

非対称巡回セールスマン問題に対する近似解法の評価

沼田研究室
4499088 升岡 慎吾

発表構成

1. 研究の背景
2. ATSP
3. 本研究で扱う近似解法
4. オイラー閉路を経由する構築法
5. 閉路集合を経由する構築法
6. 3-opt法
7. 実験の方法と結果、及びその考察
8. まとめ
9. 今後の課題
10. 参考文献

1 研究の背景と目的

1.1 本研究で扱うテーマ

- 非対称巡回セールスマン問題に対する既存の近似解法の性能の評価
- 独自に工夫した近似解法の性能の評価

1.2 非対称巡回セールスマン問題

(ATSP: Asymmetric traveling salesman problem)

巡回セールスマン問題

- ・与えられた点を全て1度ずつ通過し、出発地点に戻ってくる巡回路のなかで最も総距離が小さい巡回路を求める問題



非対称巡回セールスマン問題

都市 i から都市 j への距離を c_{ij} とするとかならずしも
 $c_{ij} = c_{ji}$ とならないもの

- ・ $c_{ij} = c_{ji}$ となるものを対称巡回セールスマン問題
(STSP: Symmetric traveling salesman problem) という

1.3 ATSPに対する研究の現状

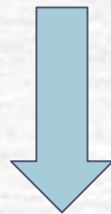
- ・データ量がSTSPに比べ大きくなる
- ・問題が大きくなると扱いづらい



STSPに比べるとATSPの議論は盛んではない

1.4 ATSPに対する既存の近似解法

- セービング法
- Nearest Neighbor 法
- ロス法
- オイラー閉路を経由する方法[2]
- 閉路集合を経由する方法
- λ -opt法[3]



を含む一般的な評価は定まっていない

1.5 本研究の目的

- ・オイラー閉路を經由する構築法[2]を実装し、文献[3]で良い評価を得ている3-opt法と比較し、評価する
- ・閉路集合を經由する構築法における2つの方法を提案し同様に比較し、評価する

2 ATSPの定式化

2.1 定式化の前提

ATSPを、 n 個の点と、 i から j への長さ c_{ij} の枝及び j から i の長さ c_{ji} の枝からなる、完全有向グラフ G の上で考える

2.2 ATSPの最適解とハミルトン閉路

ハミルトン閉路

全ての点を1度ずつ通り出発点に戻ってくる経路



ATSPの実行可能解はハミルトン閉路である

2.3 定式化

Z ・・・総距離

H ・・・ハミルトン閉路

H ・・・ハミルトン閉路の集合

\vec{ij} ・・・ i から j へ向かうハミルトン閉路の候補枝

$$\text{Minimize } z = \sum_{\vec{ij} \in H} C_{ij} \quad \text{Subject to } H \in \mathbf{H}$$

3 本研究で扱う近似解法

- ・オイラー閉路を経由する構築法

総枝長の短いオイラー閉路を経由することで、総枝長が短そうな複数のハミルトン閉路を生成する方法

- ・閉路集合を経由する構築法

割り当て問題の解で得られた複数の閉路を何らかの方法で一つの閉路に統合し、それを近似解とする方法

この統合法に関して2つの方法を提案する

- ・3-opt法[3]

比較の対象として逐次改善法である3-opt法を扱う

4 オイラー閉路を経由する構築法[2]

