2次割当て問題に対する近似解法の研究

東京理科大学　工学部第一部
経営工学科4年　沼田研究室
4498080　　橋本　理一郎

発表構成

1. はじめに
2. 本研究の目的
3. 2次割当て問題
4. SimE法
5. GRASP法
6. 局所探索法
7. 数値実験
8. まとめ
9. 参考文献

1　はじめに

- 生産工場の新設、改善時に様々な作業部門を配置するという問題がある

Ex）自動車工場、ビール工場

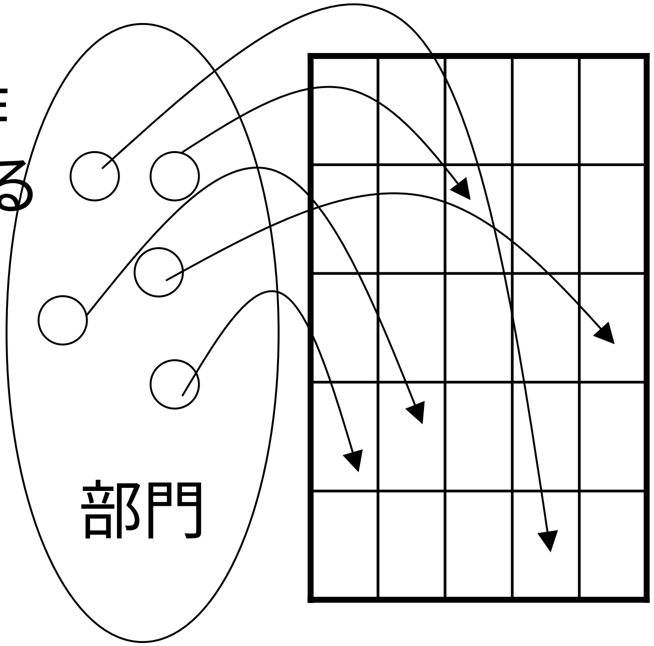


図1.1 割当て問題

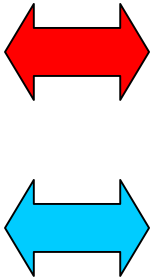
配置の良し悪しが、部門と置かれた位置との組み合わせで決まる

↓

割り当て問題 → <u>能率良く解ける</u>

1.1 工場内の部門配置

- 部門間の行き来の多さ
- 各部門が配置された場所間の物理的な距離



部門間の繋がりの強さ

×

各部門が配置された距離

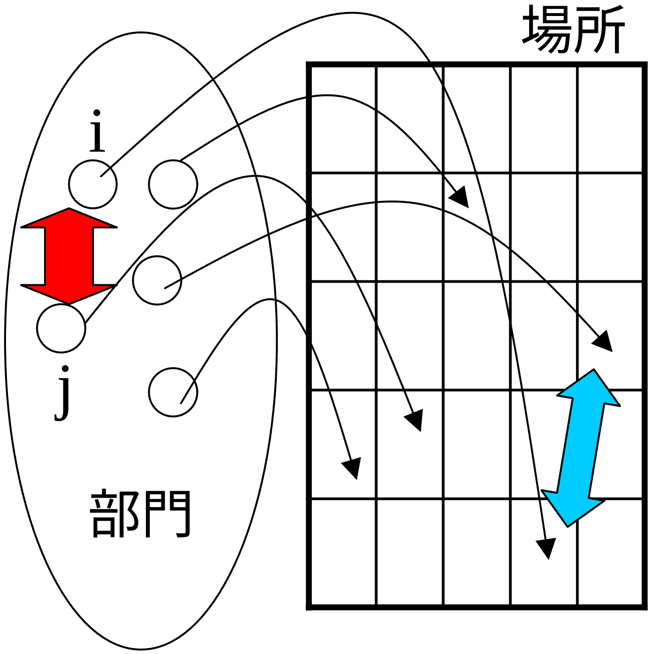


図1.2 工場部門割当て問題

2つの積の和が目的関数となるので
2次割当て問題と呼ばれている

1.2 問題点

2次割り当て問題はNP困難な問題であることが知られている

Ex)ナップサック問題、巡回セールスマン問題

厳密解を求めるには最悪の場合全列挙が避けられないと考えられている問題

↓

n (要素の数)が大きいと厳密解を求めるのは困難

1.3 近似解法

従って、できるだけ短い時間で満足のできる解を求める必要がある

近似解法の研究

構成法

何もないところから解を構成していく

逐次改善（局所探索）法

近傍探索を繰り返し初期解を改善

逐次改善法が一般的に精度が良い

1.4 逐次改善法

逐次改善（局所探索）法 → 近傍探索を繰り返し初期解を改善

