

多入力多出力事業体の 効率評価法に関する考察

沼田研究室

4496092 丸野 敬

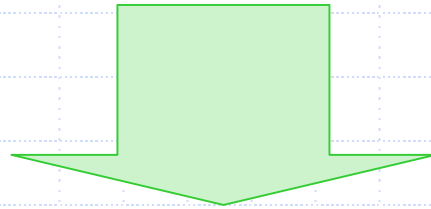
発表の構成

1. はじめに
2. 研究目的
3. DEA
4. ANP
5. 効率評価法の提案 (ANP-DEA)
6. 有効性の検証
7. 総括的結論
8. 参考文献

1. はじめに(1)

- ◆ 多入力多出力事業体の効率性を評価する手段として、比率尺度によって事業体を相対比較するDEAという手法がある。
- ◆ DEAは全事業体の効率値が1より小さいという制約の下で、各事業体毎に最も望ましいウェイトを用いて仮想入出力の比で効率値を与えるものである。

1. はじめに (2)

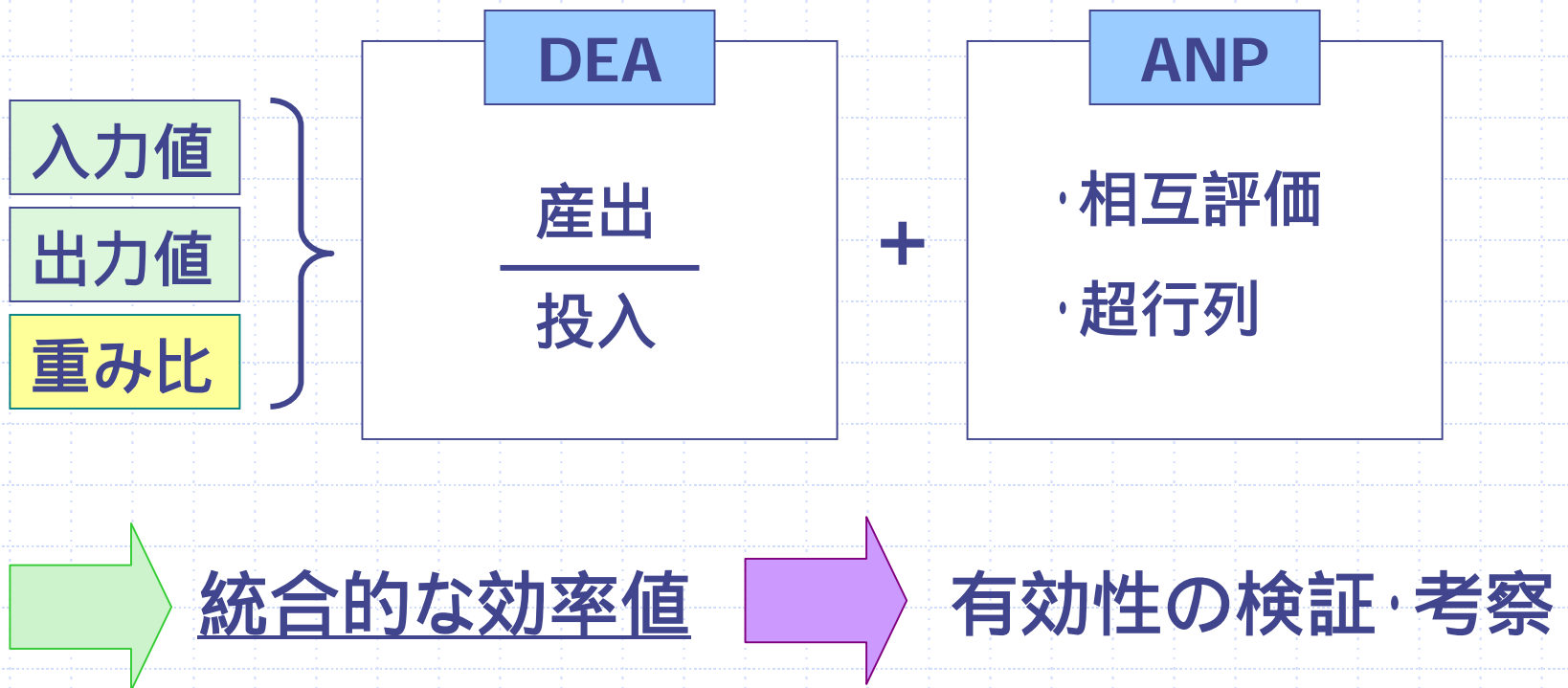


多数の事業体の効率値が1となり、効率的であると判断されてしまう事が多い。

各事業体が相互に納得する評価値を与えない場合が起こり得る。

2. 研究目的

- ◆ 事業体間で相互に納得のいく統合的な評価値を導きだす方法の提案.