4.1 オイラー閉路とオイラーグラフ

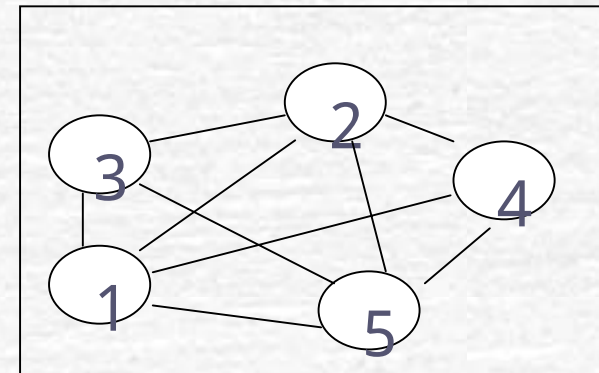
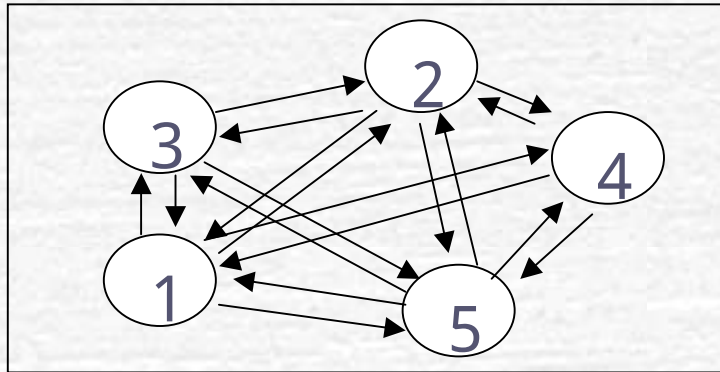
オイラー閉路・・・全ての枝を通り出発点に戻る閉路

オイラーグラフ・・・オイラー閉路を含むグラフ

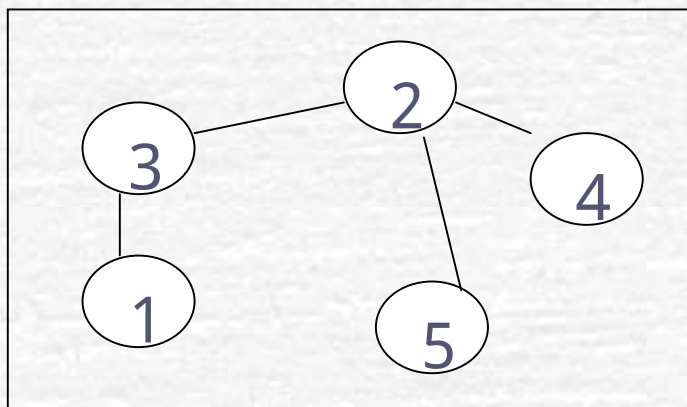
4.2 オイラー閉路を経由する構築法の流れ

- ステップ1 MDSG (Minimal Directed Spanning Graph) = (有向グラフにおける最小全域木) を作る
- ステップ2 枝を加えオイラーグラフにする
- ステップ3 オイラー閉路を求める
- ステップ4 オイラー閉路にそったハミルトン閉路を求め、総距離が最小のものを近似解とする

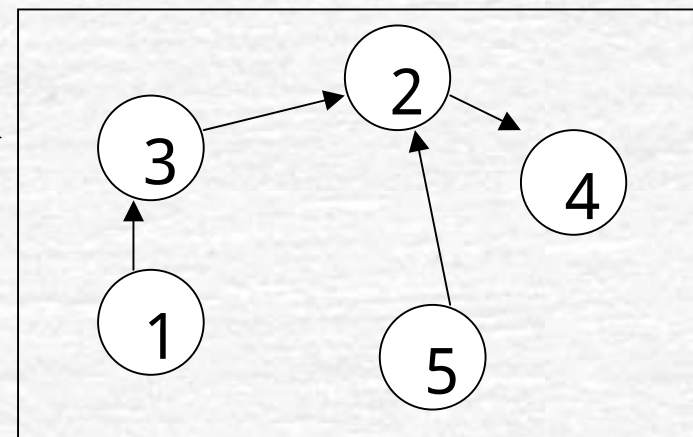
ステップ1の流れ(5点の場合)