局所最適解に陥ってしまう

局所最適解からの脱出

メタ戦略

Ex)SA、TS、GA、SimE

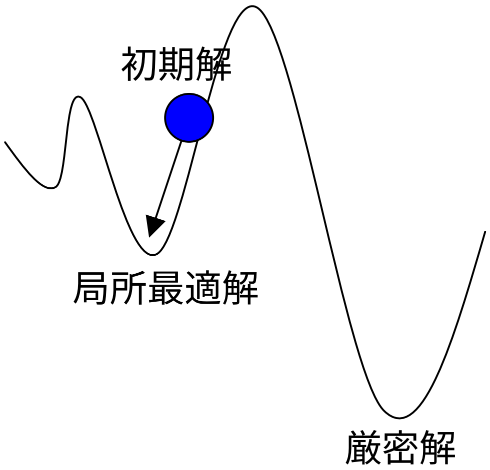


図1.3 局所最適解

1.5 メタ戦略

- メタ戦略

First Move，Best Move

Tabu Search (TS)

Simulated Anilling (SA)

近傍探索＋局所最適解脱出
(小さな)

Genetic Algorithm (GA) 大域的探索(交差，突然変異，淘汰)

Greedy randomized adaptive search procedure (GRASP)

Simulated Evolution (SimE) 大きな近傍の部分探索

2　本研究の目的

二次割当て問題を対象として

- SimEを適用した解法の構成
- GRASP法との性能比較
- 小さな近傍探索(First Move,Best Move)との比較

以上を本研究の目的とする.

2次割当て問題の問題例としては、参考文献[3]の
キーボードのキー配置割当て問題を用いる

3　2次割り当て問題

3.1 キーボード配置問題

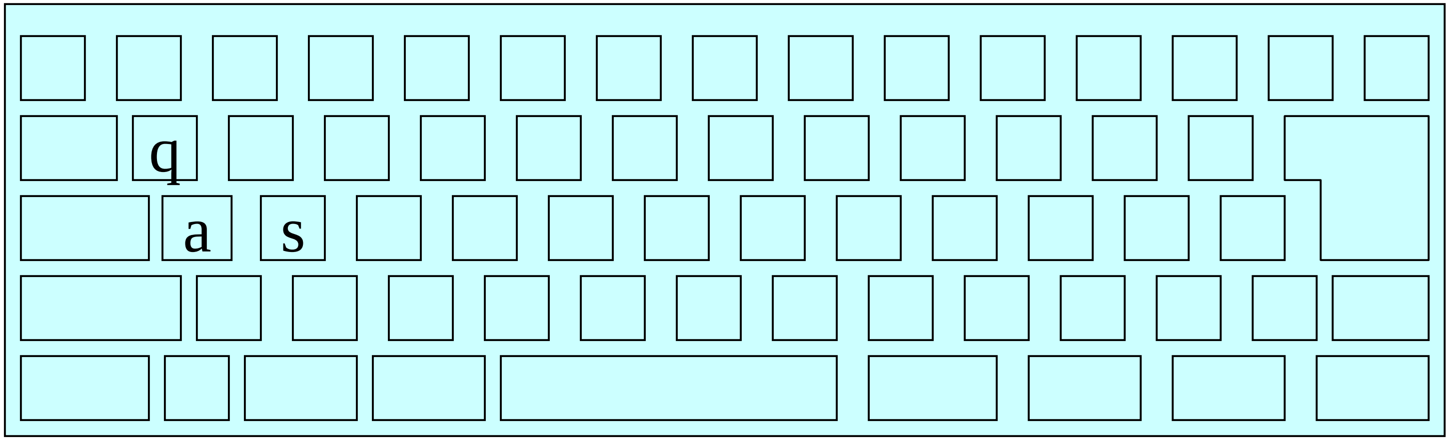


図3.1 キーボード配置問題

キー間の距離 × 文字間の関係の強さ

3.2 定式化（1）

$$
\begin{cases}
N：配置すべき\ n\ 個の要素の集合 \\
M：要素を配置する\ m\ 個の位置の集合（m \geqq n） \\
C_{ij}：要素\ i\ と要素\ j\ の関係の強さ \\
D_{pq}：場所\ p\ と場所\ q\ 間の距離 \\
x_{ip}：要素\ i\ を場所\ p\ に配置する(=1)か否か(=0)
\end{cases}
$$

