トラックの総走行距離を最小にする配送経路問題の解法の提案

小山　修一（沼田　一道　助教授）

1．はじめに

製造した製品を顧客あるいは倉庫へ配送することに伴う費用は，製造会社の支出において大きな割合を占める．与えられた輸送要求を複数台のトラックで処理する場合，ある１台のトラックにどの輸送要求を割り当てるか，割り当てられた輸送要求をどのような順番で処理するか，また使用するトラックの台数をいくつに設定するかなどによって輸送費用は変わってくる．輸送要求を無計画にトラックに割り当てて輸送した場合，製品を積まない状態での走行が多くなる可能性があり，それは輸送にかかる費用を余計に発生させる事になる．この費用を可能な限り削減するような輸送要求の割り当て方，配送順序の決定（輸送計画）が必要となる．

本研究では輸送費用を削減するために，輸送を行うトラックの台数の最少化，トラックの総走行距離を最小にするような輸送要求の割り当てと配送順序を求める解法を，容器製造会社Ｔ社の営業データ（輸送形態，規模）を考慮したうえで提案し，それによる計画を現状と比較する．

2．問題の概要

本研究で扱う問題はＴ社の輸送実態に即しているので，それを以下に示す．工場で製造された製品は工場もしくは倉庫で保管する．また，製品を輸送する際に使用した用具等を工場や倉庫に持ち帰る必要がある場合や，製品を倉庫で積み，顧客へと配送する場合もあるので，輸送要求は工場から顧客という流れだけでなく，図１に示すように工場倉庫間，倉庫顧客間の走行も含む．輸送手段はトラックのみであり，ある１つの輸送要求について積み込みや積み降ろしは一括となっている．つまり，１つの輸送要求を行う（実輸送する）場合，積み込み地点で製品を積載し，寄り道をせずに積み降ろし地点まで走行し製品を全て積み降ろす．１つの実輸送を行った後に，次の輸送要求の積み込み地点まで製品を運ばない走行（空輸送）を行う可能性がある．本研究ではこの空輸送に着目した．

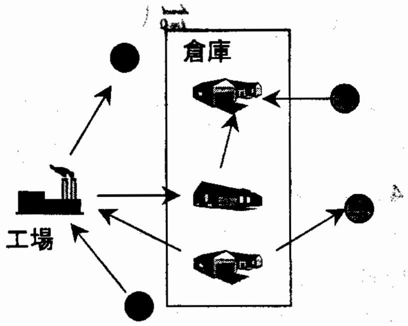

図1．T社の輸送実態

図２で示すように輸送要求ＡとＢがあったとき，A→Bの順で輸送するα案と，B→Aの順で輸送するβ案があるとき，α案とβ案では一般に空輸送距離が異なる．β案がα案より空輸送距離が小さいならば，β案はα案より総走行距離は小さいと言える．この例のように，総実輸送距離は定数とみなせるので，総空輸送距離を最小にすることで総走行距離が最小になる．

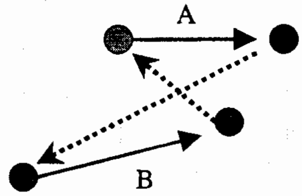

図2．配送順序の例

また，この問題を扱う上での前提条件を以下に示す．

- 問題は１日単位で扱う．
- 全てのトラックは工場から出発して工場に戻る．
- 積み込みや積み降ろしの時間は積荷の量によらず一定．

◆ 各地点間の距離は直線距離とする.

◆ トラックの走行速度は一定とし，渋滞は考慮しない.

これらの前提条件をもとになるべく少ないトラックの台数で（準）最適な輸送計画の割り当て，及び配送順序を求める.

3．定式化

トラックの台数をm，輸送要求数をn，１台のトラックの稼動上限時間をT，トラックの平均走行速度をv，第i輸送要求の実輸送距離をd_i，積み込み時間をa_i，積み降ろし時間をb_i，第i輸送要求の積み降ろし地点から第j輸送要求の積み込み地点までの空輸送距離をc_{ij}とする．前節で述べた問題は総空輸送距離を最小にする問題なので，以下のように定式化される.