2つの枝のうち短い枝を残す

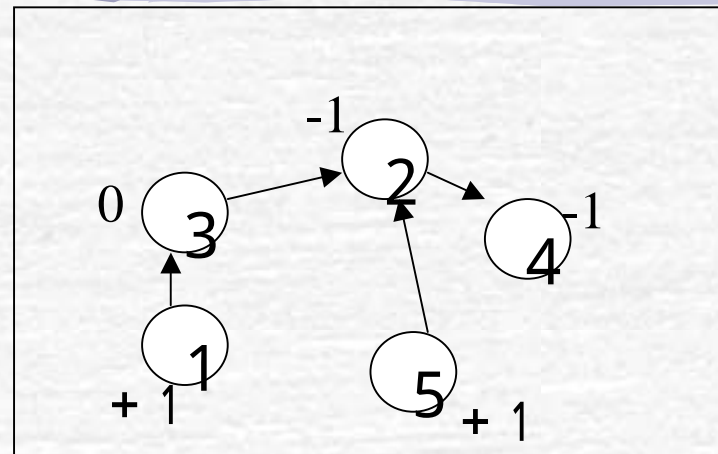
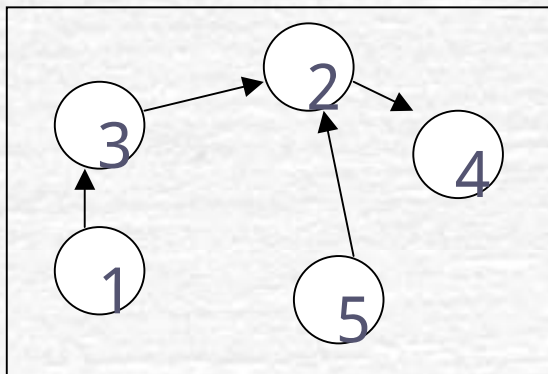


