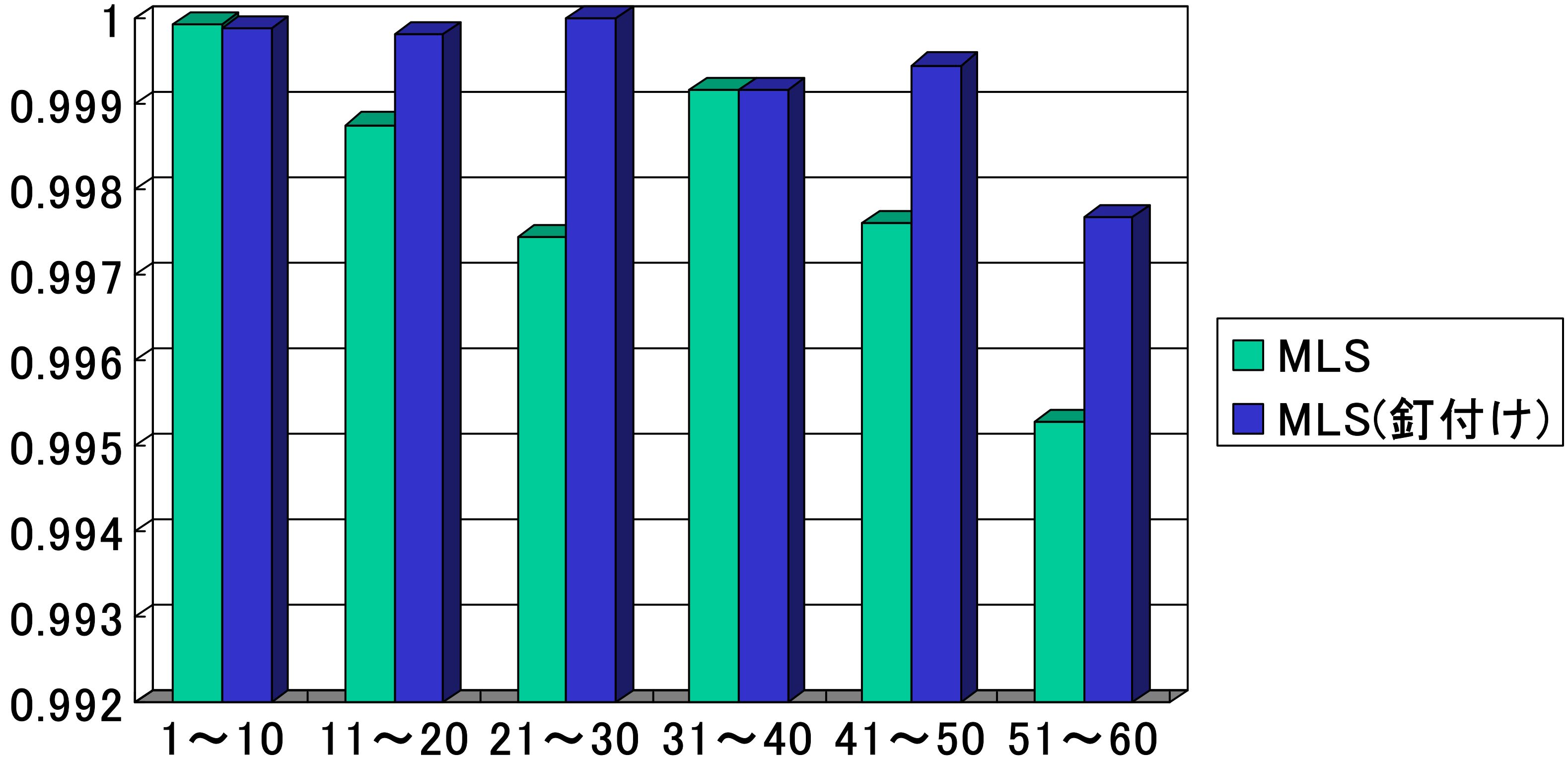
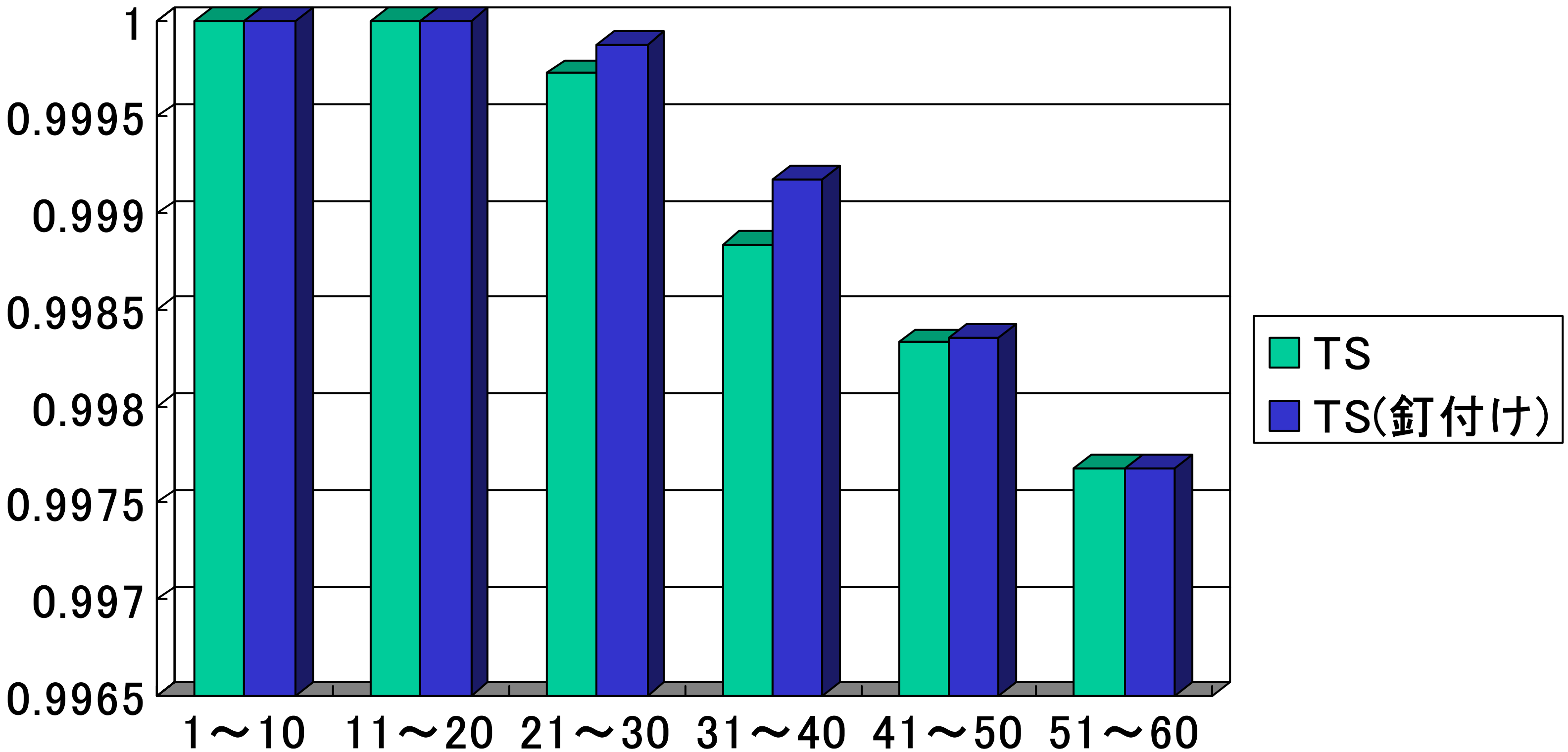


表5. 釘付けテストを適用した効果(MLS)



残り変数 10.6 21.2 28.3 19.4 73.9 98.3

表6. 釘付けテストを適用した効果(TS)



残り変数	10.6	21.2	28.3	19.4	73.9	98.3

６．考察

- n＝３０のときは、多スタート局所探索法、タブー探索法ともに、ほぼ厳密値を得ることができた
- n＝１００のときは、タブー探索法で解いたときの方が良い結果を得た
- 釘付けテスト、メタヒューリスティックスを併用して解いたときの方が、メタヒューリスティックスのみで解いたときよりも良い結果が得られた

7. おわりに

- 本研究実験では、タブー探索法の方が多スタート局所探索法よりも性能が良かった
- 釘付けテストの効果

【参考文献】

[1]　今野　浩、鈴木　久敏:「整数計画法と組合せ最適化」
日科技連出版社(1982)

[2]　茨木:メタ・ヒューリスティックス:その意義と可能性;
第5回RAMPセミナー資料(1995)