各要素の配置されている距離と各要素の関係の強さの積の和（Cost）を最小化するように x_{ip} を決定する

3.3 定式化（2）

Minimize $\quad \mathrm{Cost} = \sum_{i,j,p,q} C_{ij} \cdot D_{pq} \cdot x_{ip} \cdot x_{jq}$

Subject to $\quad \sum_{p} x_{ip} = 1 \ (i = 1, 2, \cdots n)$

$$\sum_{i} x_{ip} \leq 1 \ (p = 1, 2, \cdots m)$$

$$x_{ip} \in \{0, 1\}$$

以下（$x_{11} \cdots x_{1m} \cdots x_{n1} \cdots x_{nm}$）$= x$とする．

4　SimE法

生物学的進化の過程

様々な生物種がその環境に適応､必要な特徴を発達させるという原理に基づいている

SimE：1つの個体の悪い所を改善し個体自身が進化していく

4.1 SimEの枠組み

- 問題の制約条件を満たす実行可能解をランダムに生成して初期解 x を生成する

- 現在の解x における評価値$G(x)$を計算する

- 解の部分要素を更新対象集合Nsを$G(x)$をもとに選び出す

- 更新対象集合Ns 内で解の部分要素を変化させ，改善されたら，その解を新しい解とする

- 終了条件を満たさない限り評価値$G(x)$から繰り返す

4.2 SimE - QAP -

・(QAP)の制約条件を満たす実行可能解をランダムに生成して初期解 x を生成する

・解 x における評価値 $Gi(x)$の計算

Oi：要素 i の評価基準値

$Wi(x)$：現在解 x における要素 i の配置コスト

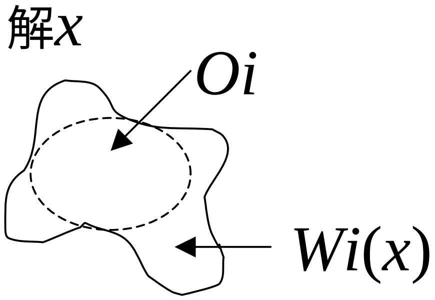


図4.1 評価値

$Gi(x) = Oi / Wi(x)$ を計算する

- Oi， $Wi(x)$の算出方法

$\sigma^{(i)}(j)$：要素iと結びつきがj番目に大きい要素の番号

$\tau^{(p)}(j)$：場所pからj番目に近い場所の番号

iとの結びつきが強い順に並べてf番目に大きい要素の番号を

$\sigma^{(i)}(1)$・・・ $\sigma^{(i)}(f)$ とする

- iと$\sigma^{(i)}(j)$の結びつきの強さは$C_{i\,\sigma^{(i)}(j)}$

・よってiをpに置いて$\sigma^{(i)}(1)$～$\sigma^{(i)}(f)$を最も都合よく配置したときのコストOiは

$$Oi = \min_{p \in M} \sum_{i=1}^{f} C_{i\,\sigma^{(i)}(j)} \cdot D_{p\,\tau^{(p)}(j)}$$

$Wi(x)$ に関しては

・i は$x_{ip}=1$ となる場所p に置かれている

・$\sigma^{(i)}(j)$はi $\sigma^{(i)}(j)q=1$となる場所q に置かれている

・i と $\sigma^{(i)}(j)$ の結びつきの強さは$C_{i\,\sigma^{(i)}(j)}$

よって現在解における要素i の配置の不具合度$Wi(x)$ は

$$Wi(x) = \sum_{j=1}^{f} C_{i\,\sigma^{(i)}(j)} \cdot \left(\sum_{p,q} D_{pq} \cdot x_{ip} \cdot x_{\sigma^{(i)}(j)q} \right)$$