プリムの方法を適用し最小全域木を作る

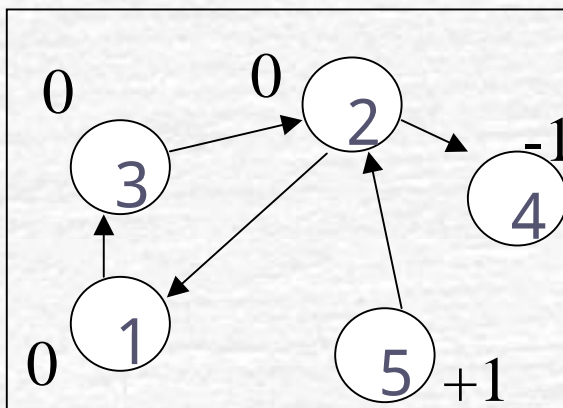


枝の方向を付け直しMDSGとする

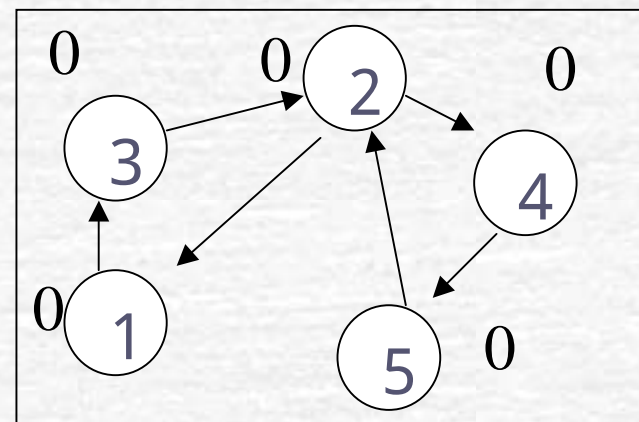
ステップ2の流れ



次数を計算する



枝を描き、次数を書き換えることを繰り返す

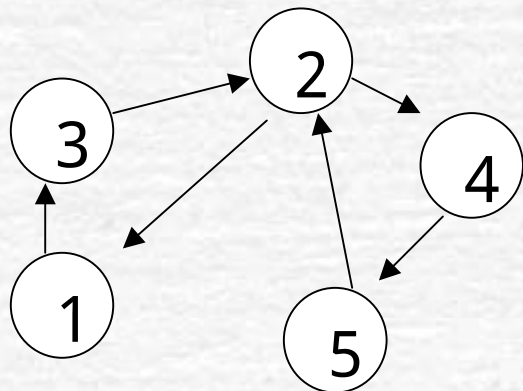


オイラーグラフになる

ステップ3

- オイラー閉路の作り方

いくつかできる部分閉路を足して一つの
オイラー閉路を作る

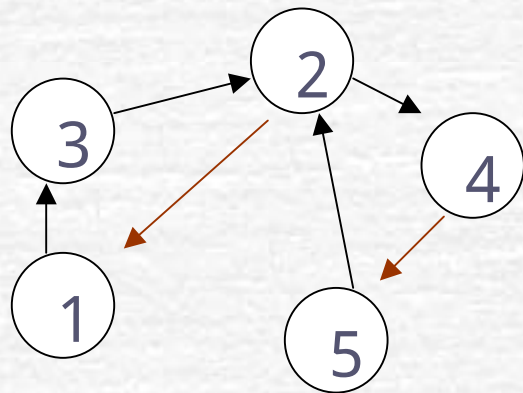


左図の場合のオイラー閉路

$\{1, 3, 2, 4, 5, 2, 1\}$

ステップ4

1. ステップ3で得られたオイラー閉路を2回重ねて書く
2. 左から初めて出てきた番号を書き出す
3. 一回目が終わったら始点を一つ右に移し同じ事を繰り返す
4. 得られたハミルトン閉路の中で最も総距離が小さいものを近似解とする



