

小選挙区決定問題

～グラフによる定式化と厳密解法～

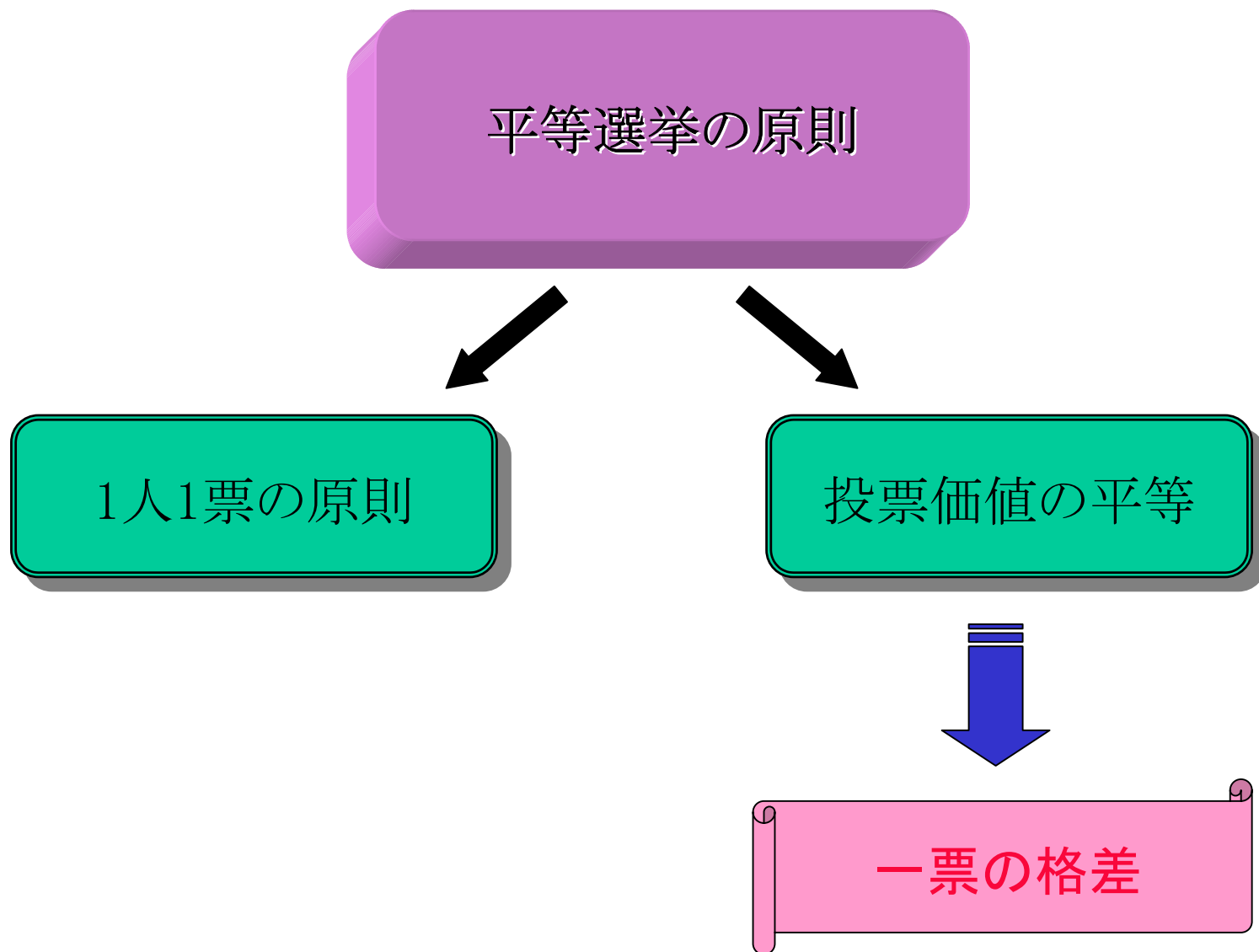
沼田研究室

4495097 矢城 修一

発表構成

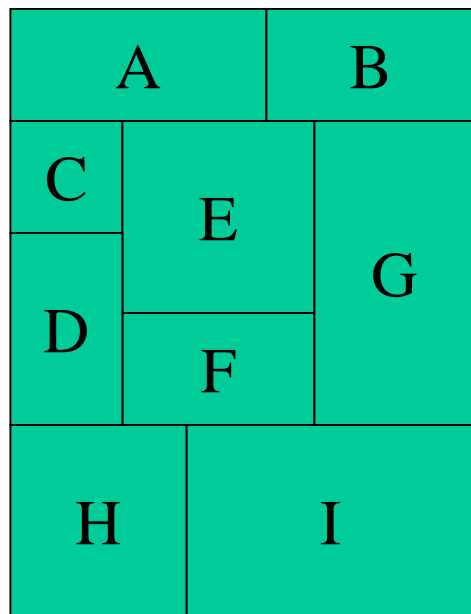
1. はじめに
2. 小選挙区決定問題
3. 分枝限定法
4. 数値実験
5. おわりに
6. 参考文献