3. DEA

- ◆ Data Envelopment Analysis.
- ◆ 多入力多出力の事業体の活動効率を、総合的かつ相対的に評価する手法.
- ◆ 事業体 (= 分析対象) をDMU (Decision Making Unit) と呼ぶ.



3.1 DEAの効率値

$$\text{効率値} = \frac{\text{仮想出力}}{\text{仮想入力}} = \frac{u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo}}$$

n : DMUの数

m : 入力項目の数

s : 出力項目の数

x_{ij} : DMU _{j} の入力データ ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$)

y_{rj} : DMU _{j} の出力データ ($r = 1, \dots, s$; $j = 1, \dots, n$)

v_i : 入力につけるウェイト ($i = 1, \dots, m$)

u_r : 出力につけるウェイト ($r = 1, \dots, s$)

3.2 分数計画問題 (FP)

<FP> 目的関数

$$\max \theta = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \quad \leftarrow \text{仮想出力}$$

\leftarrow 仮想入力

制約式

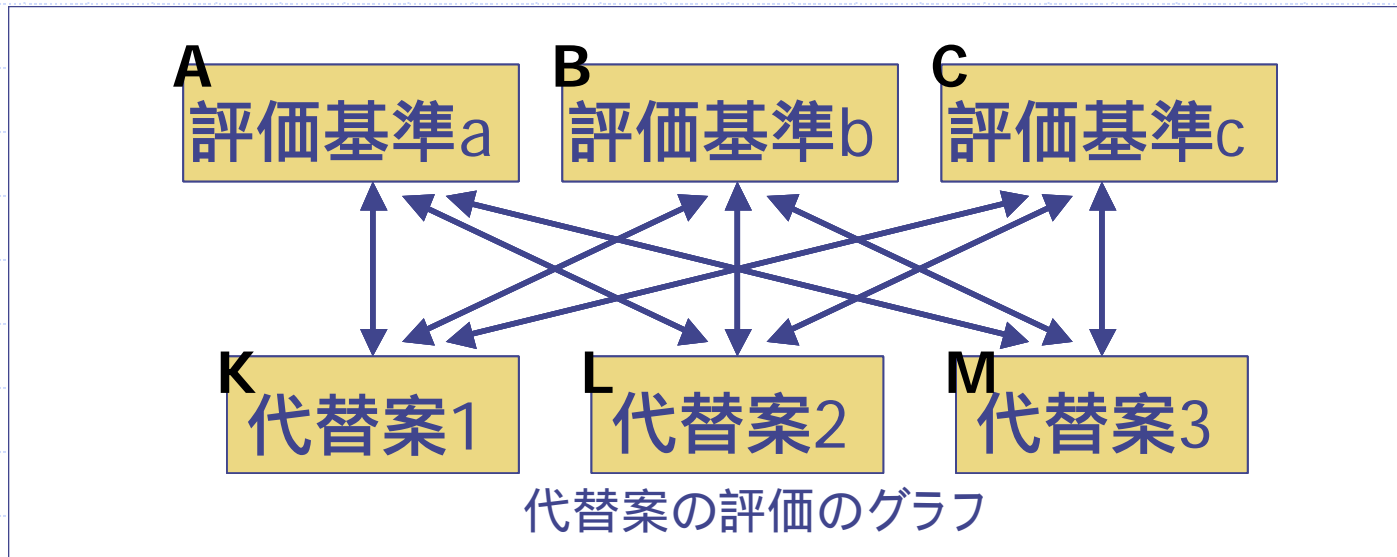
$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$v_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$u_r \geq 0 \quad (r = 1, \dots, s)$$

4. ANP

- ◆ Analytic Network Process .
- ◆ 代替案自身が評価基準の重要度を評価する相互評価システム(ネットワーク構造).
- ◆ 超行列を導入し、その性質を利用して解析.