$$
(P)\begin{cases}
\min & \displaystyle\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} c_{ij}x_{ijk} \\
\text{sub.to} & x_{ijk}\in\{0,1\} \quad i=(0,1,\cdots,n) \quad j=(0,1,\cdots,n) \quad k=(1,2,\cdots,m) \\
& x_{iik}=0 \quad i=(0,1,\cdots,n) \quad k=(1,2,\cdots,m) \\
& \displaystyle\sum_{h=0}^{n} x_{hik}=\sum_{j=0}^{n} x_{ijk} \quad i=(0,1,\cdots,n) \quad k=(1,2,\cdots,m) \\
& \displaystyle\sum_{j=0}^{n} x_{0jk}=1, \quad \sum_{i=0}^{n} x_{i0k}=1 \quad k=(1,2,\cdots,m) \\
& \displaystyle\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{n} x_{ijk}=1 \quad j=(1,2,\cdots,n), \quad \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=0}^{n} x_{ijk}=1 \quad i=(1,2,\cdots,n) \\
& \displaystyle\sum_{i\in w,\, j\notin w} x_{ijk}\ge 1 \quad \forall w\subset s_k=\left\{j \,\middle|\, x_{ijk}=1, i=0,1,2,\cdots,n\right\} \quad (k=1,2,\cdots,m) \\
& \displaystyle\sum_{i=0}^{n}\left(a_i+b_i+\frac{d_i}{v}\right)\left(\sum_{j=0}^{n} x_{ijk}\right)+\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\frac{c_{ijk}}{v}x_{ijk}\le T \quad k=(1,2,\cdots,m)
\end{cases}
$$

x_{ijk} はトラックkが輸送要求iの次に輸送要求jを行う(1)か，そうでない(0)を表す0-1変数である. i=0は工場から工場への仮想的な第0輸送要求を表し，a_0=0，b_0=0，d_0=0である.

4．解法の提案

本研究で扱う問題の元となるT社の過去の営業データを眺めてみると，１日で処理する輸送要求は高々１５０程度であることがわかる．しかし全ての解を列挙することによって厳密解を求めることは，計算時間が大きくなってしまい困難である．本研究ではこれらを考慮して計算時間はなるべく小さく，なおかつ目的関数値が厳密な最小値に近くなるような解法の提案をする.

本研究では局所探索法を用いて，問題(P)の解法を構築する．局所探索法とは，適当な解x（初期解）を生成し，解空間の中でxの近傍により良い解x'を見つけたならば、$x=x'$としてxを更新して，新しいxの近傍に良い解がなくなるまで繰り返し探索する方法である．局所探索法は解の集合を一時的に狭めて探索を行うので計算量が減り，実行時間を短縮することができる.

局所探索法は近傍を走査する方法によってその性能が変わる．初期解の生成方法、近傍の定義、$x\leftarrow x'$の更新の方法などが走査する方法の要素である．まず，輸送要求を番号付けして無作為に並べて順列σを生成する．次に$\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_i$と1台のトラックが稼動できる制限時間$T$以内に処

理できる限り採用して，それをトラックk_1に割り当てる．また配送経路（順序）もこのσ の順番どおり行うものとする．トラックk_2も$\sigma_{i+1}\sigma_{i+2}\cdots$ のようにして，k_1と同様に輸送要求を順列σ の順番に沿って採用していき，配送経路を決定する．このようにして求めた総走行距離の値を$f(\sigma)$，その時の解を$x(\sigma)$と定義する．この$x(\sigma)$を初期解として近傍を探索する．また，この解法で解くと 各トラックにできるだけ多く走行させて，少ないトラック台数の解を出す．そこでトラックの使用上限台数$t_\max$を定める．そしてσ から$x(\sigma)$を決定する際にトラックの台数が$t_\max$を超えるようならば，順列σ では実行不能とする．順列σ から解$x(\sigma)$と総走行距離$f(\sigma)$を求めるアルゴリズムは以下のようになる．

STEP0：$k=0$，$i=1$

STEP1：$k=k+1$．工場から出発して$\sigma(i)$を処理してまた工場に戻ってくるまでの総合時間を計算する．$j=i+1$としてSTEP2へ

STEP2：$j<n$ならばSTEP3へ．そうでなければSTEP4へ

STEP3：$\sigma(j-1)$に続けて次の$\sigma(j)$の輸送要求も処理できるかどうかの判断をして可能ならば$j=j+1$としてSTEP2へ．そうでなければ，トラックkの走行は$\sigma(j-1)$までとなる．$i=j$としてSTEP1へ

STEP4：$k>t_\max$ならば　解$x(\sigma)$は実行不能となり，$f(\sigma)=\mathit{infinity}$とする．そうでなければ，解$x(\sigma)$は実行可能である．このときの全トラックの総走行距離$f(\sigma)$も計算する．

ここで$x(\sigma)$の近傍$U(\sigma)$は順列σ の２要素を交換した順列の集合と定義する．$\tau\in U(\sigma)$について$f(\tau)$と$f(\sigma)$を比較して，$f(\tau)$の方が小さい場合，$\sigma\leftarrow\tau$ として，新たに$x(\sigma)$と$f(\sigma)$を更新して，再び新しい$x(\sigma)$の近傍を探す．これを繰り返して，$x(\sigma)$の近傍により良い解がなくなった時，$x(\sigma)$は局所最適解となる．ここで更新の方法には，現在の解の近傍に含まれる解の目的関数値をすべて評価してその最も小さい値を与える解に更新するBest改善と，近傍内で現在の解を改善する解を見つけたらその解に更新するFirst改善の２種類があるが，本研究では計算時間を短縮するために，後者のFirst改善を行う．また，1つの無作為に生成した初期解から出発して局所最適解に到達するLocal searchを何度も行うことによって，多数の局所最適解を獲得し，その中から最もよい目的関数値を与える解を選ぶこともできる（multi-start Local Search）．本研究ではより良い最適解を得ることが期待できるこのmulti-start Local Searchを扱う．