1. はじめに

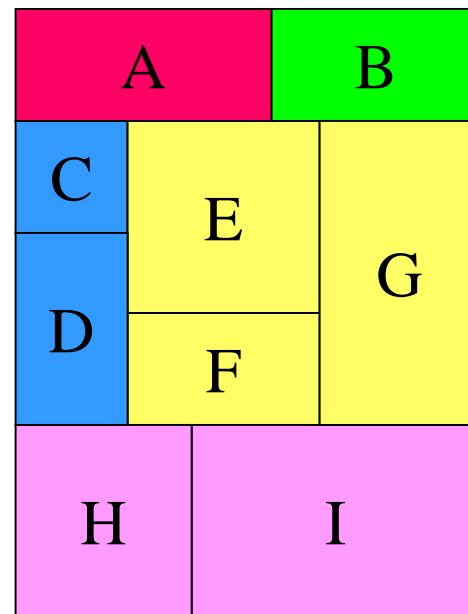


2. 小選挙区決定問題

例) ○○県 議員定数5人



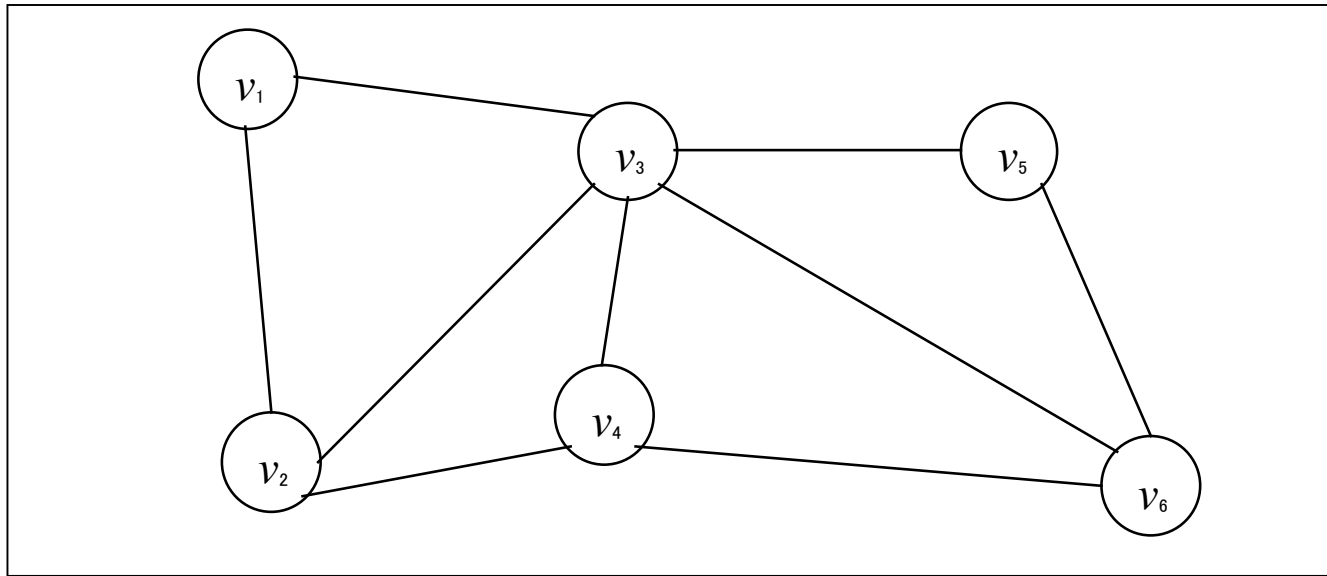
5つの小選挙区
に分割



☆ A~Iは小地域を表す

小選挙区に所属している市区町村（以下“小地域”と呼ぶ）
はつながっていないなければならない。

2. 1. グラフによるモデル化



- グラフ \mathbf{G} の点集合 $\mathbf{V}=\{v^1, v^2, \dots, v^n\}$ は, 対象とする小地域を表す
- グラフ \mathbf{G} の枝集合 \mathbf{E} は, 各小地域間の隣接関係を表す
- 各小地域を代表する頂点には有権者数を対応させる

2. 2. モデルの定式化

$M = \{1, 2, \dots, m\}$: 小選挙区の集合

Minimize

$$\max_{j \in M} \sum_{i \in N} p_i x_{ij}$$

p_i : 小地域 i の有権者数

$$\min_{k \in M} \sum_{i \in N} p_i x_{ik}$$

$N = \{1, 2, \dots, n\}$: 小地域の集合

制約条件

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = 1, \quad i \in N$$

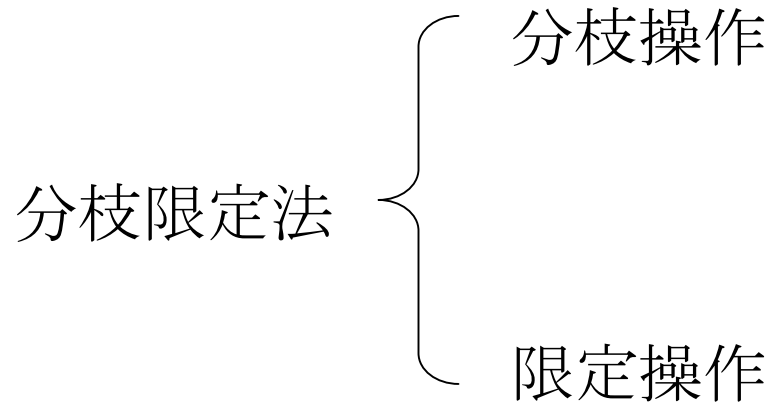
... (1)

$\{i \mid x_{ij} = 1\}$ から誘導される部分グラフ R_j は連結

... (2)