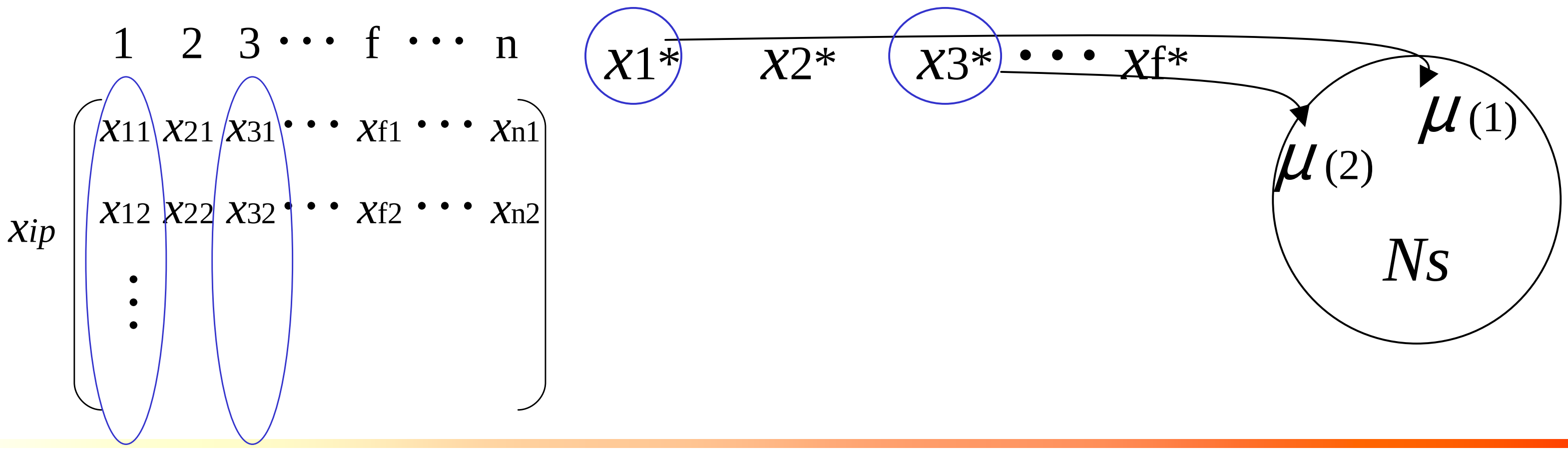
$$0 \leqq Gi(x)\ (=Oi \,/\, Wi(x)) \leqq 1$$

- 解の要素 i を $Gi(x)$ をもとに，小さい順に k 個選び出し Ns を構成する

$$Ns = \{\mu_{(1)} \cdots \quad \cdots \mu_{(k)}\}$$

$\mu_{(i)}$：Ns の中で Gi 値が i 番目に悪い要素の番号

$$G\mu_{(i)} \leqq G\mu_{(i+1)}$$



・*Ns* の中の任意の2要素の位置を交換した配置の中で，Costが最小の解を次の現在解 *x*’とする．

$\mu_{(1)}$, $\mu_{(2)}$, $\mu_{(3)}$ ・・・ $\mu_{(k)}$

*p*1　*p*2　*p*3　・・・　*p*k

場所

Cost最小

x’

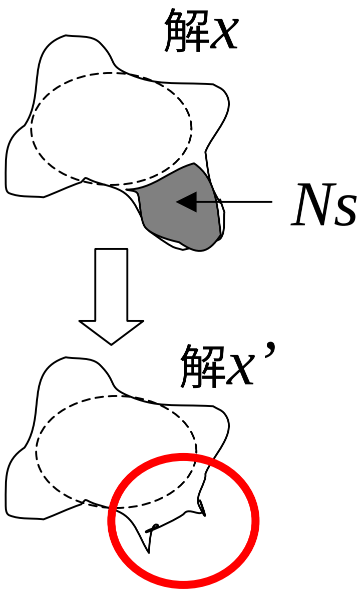


図4.2 解の変化

- 今までに得られた最小のCostと解 x'でのCost'を比較し，s 回連続して更新されなかったら次へ，さもなければ再度$Gi(x)$の計算から繰り返す．

$$\mathrm{Cost'} = \sum_{i,j,p,q} C_{ij} \cdot D_{pq} \cdot x'_{ip} \cdot x'_{jq}$$

