家庭ごみ収集経路問題の研究

－ 走行距離の均等性を考慮した定式化と m 人 TSP を用いた解法 －

水野　高何　（沼田　一道　助教授）

1．背景

家庭ごみは人間の日常生活から不可避的に生み出されるが，各自で処理することは難しい．一般的には地域ごとに1ヶ所に集め，業者に委託して収集し，処理工場で一括処理している．都市部では日々大量の家庭ごみが排出されるため，一定地域のごみ収集を委託された業者は，素早く能率よく家庭ごみを収集することが重要となる．対象地域のごみの収集は通常，複数台のトラックで行われ，その所要時間は各トラックの収集経路に大きく関係している．そこで複数台のトラックの収集経路を決定する問題を数理計画問題として定式化し，最適解を求めることにより能率的なごみ収集に役立てることを考える．

この問題について，杉本[1]は運行計画を求めるための定式化を行い，それを解いて現状との比較を行った．複数台のトラックの収集経路を決定するとき，「①全トラックの総走行距離が短くなるようにする」，「②各トラックの走行距離をできるだけ均等に分割する」という2つのことに注意する必要がある．しかし[1]の定式化では①は考慮されていたが，②は考慮されていなかった．すなわち、トラック 1 台での最適巡回路を求めてからそれを m 個に分割していた．この時求まる m 個の巡回路は「分け方」「廻り方」の点で必ずしも最適であるとはいえない．よって②の要素を含む定式化とその解法を考える必要がある．

2．研究目的

本研究では[1]の研究をふまえ，「全トラックの総走行距離だけでなく，各トラックの走行距離の均一化を考慮した定式化」，「m 人 TravelingSalesmanProblem に変換することにより m 個の巡回経路を同時に最適化」する解法の提案を目的とする．

3．前提条件とモデル

この問題を扱う際の前提条件を以下に示す．

・収集拠点は1ヶ所である．各トラックは拠点を出発し，最後にこの拠点へ帰ってくる．

・作業はごみ収集のみで，その時間はすべて等しい．

・積載量が満杯になり次第，ごみ焼却施設である清掃工場へごみを運ぶ．その後，中断した場所に戻り収集を再開する．

定式化のために以下の通りごみ収集地域を分割する．

・平均的にトラック1台分の量のごみを出す地区を1つのごみ収集単位とする．このごみ収集単位をステーションと呼ぶ．

・各ステーションの収集中に清掃工場へゴミを運ぶ回数は1を超えないと仮定し，その確率(期待回数)を e=0.8 とする．

・拠点を点 0，清掃工場を点 n+1，ステーションを点 1～点 n で表す．

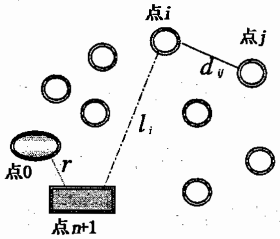

図1　対象地域のモデル

d_{ij} を点 i と点 j ($0 \leq i, j \leq n+1$) 間の距離，l_i を[点 i と清掃工場（点 $n+1$）間の距離]＊0.8，r を拠点（点 0）と清掃工場（点 $n+1$）間の距離とする．

以上の前提条件のもとで設定した対象地域のモデルを図 1 に示す．

4．定式化

「全トラックの総走行距離だけでなく，各トラックの走行距離の均一化を考慮した定式化」を行う．

定式化に必要な次の記号を導入する．

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1：\text{トラック } k \text{ がステーション } i \text{ の直後に ステーション } j \text{ を訪れる} \\ 0：\text{それ以外} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1：\text{トラック } k \text{ がステーション } i \text{ を訪れる} \\ 0：\text{それ以外} \end{cases}$$

第 k トラックの走行距離は次のⅠ～Ⅳにわけられる（図 2）．Ⅰは点 0 から最初に訪れるステーションへの動きに対応するものである．Ⅱは最初に訪れるステーションから最後に訪れるステーションへの動きをまとめたものである．Ⅲは最後に訪れるステーションから点 $n+1$ への移動を表したものである．Ⅳは点 $n+1$ から点 0 への移動を表す定数である．これらを足し合わせた第 k トラックの走行距離を表す式は次のようになる．