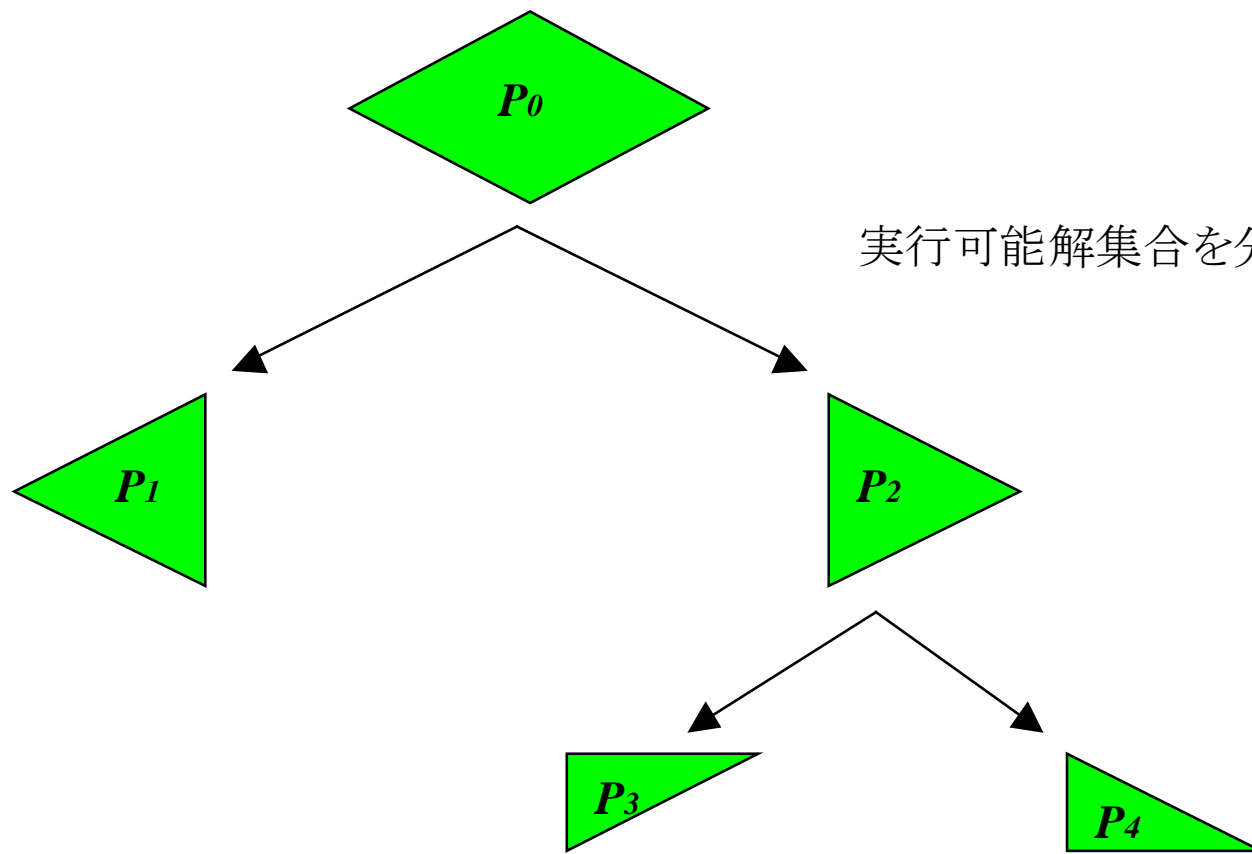
$x_{ij} (i \in N, j \in M)$: $x_{ij} = 1$ のとき、小地域 i は小選挙区 j に含まれる
 $x_{ij} = 0$ のとき、小地域 i は小選挙区 j に含まれない