4.1 ANPの評価行列

評価基準からみた代替案の評価値における評価行列

$$W = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} K \\ L \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \sum_i w_{ij} = 1$$

代替案からみた評価基準の評価値における評価行列

$$V = \begin{matrix} & \begin{matrix} K & L & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \sum_i v_{ij} = 1$$

ANPでは項目間の構造が重要なのであって評価行列内の要素の求め方は特に問題としない。

4.2 超行列

$$S = \begin{pmatrix} 0 & V \\ W & 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & K & L & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ K \\ L \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ 0 & 0 & 0 & v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ 0 & 0 & 0 & v_{31} & v_{32} & v_{33} \\ w_{11} & w_{12} & w_{13} & 0 & 0 & 0 \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & 0 & 0 & 0 \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\sum_i w_{ij} = 1 \quad \sum_i v_{ij} = 1$$

4.3 超行列の計算

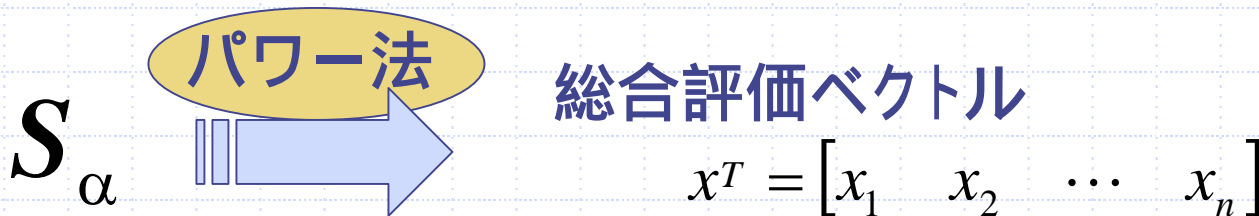
超行列 S が既約であれば

$$S_\alpha = \alpha I + (1 - \alpha)S \quad (0 < \alpha < 1)$$

は確率行列であって原始行列となる。 S と S_α の主固有ベクトルは一致。

既約行列: 対応するグラフが強連結であるもの。

原始行列: すべてのサイクルの長さの最大公約数が1。



5. 効率評価法の提案 (ANP-DEA)