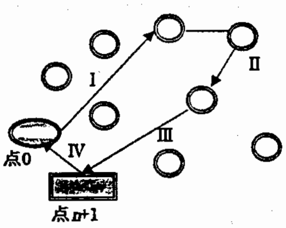

図2　第kトラックの動き

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(d_{0i}+l_i)x_{0ik}}_{\text{Ⅰ}} + \underbrace{\sum_{\substack{i,j \\ i \neq 0 \\ j \neq n+1}}(d_{ij}+l_i+l_j)x_{ijk}}_{\text{Ⅱ}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n}(d_{jn+1}+l_j)x_{jn+1k}}_{\text{Ⅲ}} + \underbrace{r}_{\text{Ⅳ}}$$

同様に m 台分のⅠ～Ⅳの動きを足し合わせた，全トラックの総走行距離を表す式は次のようになる．

$$\sum_k \sum_{ij} d_{ij}x_{ijk} + \sum_{i=1}^{n} l_i + mr$$

$$\left(= \sum_k \sum_{i=1}^{n}(d_{0i}+l_i)x_{0ik} + \sum_k \sum_{\substack{i,j \\ i \neq 0 \\ j \neq n+1}}(d_{ij}+l_i+l_j)x_{ijk} + \sum_k \sum_{j=1}^{n}(d_{jn+1}+l_j)x_{jn+1k} + mr \right)$$

ここで清掃工場への移動を考慮しなくてもいいようにするために

$$d'_{ij} = \begin{cases} d_{0i}+l_i & (\text{点0} \rightarrow \text{点1～点}n) \\ d_{ij}+l_i+l_j & (\text{点1～点}n \rightarrow \text{点1～点}n) \\ d_{jn+1}+l_j & (\text{点1～点}n \rightarrow \text{点}n+1) \end{cases}$$

とする．すると，第 k トラックの走行距離を表す式は次の式に変換することができる．

$$\sum_{i,j} d'_{ij}x_{ijk} + r$$

同様に全トラックの総走行距離を表す式は次の式に変換することができる．

$$\sum_k \sum_{i,j} d'_{ij}x_{ijk} + mr$$

複数台のトラックの収集経路を求める問題は次のように定式化される．(1)は全トラックの総走行距離を最小化する目的関数である．制約条件(2)(3)はステーションをあるトラックが訪れるならば，そのトラックは他の点からやってきて，他の点へ向かっていくことを表す．(4)はすべてのステーションに，必ずあるトラックが訪れることを表す．(5)は部分巡回路を禁止している．(6)は第kトラックの走行距離がD以下であることを要求している．この制約により，各トラックの走行距離の均等化を図る．

$$\text{Minimize} \quad \sum_k \sum_{i,j} d'_{ij} x_{ijk} + mr \quad \cdots (1)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=0}^{n} x_{ijk} = y_{jk} \qquad j = 1,2,\ldots,n+1 \qquad k = 1,2,\ldots,m \quad \cdots (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ijk} = y_{ik} \qquad i = 0,1,\ldots,n \qquad k = 1,2,\ldots,m \quad \cdots (3)$$

$$\sum_k y_{ik} = \begin{cases} 1 & i = 1,2,\ldots,n \\ m & i = 0, n+1 \end{cases} \quad \cdots (4)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \le |S| - 1 \quad \forall S \subsetneq \{i | y_{ik} = 1\} \qquad k = 1,2,\ldots,m \quad \cdots (5)$$

$$\sum_{i,j} d'_{ij} x_{ijk} + r \le D \quad \cdots (6)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad i = 0,1,\ldots,n \qquad j = 1,2,\ldots,n+1 \qquad k = 1,2,\ldots,m$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad i = 0,1,\ldots,n+1 \qquad k = 1,2,\ldots,m$$

5．解法

「m人TSPに変換することによりm個の巡回路を同時に最適化」する解法を実行する．

点0と点n+1を合わせて1つの頂点とし（図3）トラックの発着点と呼ぶことにし，トラックm台分の発着点をmヶ所複製し，これらとステーション（点1〜点n）とでグラフ(図4)を作る．このとき発着点からステーションへ出て行くときは拠点から出て行き，ステーションから発着点に入るときは清掃工場に入る．よって発着点からステーションに向かうときと，ステーションから発着点に向かうときでは，同じ2点間でも距離が異なるグラフになる（ここだけは有向枝と考える）．

このグラフ上で，スタート地点を出発してそのスタート地点に戻ってくる通常のTSPを解けば，m個の巡回路が同時に求まる．しかしこのままでは，各トラックの巡回路長を制御することができない．すなわち制約条件(6)を満たすことができない．