3. 分枝限定法



3. 1. 分枝操作

与えられた問題の実行可能解集合



3. 2. 限定操作

探索途中に見つかった (P_0) の
最良の実行可能解を暫定解とする



子問題の解が暫定解よりも
良い解ではない

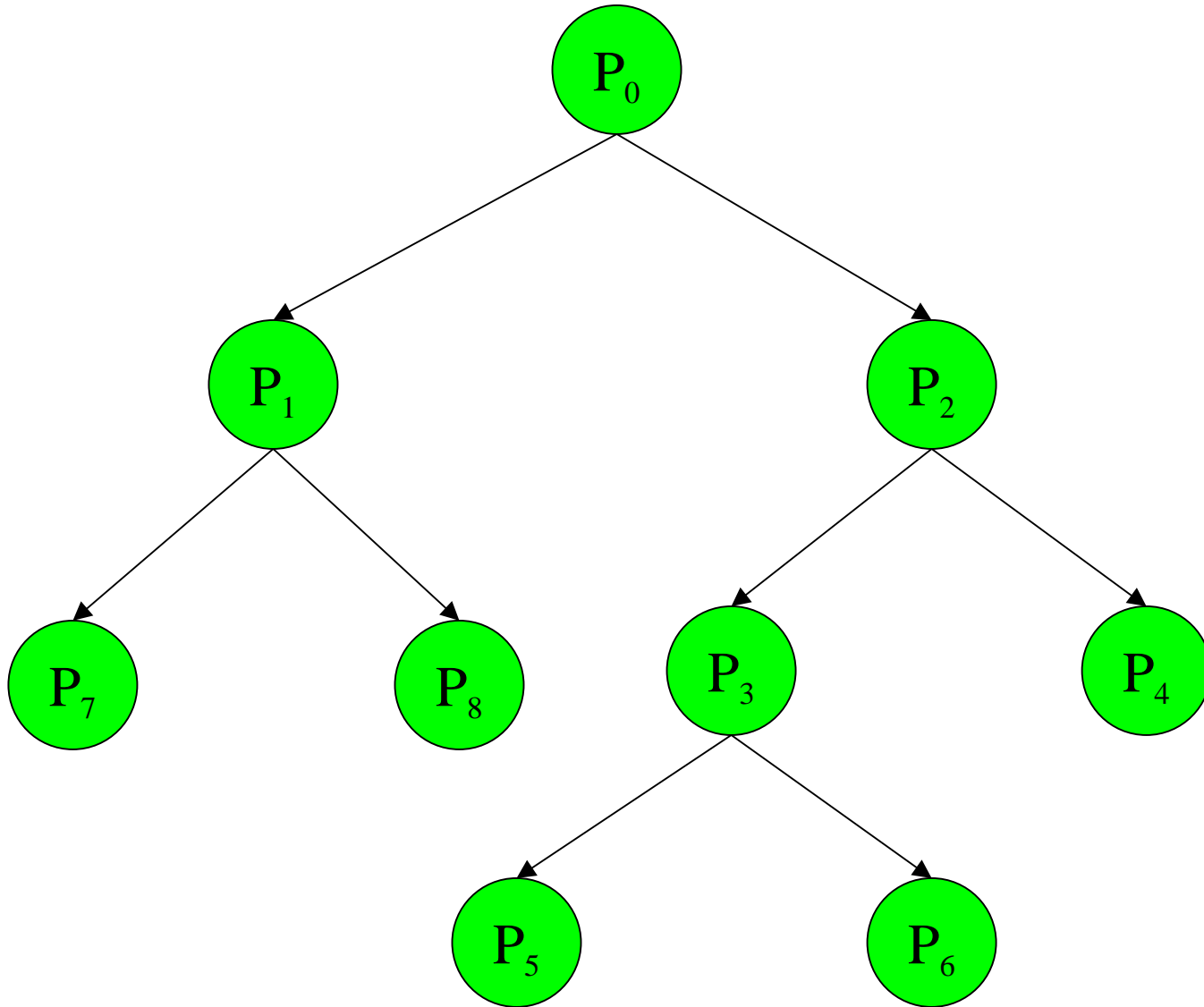


暫定解と緩和問題
の解とを比較する



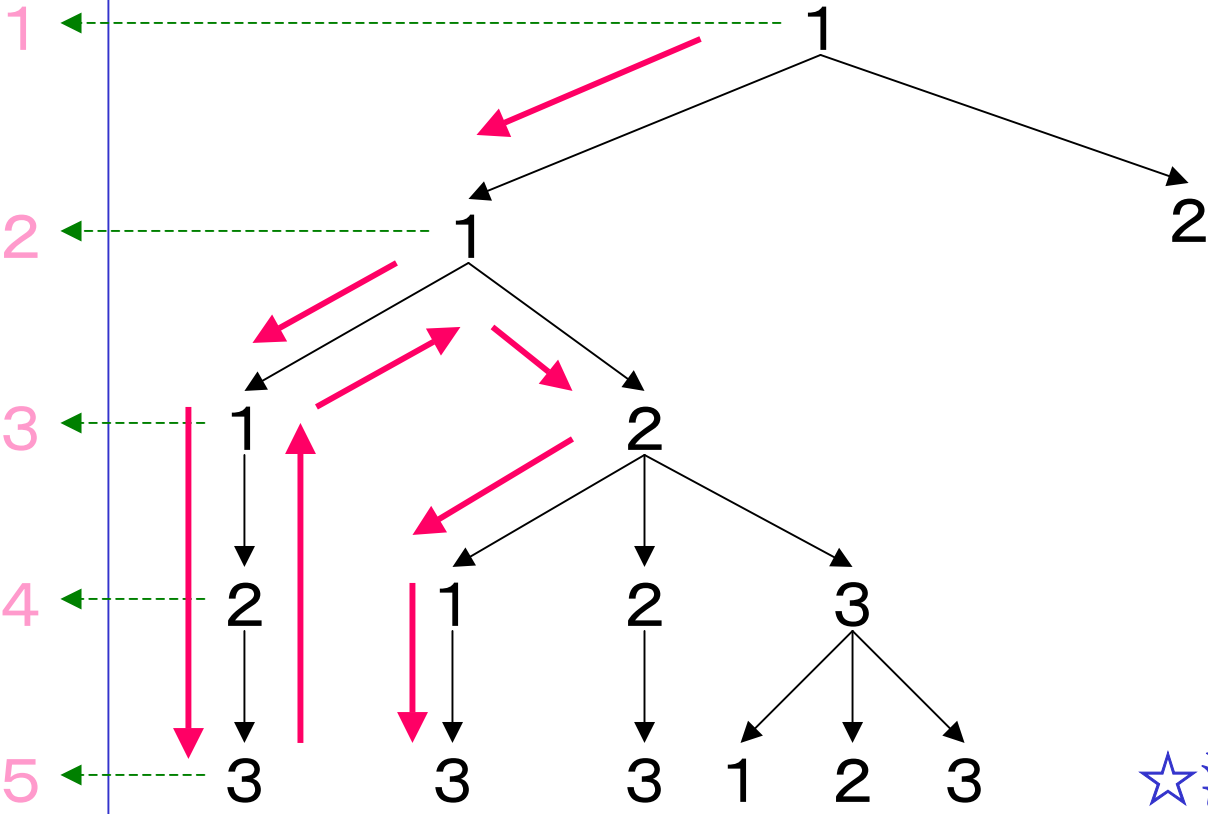
その子問題の分枝を停止

分枝限定木



5つの小地域を3つの小選挙区に分割

小選挙区番号



☆深さ優先探索

小地域番号

3. 4. 子問題

C_j : 小選挙区 j に既に割り当てられている有権者数

Minimize $\max_{j \in M} \sum_{i \in N'} p_i x_{ij} + c_j$

$\min_{k \in M} \sum_{i \in N'} p_i x_{ik} + c_k$

制約条件 $\sum_{j \in M} x_{ij} = 1$, $i \in N'$

N' : 未割り当ての小地域集合

$\{i \mid x_{ij} = 1\} \cap \{\text{小選挙区に配分されている小地域}\}$

から導かれる部分グラフ R_j は連結

3. 5. 緩和問題

y_j : 小選挙区 j に新たに割り当てられた有権者数

