

多入力多出力事業体の効率評価法に関する考察

丸野 敬 (沼田 一道 助教授)

1. はじめに

多入力多出力の事業体の活動効率を評価する方法として、現存する事業体を比率尺度によって相対比較する DEA(Data Envelopment Analysis)が有名である。DEA は全事業体の効率値が 1 より小さいという制約の下で、各事業体毎に最も望ましいウェイトを用いた仮想入出力の比で効率値を与えるものである。しかし DEA では多数の事業体が効率的であると判断されてしまう場合や、各事業体が相互に納得する評価値を与えない場合が起こり得る。

本研究では事業体間で相互に納得のいく統合的な効率評価値を導き出すことを目的とする。DEA で用いられる入出力データをネットワーク構造で考える事により、ANP の相互評価の概念を応用し、超行列を利用して入出力それぞれの評価ベクトルによってウェイト比を導出する方法を提案する。ここで ANP を用いるのは、入出力それぞれのデータを項目及び DMU を基準に相互評価し、各入出力項目の重要度を算出するためである。こうして得られるウェイトは各 DMU 間で相互に納得できる統合的なウェイトになっているはずである。

提案した手法を [1] の図書館データに適用し、得られた効率値の有効性を検証・考察する。

2. DEA の概要

DEA は、多入力多出力システムの相対的効率を分析するための評価方法である。DEA では分析対象を DMU (Decision Making Unit) と呼び、各入出力項目の値を「仮想的入力」と「仮想的出力」にまとめ、その比率尺度で効率値を与える。

まず、事業体 DMU が n 個、入力項目が m 個、出力項目が s 個あるとする。そこで、 $o(1 \leq o \leq n)$ 番目の事業体を DMU_o と表し、 DMU_o の入力データはそれぞれ、 $x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{mo}$ とし、出力のデータはそれぞれ、 $y_{1o}, y_{2o}, \dots, y_{so}$ と表すこととする。

DMU_o の仮想的入出力は、 DMU_o の入力項目の $i(1 \leq i \leq m)$ 番目に v_i という重みをつけ、 DMU_o の出力項目の $r(1 \leq r \leq s)$ 番目に u_r という重みをつけることにすると、それぞれ次のように表され、 DMU_o の効率値 θ はその比で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{仮想的入力} &= v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo} \\ \text{仮想的出力} &= u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + \dots + u_s y_{so} \end{aligned} \quad \text{効率値} \quad \theta = \frac{\text{仮想的出力}}{\text{仮想的入力}} = \frac{u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo}}$$

DEA の特徴はそれぞれのウェイトを可変にしているところである。ウェイトは全ての DMU の効率値が 1 以下であるという条件の下で効率値 θ を最大にするものをそれぞれ選ぶ。つまり、それぞれの事業体に有利なウェイト付けができるわけである。しかし、そのウェイトをその他のすべての事業体に対して当てはめてみて、他の事業体の効率値が 1 を越えないようにしなければならない。

以上をまとめると、 DMU_o の効率値を求める問題は次のような分数計画問題で与えられる。

仮説 DMUの入出力データから①各DMU(の方針)からみた各入出力項目の評価(W)と②各入出力項目からみた各DMUの評価(V)が得られる。そしてANPの相互評価の考えを用いて両方向からの評価が均衡する入出力項目のウェイトを算出する。このウェイトを用いて仮想的入出力を計算すると、その比率尺度によって与えられた効率値は、DMU間で相互に納得のいく統合的な評価値になり得ると考えられる。

4. 経営効率評価法の提案 (ANP-DEA)

上記の仮説に基づき、以下の手順で総合評価値を算出することを提案する。

- (1) 入出力の数値データをそれぞれ項目毎に各DMU間で正規化する。
- (2) (1)で正規化された数値データを元に入力分と出力分の超行列を二つ作成する (AHP問題では望大特性(出力項目)と望小特性(入力項目)のデータを直接あてはめて考えるとき、同一の線形問題で扱うことはできない [2] →ANP問題でも同様と考えられる)。
- (3) 超行列の固有値 1 に対応する固有ベクトルをパワー法で計算し、相互評価のネットワーク構造で考えた DMU から見た重要度と入出力項目からみた重要度が均衡する入出力項目のウェイト比を求める。
- (4) 求めたウェイト比と正規化された数値データを 仮想出力/仮想入力 の形で表すことによって DMU_i の総合評価値を算出。

Ex) 提案する手法の手順の具体例 (2入力2出力, DMU数は3)

項目	入力		出力	
	基準1	基準2	基準3	基準4
DMU1	A ₁	B ₁	C ₁	D ₁
DMU2	A ₂	B ₂	C ₂	D ₂
DMU3	A ₃	B ₃	C ₃	D ₃

項目	入力		出力	
	基準1	基準2	基準3	基準4
DMU1	a ₁	b ₁	c ₁	d ₁
DMU2	a ₂	b ₂	c ₂	d ₂
DMU3	a ₃	b ₃	c ₃	d ₃