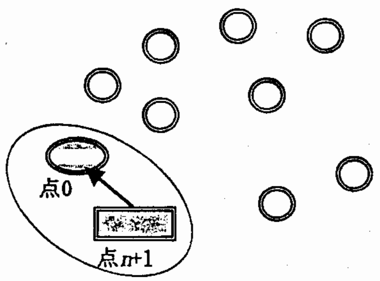

図3　発着点（点0と点n+1の結合）

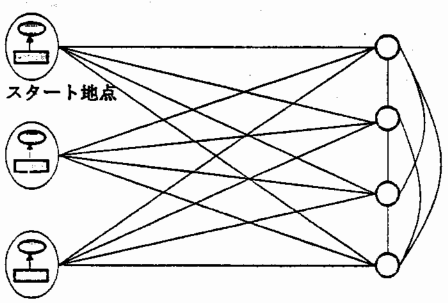

図4　m人TSP用グラフ

制約条件(6)を満たすため，m人TSP解の局所最適化において枝の入れ替えを行うとき，各トラックの走行距離がその上限(D)を超えるときは，枝の入れ替えを行わないようにして対応する．これにより，全トラックの総走行距離と各トラックの走行距離の均一化とのバランスを図る．

6. 数値実験

本実験では[1]で使用されたデータを用いて，定式化と解法の妥当性を評価する．プログラムは，Borland社のDelphi5を用いて作成した．局所最適化法としては2-opt法を用いた．

各トラックの最大走行距離の上限と全トラックの総走行距離の関係は図5のようになった．

各トラックの走行距離の均一化を考慮しない場合(各トラックの最大走行距離の上限なし)は，全トラックの総走行距離51612（最大走行トラック6857，最小走行トラック462）という結果になった．各トラックの走行距離の均一化を最も考慮する場合(各トラックの走行距離の上限：4576)は，全トラックの総走行距離51843（最大走行トラック4576，最小走行トラック3907）という結果になった．

[1]では全トラックの総走行距離52329（最大走行トラック4576，最小走行トラック3949）という結果が報告されており，この結果と各トラックの走行距離の均一化を最も考慮した場合(各トラックの走行距離の上限：4576）の結果を比べると，全トラックの総走行距離は486短縮された．また最大走行距離と最小走行距離の差は，42の増加にとどまった．

（走行距離95が約1kmに相当する）

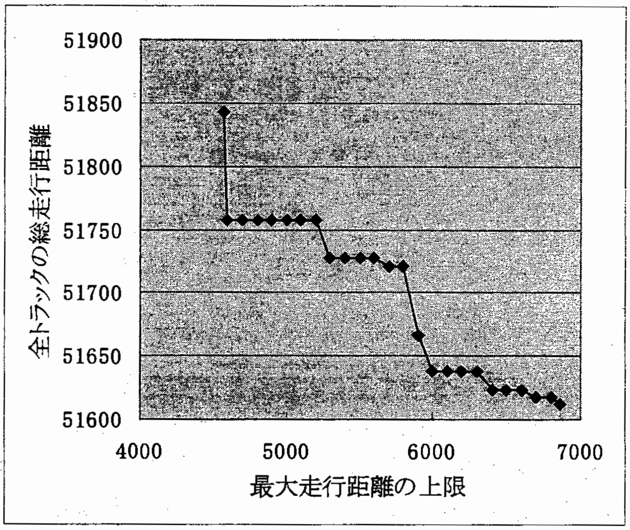

図5　最大走行距離の上限と全トラックの総走行距離の関係

7. まとめ

本研究では[1]の研究をふまえ，「全トラックの総走行距離だけでなく，各トラックの走行距離の均一化を考慮した定式化」，「m人TravelingSalesmanProblemに変換することによりm個の巡回経路を同時に最適化」する解法の提案を行った．

提案した解法は，各トラックの走行距離の均等化を図った上で，全トラックの総走行距離を短縮できた点で，満足のいくものといえる．2-opt法を3-opt法に変えるなどして，解法の精度を高めることは今後の課題である．

参考文献

[1]杉本勇哉：「家庭ごみ収集トラックの運行計画に関する研究」，東京理科大学工学部経営工学科2000年度卒業論文，2001.

[2]E.L.Lawler，J.K.Lenstra，A.H.G.Rinnooy Kan，D.B.Shmoys：「THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM A Guided Tour of Combinatorial Optimization」，John Wiley & Sons，23－25, 1985.