Minimize $\max_{j \in M} (c_j + y_j)$ / $\min_{k \in M} (c_k + y_k)$

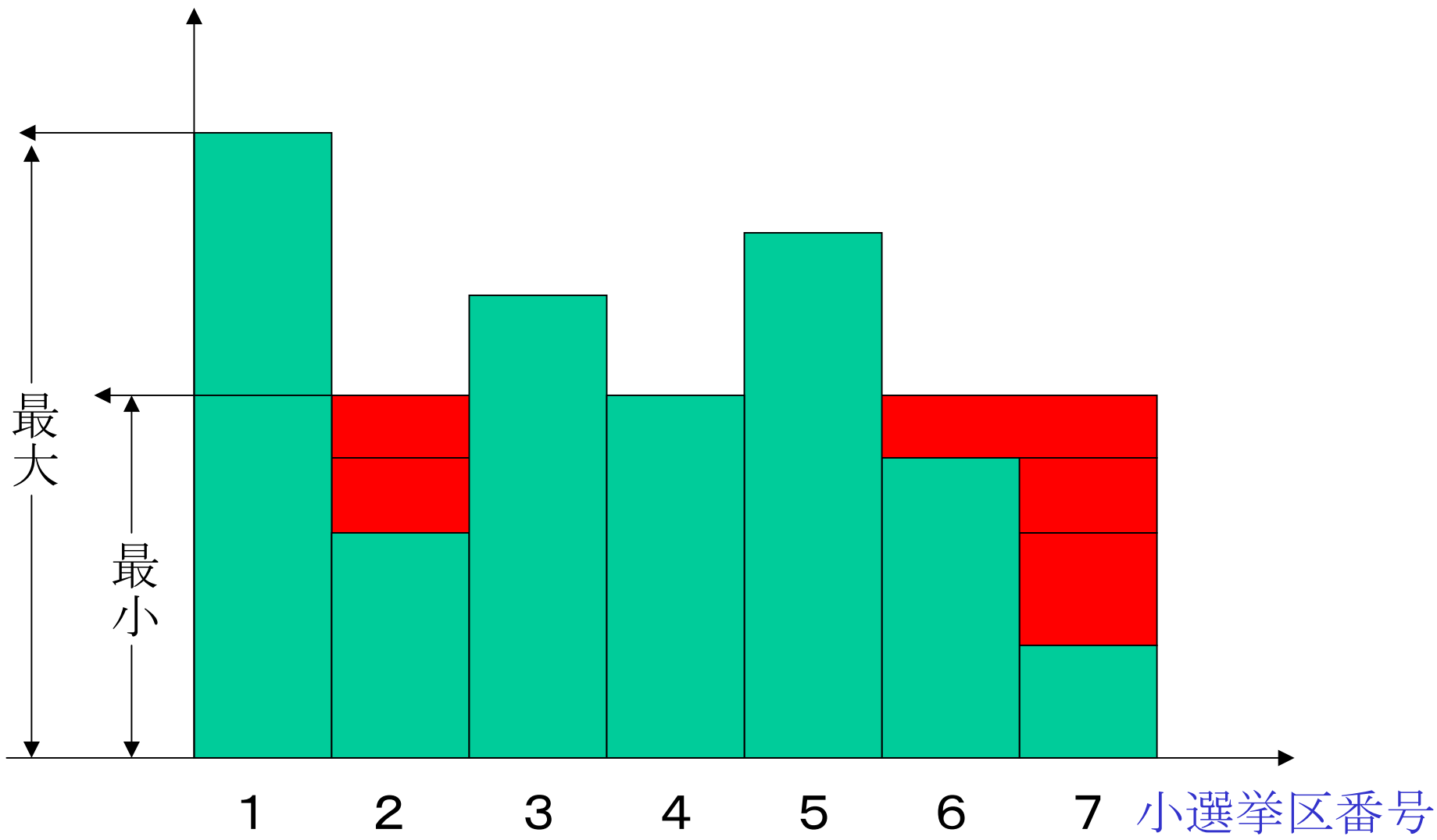
制約条件

$$\sum_{j \in M} y_j = U$$

U : 未割り当て小地域の有権者総数

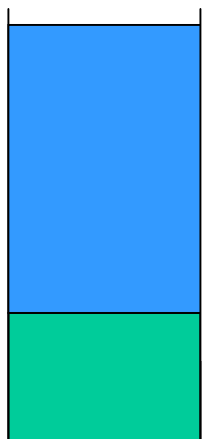
$$y_j \geq 0$$

有権者数

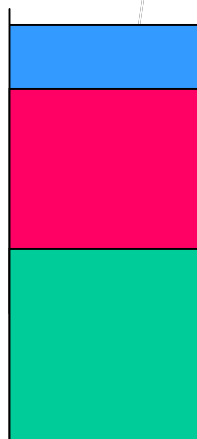


3. 6. 限定操作(1) ～緩和問題～

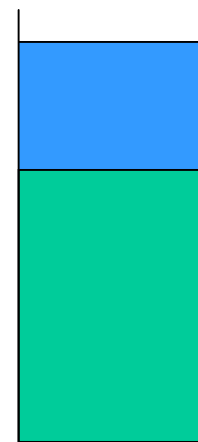
未割り当ての小地域集合



小選挙区1



小選挙区 j

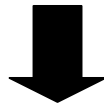


小選挙区 m

緩和問題の解 $>$ 暫定解
または
最小有権者数経路が存在しない

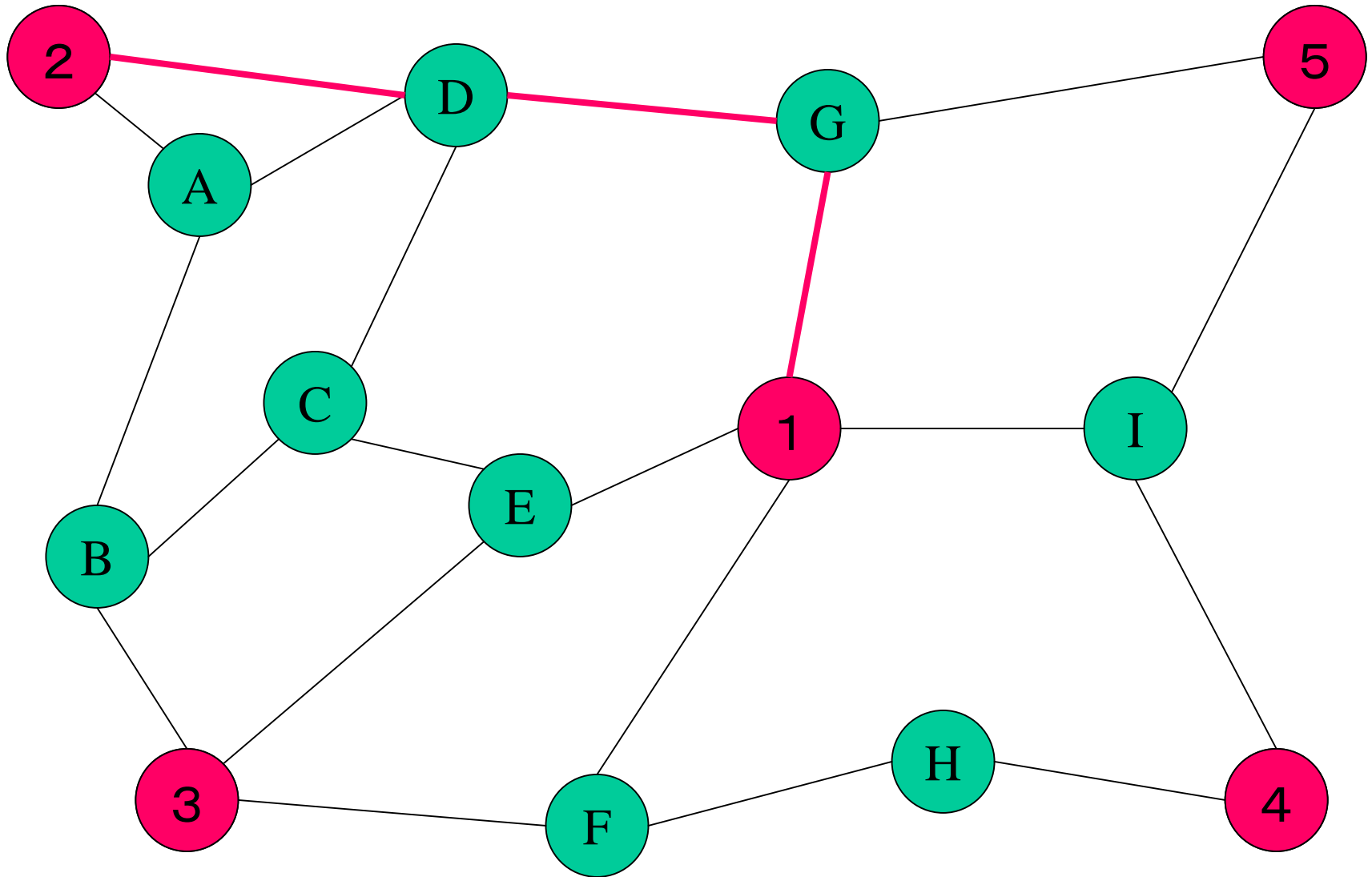


分枝停止



次の未分枝頂点を探索

3. 7. 限定操作(2) ~分枝順序~



4. 数値実験

4. 1. 入力データ(前処理前)

No.	小地域名	有権者数	No.	小地域名	有権者数
①	関宿町	23,861	②6	四街道市	63,628
②	野田市	92,711	②7	八街市	49,380
③	柏市	247,402	②8	成田市	69,889