項目	入力		出力	
	基準1	基準2	基準3	基準4
DMU1	α ₁	β ₁	γ ₁	δ ₁
DMU2	α ₂	β ₂	γ ₂	δ ₂
DMU3	α ₃	β ₃	γ ₃	δ ₃

入力に対応する超行列

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ a_1 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & b_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sの固有ベクトル

$$u^T = (u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5)$$

$$DMU_i \text{の仮想入力} = a_i u_1 + b_i u_2$$

$$DMU_i \text{の仮想出力} = c_i v_1 + d_i v_2$$

$$DMU_i \text{の総合評価値} = \text{仮想出力} / \text{仮想入力}$$

$$= \frac{c_i v_1 + d_i v_2}{a_i u_1 + b_i u_2} \quad (i=1,2,3)$$

出力に対応する超行列

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \\ 0 & 0 & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ c_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & d_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

S'の固有ベクトル

$$v^T = (v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ v_5)$$

5. DEA との比較と有効性の検証

提案した手法と DEA が与える効率値を比較検討する。比較の為に用いるデータは表4に示す図書館のデータ (3入力2出力でDMUの数は6, 10, 7の3種) [1]である。この場合経営体よりの環境状況を考慮に入れて、東京都の人口を基準として3つのカテゴリに分割して考える。提案する手法によって得られた評価値と DEA のCCRモデルによって与えられる評価値の比較を表5に示す。

表4：図書館のデータ

区	入力			出力		カテゴリー
	床面積 (千m ²)	蔵書数 (千冊)	職員 (人)	登録者 (千人)	貸出冊数 (千冊)	
1 千代田	2249	163523	26	5561	105321	1
2 中央	4617	338671	30	18106	314682	1
3 台東	3873	281655	51	16498	542349	1
4 荒川	5541	400993	78	30810	847872	1
5 港	11381	363116	69	57279	758704	1
6 文京	10086	541658	114	66137	1438746	1
7 墨田	5434	508141	61	35295	839597	2
8 渋谷	7524	338804	74	33188	540821	2
9 目黒	5077	511467	84	65391	1562274	2
10 豊島	7029	393815	68	41197	978117	2
11 新宿	11121	509682	96	47032	930437	2
12 中野	7072	527457	92	56064	1345185	2
13 品川	9348	601594	127	69536	1164801	2
14 北	7781	528799	96	37467	1348588	2
15 江東	6235	394158	77	57727	1100779	2
16 葛飾	10593	515624	101	46160	1070488	2
17 板橋	10866	566708	118	102967	1707645	3
18 江戸川	6500	467617	74	47236	1223026	3
19 杉並	11469	768484	103	84510	2299694	3
20 練馬	10868	669996	107	69576	1901465	3
21 足立	10717	844949	120	89401	1909698	3
22 大田	19716	1258981	242	97941	3055193	3
23 世田谷	10888	1148863	202	191166	4096300	3

表5：評価値の比較

区	提案した 評価値	DEA (CCR)
	1 千代田	0.314
2 中央	0.558	0.879
3 台東	0.700	0.936
4 荒川	0.803	1
5 港	0.875	1
6 文京	1	1
7 墨田	0.587	0.743
8 渋谷	0.451	0.648
9 目黒	1	1
10 豊島	0.672	0.815
11 新宿	0.489	0.646
12 中野	0.752	0.835
13 品川	0.617	0.794
14 北	0.605	0.835
15 江東	0.846	1
16 葛飾	0.518	0.687
17 板橋	0.735	1
18 江戸川	0.619	0.787
19 杉並	0.708	1
20 練馬	0.618	0.849
21 足立	0.628	0.787
22 大田	0.475	0.681
23 世田谷	1	1

6. 考察

三つのカテゴリにおいて数値実験を行ったわけだが、DEA (CCR) の効率値で1となった複数のDMUが提案した評価値においては最大0.3近くもの差が観察された。これはDEAではDMUにとって都合の悪い項目に対して、極端に低いウェイトが設定されている為であり、本研究では統合的なウェイトを用いた為である。効率値の順位において大きな変動が見受けられない所から本研究での提案は妥当であると考えられる。

7. まとめ

本研究ではDEAにおけるウェイト(比)をANPを用いて求める方法を提案した。しかしDMUの数が多くなっていくと、そのウェイト比が徐々に1対1に近づいていき、ウェイトが平均的なものになっていく傾向がみられた。だが全DMUに公平な統合的な観点で見たときに、比較的効率的である複数の事業体の中でどの事業体が最も優れているか、又事業体間の効率性の差を判別したい時の一つの手段として本手法は有効であると思われる。今後の課題としては、より信憑性の高い評価値を導き出すために超行列内の要素のあてはめ方を再検討することがあげられる。

【参考文献】

- [1]刀根薫「経営効率性の測定と改善 -包絡分析法DEAによる-」日科技連, 2001
- [2]R.Ramanathan, L.S. Ganesh「Using AHP for resource allocation problems」European Journal of Operational Research 80(1995) 410_417
- [3]高橋馨郎「オペレーションズ・リサーチ -講座- AHPからANPへの諸問題 I-VI」vol.38_43 社団法人日本オペレーションズリサーチ学会, 1998