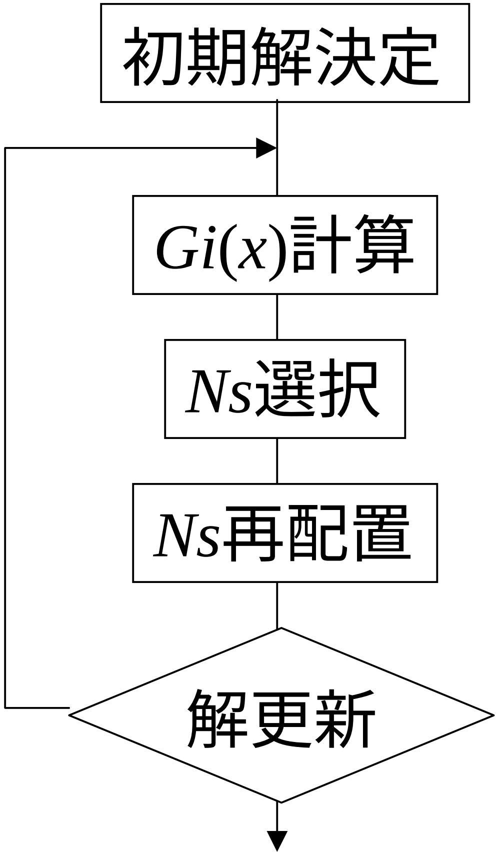


図4.3 SimE-QAP-

5　GRASP法

GRASP法(Greedy randomized adaptive search procedure)

多スタート局所探索法(メタ戦略)