④	流山市	113,554	②9	香取郡	91,561
⑤	我孫子市	99,461	③0	佐原市	39,469
⑥	沼南町	33,893	③1	銚子市	66,235
⑦	松戸北部	130,112	③2	海上郡	17,366
⑧	松戸南部	230,409	③3	旭市	31,126
⑨	市川北部	27,604	③4	八日市場市	26,869
⑩	市川南部	315,830	③5	匝瑳郡	17,817
⑪	安浦市	109,147	③6	山武郡	114,753
⑫	鎌ヶ谷市	77,432	③7	東金市	41,640
⑬	白井町	35,959	③8	長生郡	53,668
⑭	船橋市	429,472	③9	茂原市	72,043
⑮	習志野市	118,912	④0	市原市	212,140
⑯	八千代市	122,271	④1	夷隅郡	52,961
⑰	印西市	40,936	④2	勝浦市	19,725
⑱	印旛郡	81,523	④3	天津小湊町	6,760
⑲	佐倉市	127,341	④4	袖ヶ浦市	43,902
⑳	花見川区	138,205	④5	木更津市	95,733
㉑	美浜区	98,823	④6	君津市	72,022
㉒	中央区	132,973	④7	富津市	44,237
㉓	稲毛区	114,717	④8	鴨川市	25,295
㉔	若葉区	117,385	④9	安房郡	49,630
㉕	緑区	64,318	⑤0	館山市	42,646
		千葉県合計		4,544,171	