局所探索法のアルゴリズムの概要を以下に示す．

STEP1：順列σ をランダムに生成して，対応する解$x(\sigma)$を求め，総走行距離$f(\sigma)$を計算する．

STEP2：σ の近傍の１つであるτ について解$x(\tau)$を求め，総走行距離$f(\tau)$を計算する．$f(\tau)<f(\sigma)$ならば　$\sigma=\tau$ としてSTEP2へ．そうでなければSTEP3へ．

STEP3：σ の近傍を探し尽くしたならば　STEP4へ
まだ解を求めていないσ の近傍τ が存在するのならば　STEP2へ

STEP4：$f(\sigma)\neq \mathit{infinity}$ならば局所最適解は$x(\sigma)$で，目的関数値は$f(\sigma)$となる．
$f(\sigma)=\mathit{infinity}$ならば実行不能となる．

５．数値実験

T社の過去の営業データをもとに，1日分の輸送要求を生成し，前節で示した解法により配送計

画を求めた．解法のプログラムはBorland社のDelphi5で作成した（図３）．利用したデータは輸送要求の積み込み地点名と積み降ろし地点名，全ての地点の座標（経度，緯度）である．ここで経度と緯度から距離（m）を求める必要があるが，本研究ではその計算を［２］のWeb上での測量計算のソフトを利用して行った．

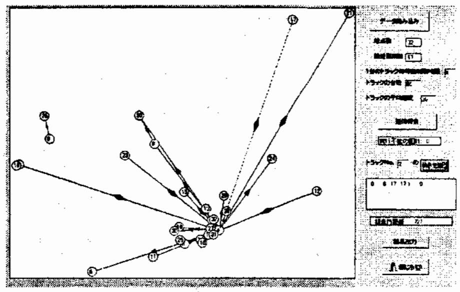

図3．実行画面（各トラックの動作追跡）

６．結果と考察

営業データのある１日の輸送要求をLocal search（ループ数１）で解いた場合とmulti-start Local Search（ループ数５０）で解いた場合の結果を表1に示した．ここで工場と輸送要求の積み込み地点との距離が離れている場合や実輸送距離が大きい場合，その輸送要求を実行するトラックはTを越える場合がある．この際は高速道路の利用が想定されるので，vを大きくすることで対処した．表1で示すように提案した解法を用いた場合の方が総走行距離は小さくなっている．さらに，Local searchで解くよりもmulti-start Local Searchで解いた方が総走行距離は小さい．この事から，multi-startを行うことで解の精度が上がる事を確認できる．今回の数値実験ではその差は小さいが，より大きなデータを扱う場合はこの差が大きくなると考えられるので，multi-startを行うメリットはより大きなデータで検証できるであろう．また，使用トラックの台数は表1からわかるように現状よりも少なくなった．提案した解法は少ないトラック台数で配送経路を割り当てるのに特に有効的である．

表1．本研究で提案した解法の精度の比較表

	総走行距離	使用トラック台数	計算時間[秒]
現状(解法を利用しない場合)	11787	44	
提案した解法:ループ数1	11654	39	2.6
提案した解法:ループ数50	11410	38	100

７．まとめ

本研究ではT社の営業データの規模を考慮して，［１］よりも前提条件を緩くし，トラックの稼動上限時間を設定することで，より実態に即した配送経路問題の解法を提案した．提案した解法は各トラックに多くの仕事をさせることでトラックの総走行距離を最小化するという方法であった．その結果，現状よりも総走行距離を小さくでき，トラックの使用台数も少なくさせるという経営上好ましい改善となった．これは順列σから解$x(\sigma)$を求める方法と，順列σの２点交換による局所探索を組合せた本研究の解法がT社のデータの実態に適しているからだと思う．

本研究で提案した方法は，遠距離の輸送要求を含まないケースに限れば充分実用になるレベルのものと評価できるが，T社の輸送実態とのさらなるすり合わせは今後の課題である．また工場数が増えた場合の基本解法としても本研究の内容は役立つものと思われる．

参考文献

［１］服部孝一：「空輸送距離を最小にする配送経路問題の解法に関する研究」，平成12年度東京理科大学工学部経営工学科卒業論文，2001.

［２］「国土地理院測地部へようこそ」，http//vldb.gsi.go.jp/sokuchi/

［３］柳浦睦憲，茨木俊秀：「組合せ最適化―メタ戦略を中心として―」，朝倉書店，2001.