仮説

ANPのネットワーク構造の概念を応用すると両方向からの評価が均衡する入出力項目のウェイトが求められる。

さらにDEAのFPを考えると・・・

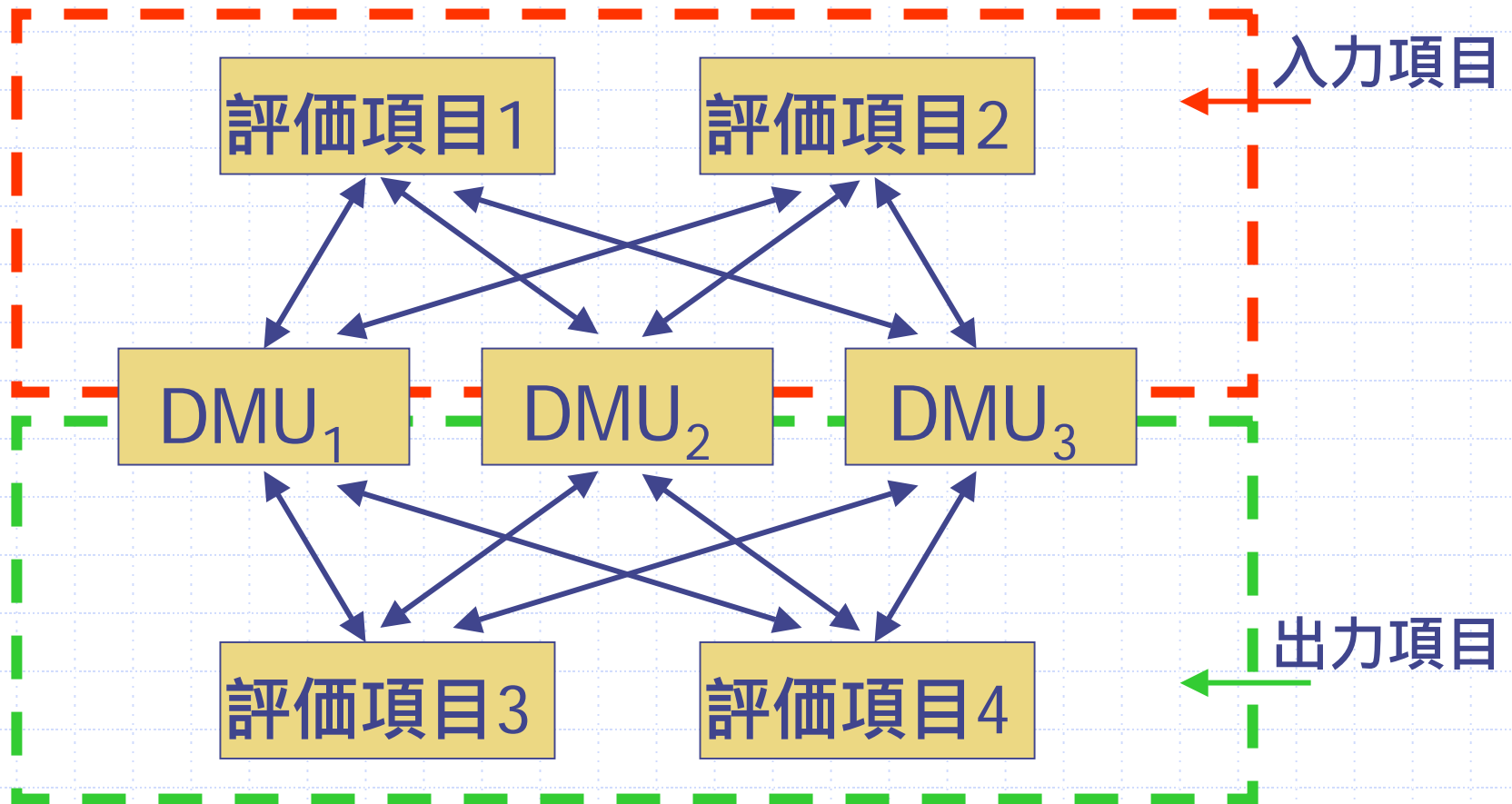
出力の総合評価

入力の総合評価



統合的な効率値

5.1 評価グラフ

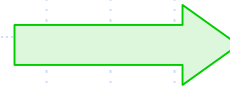


提案するDMUと評価項目における評価グラフ

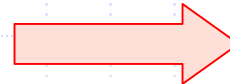
5.2 評価値を求める手順(1)

- ◆ 入出力の数値データをそれぞれ項目毎に各DMU間で正規化する。

項目	入力	
	基準1	基準2
DMU1	A ₁	B ₁
DMU2	A ₂	B ₂
DMU3	A ₃	B ₃



項目	入力	
	基準1	基準2
DMU1	a ₁	b ₁
DMU2	a ₂	b ₂
DMU3	a ₃	b ₃



項目	入力	
	基準1	基準2
DMU1	1	1
DMU2	2	2
DMU3	3	3

5.3 評価値を求める手順(2)

◆ 超行列を作成し計算する。

項目	入力	
	基準1	基準2
DMU1	a_1	b_1
DMU2	a_2	b_2
DMU3	a_3	b_3

項目	入力	
	基準1	基準2
DMU1	1	1
DMU2	2	2
DMU3	3	3

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ a_1 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & b_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u^T = (u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5)$$

5.4 評価値を求める手順(3)

DMU_iの仮想入力 $\longrightarrow a_i u_1 + b_i u_2$

DMU_iの仮想出力 $\longrightarrow c_i v_1 + d_i v_2$

DMU_iの総合評価値

$$\longrightarrow \frac{c_i v_1 + d_i v_2}{a_i u_1 + b_i u_2} \quad (i = 1, 2, 3)$$

6. 有効性の検証

- ◆ 提案した手法とDEA (CCR) が与える効率値を比較検討する.
- ◆ 比較の為に用いるデータは図書館のデータ (3入力2出力でDMUの数は6, 10, 7の3種) [1]である.

6.1 検証に使用したデータ

	区	入力			出力		カテゴリー
		床面積 (千m ²)	蔵書数 (千冊)	職員 (人)	登録者 (千人)	貸出冊数 (千冊)	
1	千代田	2249	163523	26	5561	105321	1
2	中央	4617	338671	30	18106	314682	1
3	台東	3873	281655	51	16498	542349	1
4	荒川	5541	400993	78	30810	847872	1
5	港	11381	363116	69	57279	758704	1
6	文京	10086	541658	114	66137	1438746	1
7	墨田	5434	508141	61	35295	839597	2
8	渋谷	7524	338804	74	33188	540821	2
9	目黒	5077	511467	84	65391	1562274	2
10	豊島	7029	393815	68	41197	978117	2
11	新宿	11121	509682	96	47032	930437	2
12	中野	7072	527457	92	56064	1345185	2
13	品川	9348	601594	127	69536	1164801	2
14	北	7781	528799	96	37467	1348588	2
15	江東	6235	394158	77	57727	1100779	2
16	葛飾	10593	515624	101	46160	1070488	2
17	板橋	10866	566708	118	102967	1707645	3
18	江戸川	6500	467617	74	47236	1223026	3
19	杉並	11469	768484	103	84510	2299694	3
20	練馬	10868	669996	107	69576	1901465	3
21	足立	10717	844949	120	89401	1909698	3
22	大田	19716	1258981	242	97941	3055193	3
23	世田谷	10888	1148863	202	191166	4096300	3