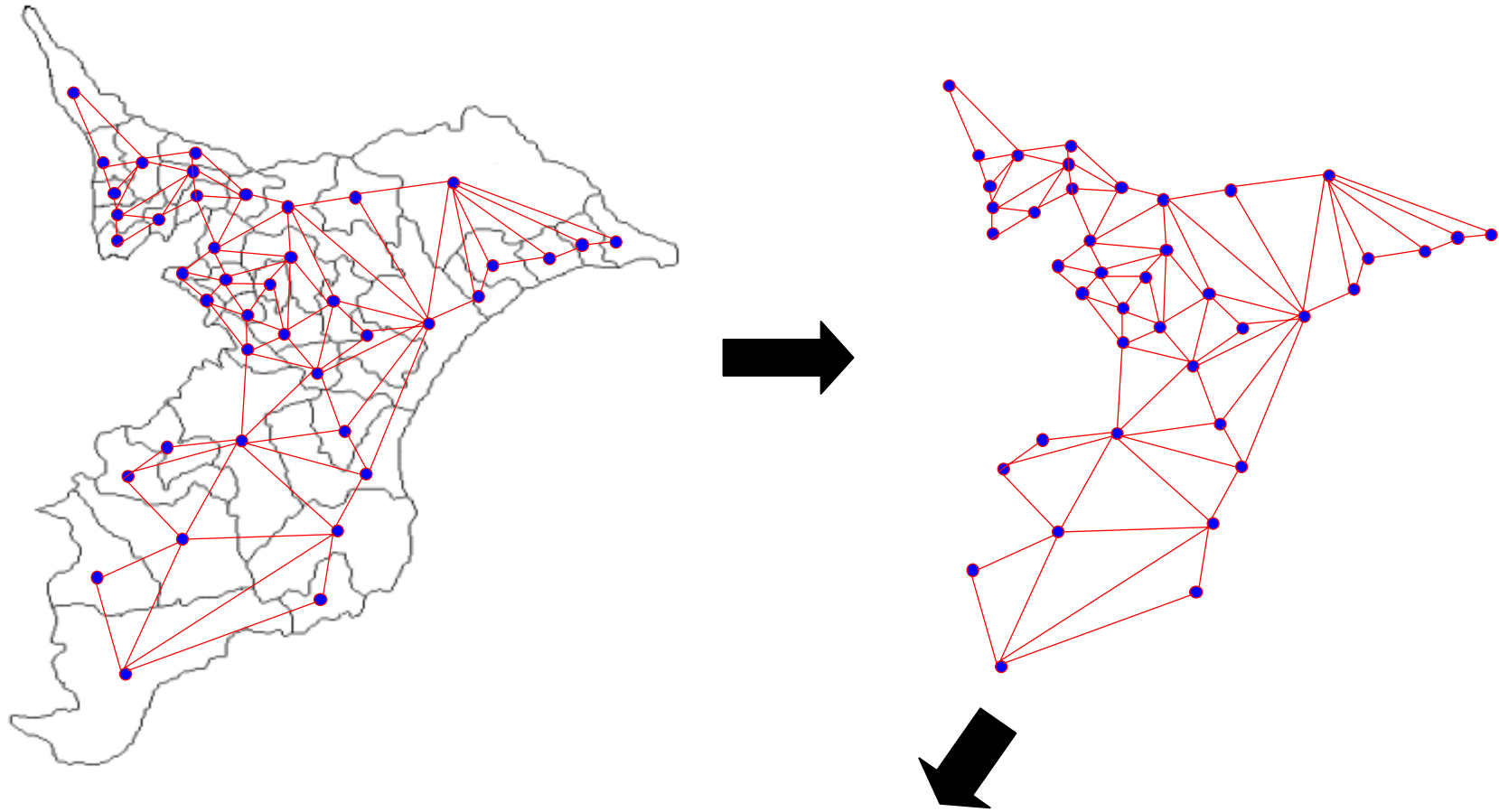
4. 2. 前処理

- ① 1つの小選挙区を構成する有権者数の上限値と下限値を求める。
- ② 町村で構成される「郡」は、基本的に1つの小地域とみなす。
- ③ 1つの小選挙区としか隣接していない小地域のうち、その有権者数が下限値に満たない小地域は、その唯一隣接している小地域と同じ小地域とみなす。
- ④ 隣接している小地域の有権者数を加えると、必ず上限値を超えてしまう小地域には、1つの小選挙区を割り当てる。

4.3. 入力データ(前処理後)

小地域番号	構成小地域名	有権者数	小地域番号	構成小地域名	有権者数
①	関宿町・野田市	116,572	②④	成田市	69,889
②	柏市	247,402	②⑤	香取郡・佐原市	131,030
③	流山市	113,554	②⑥	銚子市	66,235
④	我孫子市	99,461	②⑦	海上郡	17,366
⑤	沼南町	33,893	②⑧	旭市	31,126
⑥	松戸北部	130,112	②⑨	八日市場市	26,869
⑦	松戸南部	230,409	③⑩	匝瑳郡	17,817
⑧	市川北部	109,147	③⑪	山武郡	114,753
⑨	鎌ヶ谷市	77,432	③⑫	東金市	41,640
⑩	白井町	35,959	③⑬	長生郡	53,668
⑪	習志野市	118,912	③⑭	茂原市	72,043
⑫	八千代市	122,271	③⑮	市原市	212,140
⑬	印西市	40,936	③⑯	夷隅郡	52,961
⑭	印旛郡	81,523	③⑰	勝浦市	19,725
⑮	佐倉市	127,341	③⑱	袖ヶ浦市	43,902
⑯	花見川区	138,205	③⑲	木更津市	95,733
⑰	美浜区	98,823	④⑩	君津市	72,022
⑱	中央区	132,973	④⑪	富津市	44,237
⑲	稲毛区	114,717	④⑫	天津小湊町 鴨川市・館山市 安房郡	124,331
⑳	若葉区	117,385			
㉑	緑区	64,318			
㉒	四街道市	63,628			
㉓	八街市	49,380			