{1, 3, 2, 4, 5, 2, 1, 1, 3, 2, 4, 5, 2, 1}

{1, 3, 2, 4, 5, 1} と {1, 3, 4, 5, 2, 1}

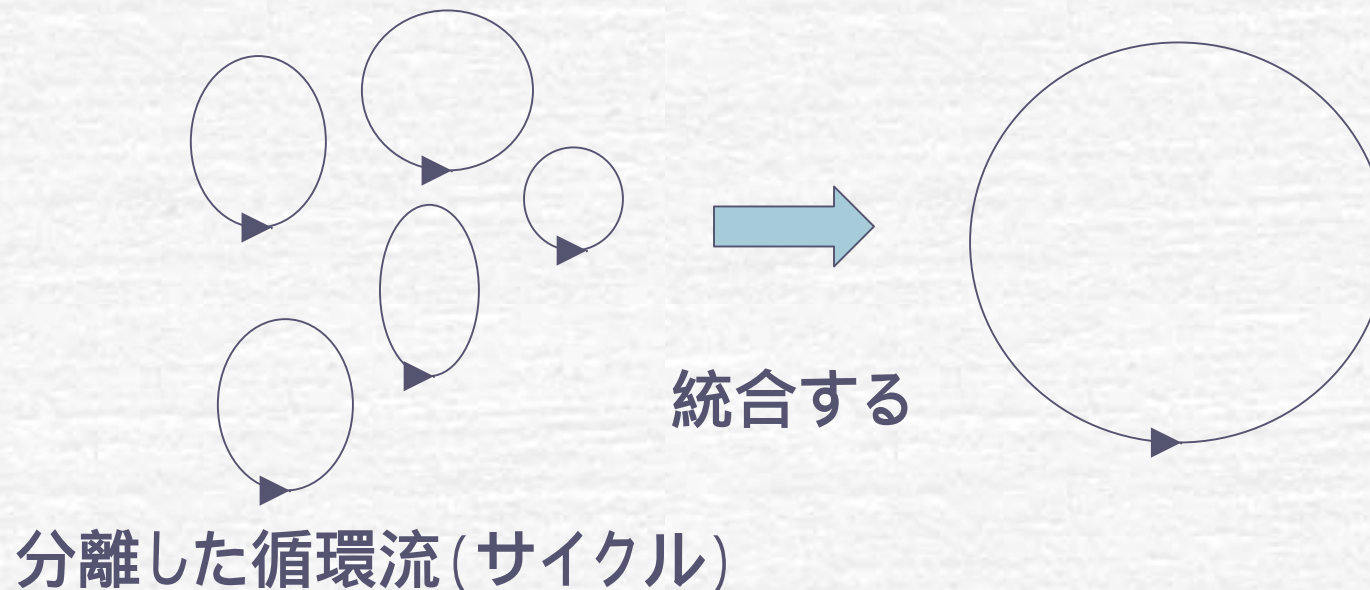
総距離が小さい方を近似解とする

5 閉路集合を経由する構築法

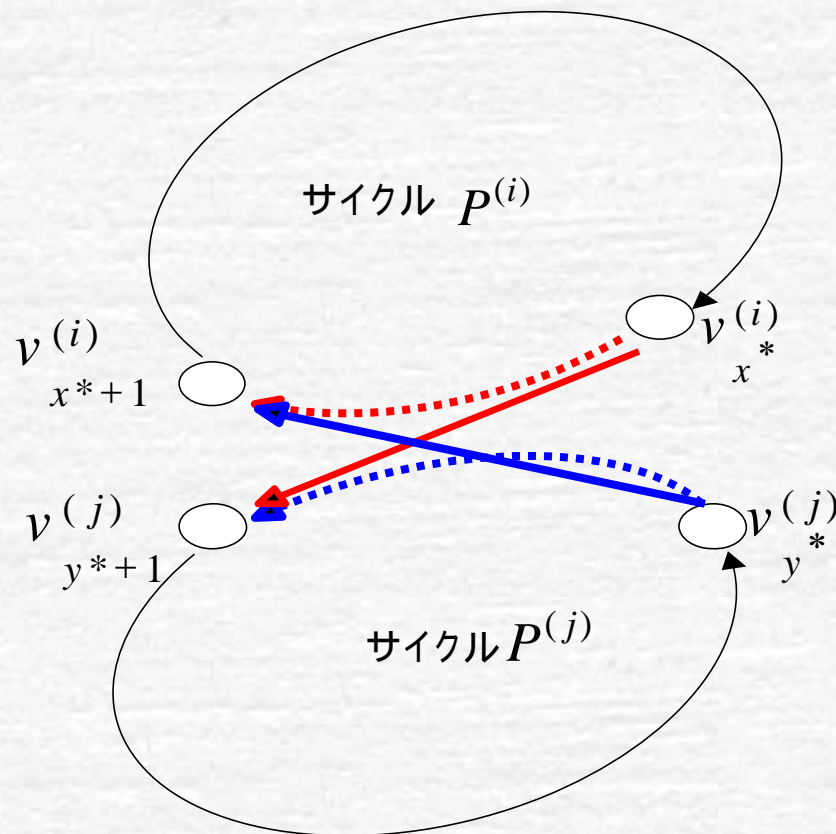
5.1 閉路集合を経由する構築法について

ATSPの最適解は循環流とみなせる

- ・費用最小の循環流は、枝の長さを1流量単位の輸送費用とした、割り当て問題の最適解で与えられる









5.3 サイクル再割り当て法



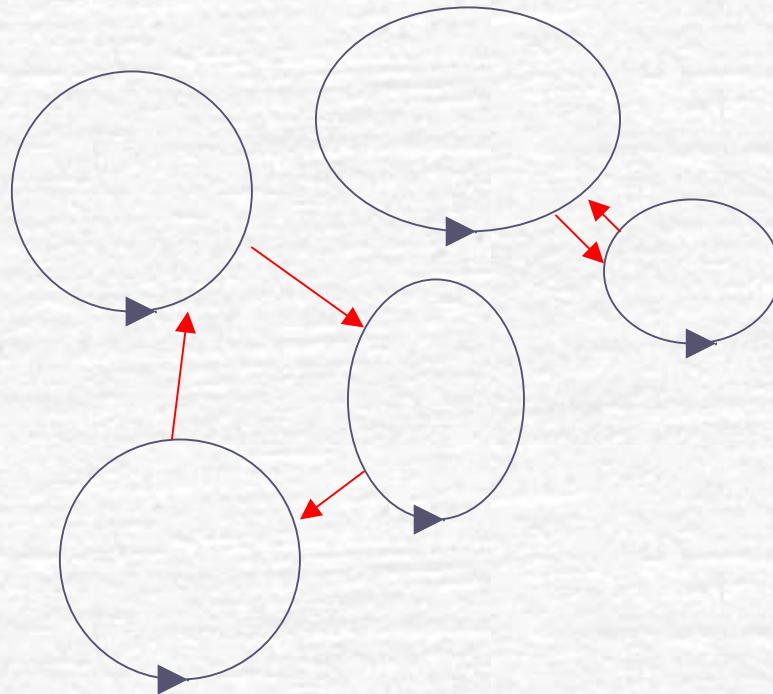
サイクル間の距離

$D_{ij} = (P^{(i)}$ から $P^{(j)}$ までの距離)を
設定する

( +  -  - ) の距離
が最小となる点の組み合わせの
時の ( - ) の距離

5.3 サイクル再割り当て法の手順