- 目的関数値が良い解複数の中からランダムに初期解を生成

- 解 x を逐次探索法で改善

- 終了条件が満たされれば探索終了，そうでなければ初期解生成から多数回繰り返す

6　局所探索法

局所探索 では以下のように近傍を定義する

$Ux = \{x' \mid x_i \ \ x_j$ の i について j と交換した $x\}$

First Move

- $x \in Ux$ でCostが最初に改善された解を新しい現在解とする

Best Move

- $x \in Ux$ でCostが最小値を取る解を新しい現在解とする

↓

- 解が改善されなくなるまで繰り返す

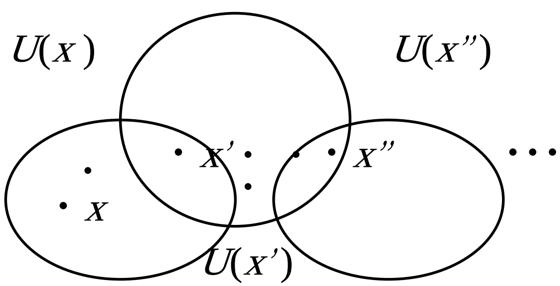


図6.1 First Moveの解変化

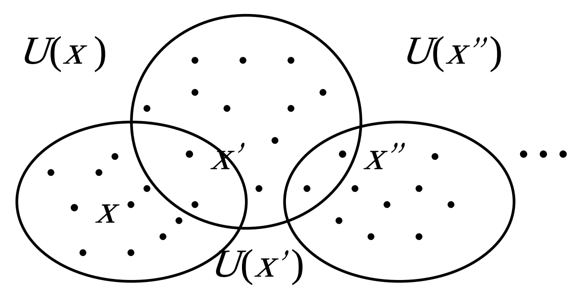


図6.2 Best Moveの解変化

7　数値実験

7.1 実験概略

SimE， First Move，Best Move

解の精度：各方法で得られるCost / GRASPによるCost

時間：実行時間（ミリ秒）

解更新回数：解が変化した回数

改善回数：GRASP法で求めた解を改善した回数

・実験プログラムはBoland社のDelphi6で作成

7.2 実行画面

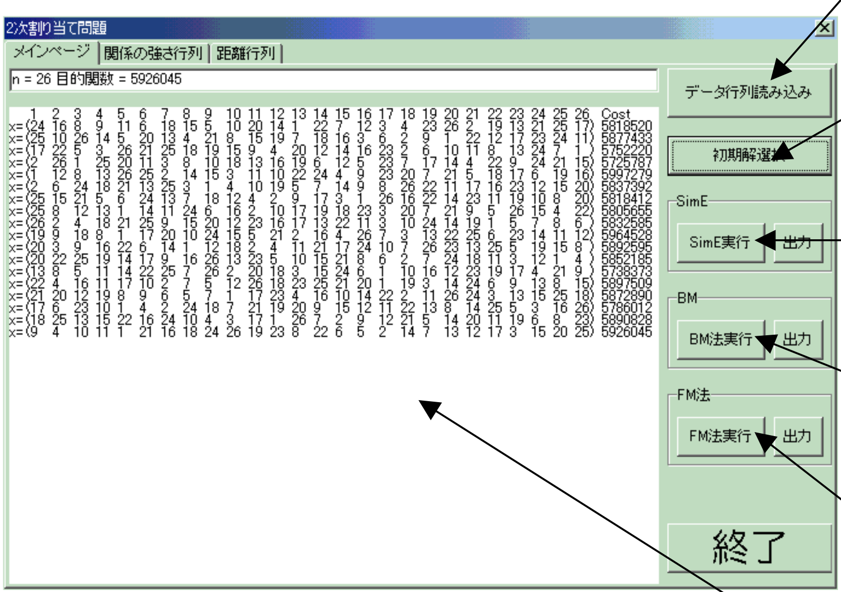


図 7.1　実行画面

データ行列読み込み

初期解選択

SimE実行・出力

Best Move実行・出力

First Move実行・出力

解出力画面

7.3 結果(1)

- 10通りの初期解にから出発して実験した
- SimEでの非更新停止回数 s の値を20とした
- 更新対象 Ns の要素数 k を13とした

表 1　数値実験結果(1)

局所探索法	First Move			Best Move			SimE （k = 13， s = 20）			
データ名	解の精度	時間	解更新回数	解の精度	時間	解更新回数	解の精度	時間	解更新回数	改善回数
bur26a	1.019049	28	70.2	1.018437	40	25.1	0.998571	39	45.5	4
bur26b	1.022105	32	78.1	1.022207	39	23.6	0.997822	38	48.1	7
bur26c	1.026008	31	71.2	1.026303	42	22.9	0.989905	41	50.2	7
bur26d	1.034658	35	67.5	1.031946	42	23.8	0.992523	45	49.2	8
bur26e	1.026602	32	75.5	1.026643	41	24.3	0.988303	39	48.2	8
bur26f	1.032455	29	74.2	1.031536	43	25.6	1.008050	42	52.9	5
bur26g	1.033326	31	71.7	1.033354	41	23.9	0.997582	38	50.0	6
bur26h	1.042959	32	76.2	1.042535	39	24.6	0.991152	37	49.8	8

7.4 結果(2)

- SimEに対してデータbur26aを用い，更新対象*Ns*の要素数*k* の値を13，11，9，7，5の五種類の値について，実験を行った

表 2　数値実験結果(2)

bur26a	SimE　Step3				
k =	5	7	9	11	13
解の精度	1.155601	1.02125	1.01256	0.99872	0.998571
解更新回数	1241.8	263.2	83.8	48.0	45.5

7.5 考察

SimEがGRASPで求めた解より良い解を得ることができた

*Ns*が変化することによって局所最適解から脱出

- 時間も気にならない
- First Move,Best Moveでは改善することができなかった

$k \leqq 9$の時，解の精度落ちる

更新対象の要素数が小さすぎ

- 解更新回数も膨大

近傍が小さすぎた

8　まとめ

本研究では二次割当て問題をSimEによって解く事を試みた．

> 二次割当て問題に対して，SimEを適用した解法を構成することができた．またGRASP法との比較から，SimEの有効性を確認することができた．

・SA，TS等の他のメタ戦略との比較

・*Ns*再配置アルゴリズムの改良

9　参考文献

1.柳浦睦憲/茨木俊秀「組み合わせ最適化～メタ戦略を中心として～」　朝倉書店　2001年

2.Sait S.M and Youssef H「Interactive Computer Algorithms with Applications in Engineering -solving Combiuatorial Optimization Problems,THE IEEE Computer Society,1999;(白石洋(訳)､組合せ最適化アルゴリズムの最新手法）」丸善

3.http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/inst.html