4. 4. グラフによるモデル化

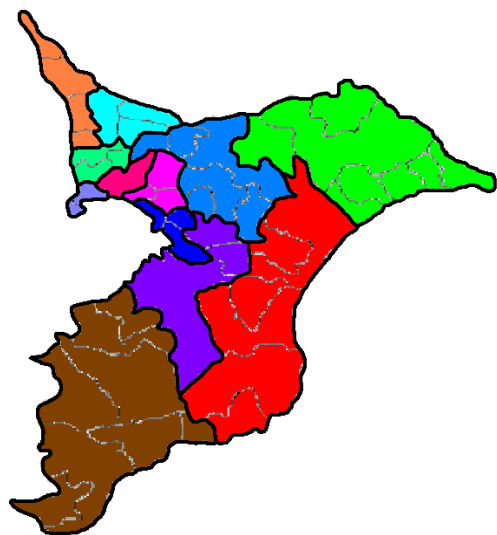


10に分割

4. 5. 分枝順序

分枝順序	構成小地域名	小地域番号	分枝順序	構成小地域名	小地域番号
1	関宿町・野田市	①	22	印旛郡	⑭
2	銚子市	②⑥	23	白井町	⑩
3	八千代市	⑫	24	習志野市	⑪
4	安房郡	⑫	25	花見川区	⑯
5	中央区	⑯	26	美浜区	⑰
6	君津市	④⑩	27	若葉区	⑳
7	富津市	④⑪	28	稲毛区	⑱
8	木更津市	③⑨	29	八街市	㉓
9	市原市	③⑤	30	東金市	③②
10	佐倉市	⑮	31	四街道市	㉒
11	香取郡・佐原市	②⑤	32	松戸南部	⑦
12	成田市	②④	33	市川北部	⑧
13	海上郡	②⑦	34	鎌ヶ谷市	⑨
14	旭市	②⑧	35	沼南町	⑤
15	八日市場市	②⑨	36	松戸北部	⑥
16	匝瑳郡	③⑩	37	流山市	③
17	山武郡	③⑪	38	柏市	②
18	夷隅郡	③⑫	39	我孫子市	④
19	長生郡	③⑬	40	印西市	⑬
20	茂原市	③⑭	41	勝浦市	③⑦
21	緑区	②⑮	42	袖ヶ浦市	③⑧

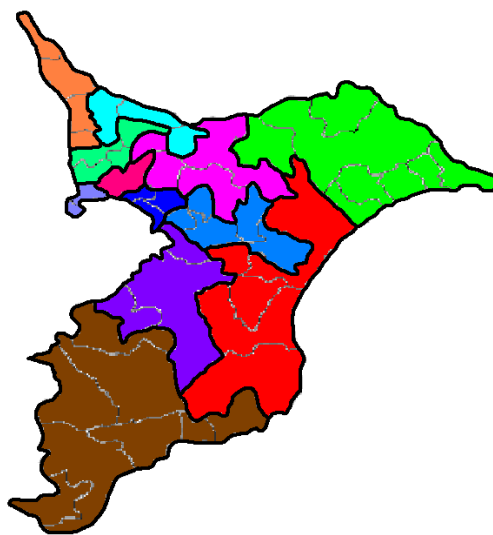
4. 6. 実験結果



平成8年度

衆議院議員選挙時

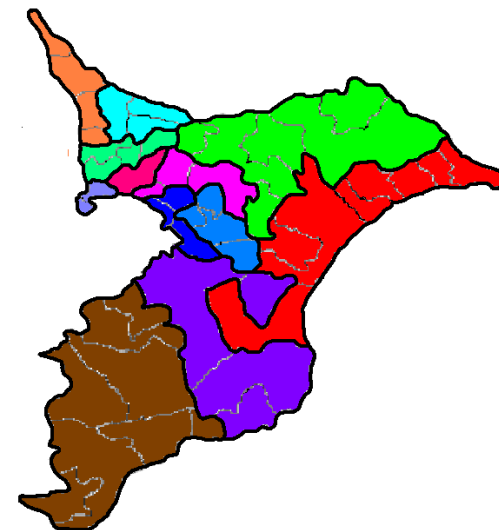
一票の格差: 1.2803倍



昨年度の研究結果

(近似解)

一票の格差: 1.2066倍



本年度の研究結果

(厳密解)

一票の格差: 1.2034倍

	所要時間		一票の格差	
	限定操作を 組み込まない 場合	限定操作を 組み込んだ 場合	平成8年度 衆議院 議員選挙時	本プログラムの 適用結果 (厳密解)
山口県 (22・4)	1時間	2分	1. 264	1. 019
茨城県 (30・7)	実行不可	20分	1. 692	1. 141
千葉県 (42・10)	実行不可	200時間	1. 280	1. 203

使用CPU: **Pentium II 450MHz**

5. おわりに

- ◇ 大規模な地域を解くには、より良い限定条件、初期暫定値などが必要である。
- ◇ 実験では、対象となる地域の歴史的・政治的・地理的要件といったものを考慮していない為、実状にそぐわない分割結果を得る可能性がある。

6. 参考文献

- ◆ 大山達雄:最適化モデル分析、日科技連、1993
- ◆ 稲生匡昭:「小選挙区決定問題」、1999年度東京理科大学工学部経営工学科卒業研究論文
- ◆ 選挙結果調、平成8年度衆議院議員選挙、千葉県選挙管理委員会、平成8年度