6.2 結果と考察(1)

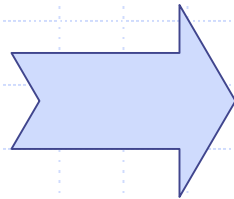
	区	提案した 評価値	DEA (CCR)
17	板橋	0.735	← 1
18	江戸川	0.619	0.787
19	杉並	0.708	← 1
20	練馬	0.618	0.849
21	足立	0.628	0.787
22	大田	0.475	0.681
23	世田谷	1	← 1

	区	入力			出力	
		床面積	蔵書数	職員	登録者	貸出冊数
17	板橋	10866	566708	118	102967	1707645
19	杉並	11469	768484	103	84510	2299694
23	世田谷	10888	1148863	202	191166	4096300

6.3 結果と考察(2)

	区	提案した 評価値	DEA (CCR)
23	世田谷	1	1
17	板橋	0.735	1
19	杉並	0.708	1
21	足立	0.628	0.787
18	江戸川	0.619	0.787
20	練馬	0.618	0.849
22	大田	0.475	0.681

評価値の順



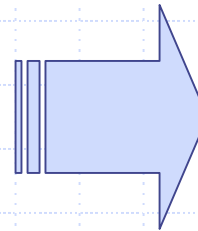
提案した手法の
妥当性の証明

7. 総括的結論(1)

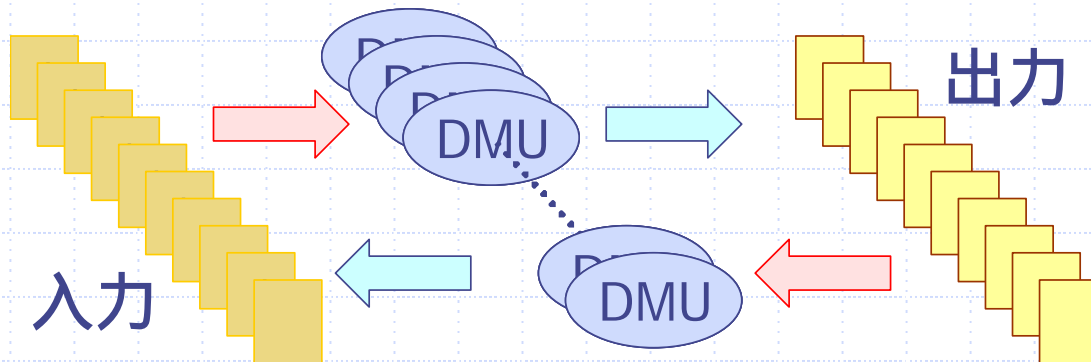
統合的な視点

最も優れた事業体

事業体間の優劣の判定



有効



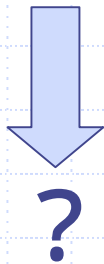
ウェイトの
妥当性の
低下

7.1 総括的結論 (2)

今後の課題

- ・評価者の目的に応じた評価
- ・評価値の有効性の向上

一対比較



再検討

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ a_1 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & b_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. 参考文献

- [1] 刀根薫「経営効率性の測定と改善 –包絡分析法DEAによる–」日科技連、2001
- [2] R.Ramanathan, L.S. Ganesh「Using AHP for resource allocation problems」European Journal of Operational Research 80(1995) 410_417
- [3] 高橋磐郎「オペレーションズ・リサーチ –講座– AHPからANPへの諸問題 –」vol.38_43 社団法人日本オペレーションズリサーチ学会、1998
- [4] MATTHEW J.LIBERTORE「An Extension of the Analytic Hierarchy Process for Industrial R&D Project Selection and Resource Allocation」IEEE TRANSACTION ON ENGINEERING MANAGEMENT, VOL.EM34, NO.1(1997)12_18
- [5] 刀根薫、眞鍋龍太郎「AHP事例集」日科技連、1998