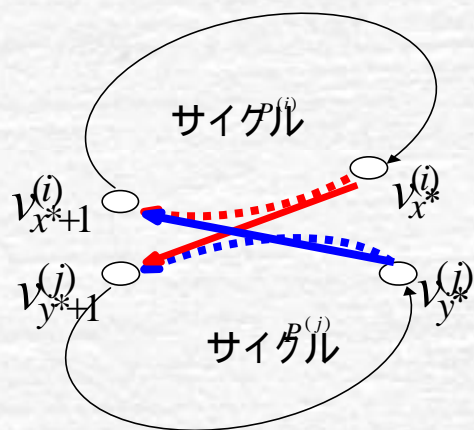
Step 1 全てのサイクル間の距離を求め、サイクルを点とみなして割り当て問題を解く。



…サイクルを点と見た
時の循環流

Step2

サイクルのサイクルが複数出来るので、それを順番につなげる



・つなげ方

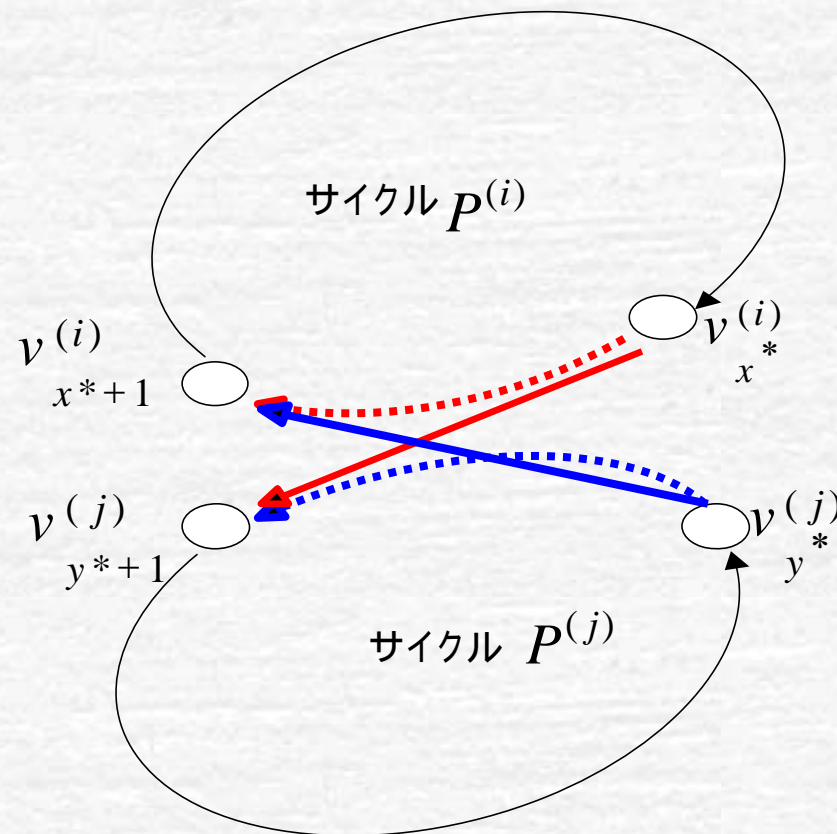
(実線一点線)の距離が最小の時
実線と点線の枝を取り替える

Step3

サイクルが一つになればそれを近似解とし、さもないければ
Step1に戻る

5.4 サイクルの全域木を用いる方法

この方法でのサイクル間の距離を設定する



$D_{ij} = (P^{(i)}$ から $P^{(j)}$ までの距離)を
以下のように設定する

($\text{---} + \text{---} - \text{...} - \text{...}$) の距離
が最小となる点の組み合わせの
時の ($\text{---} + \text{---} - \text{...} - \text{...}$) の距離

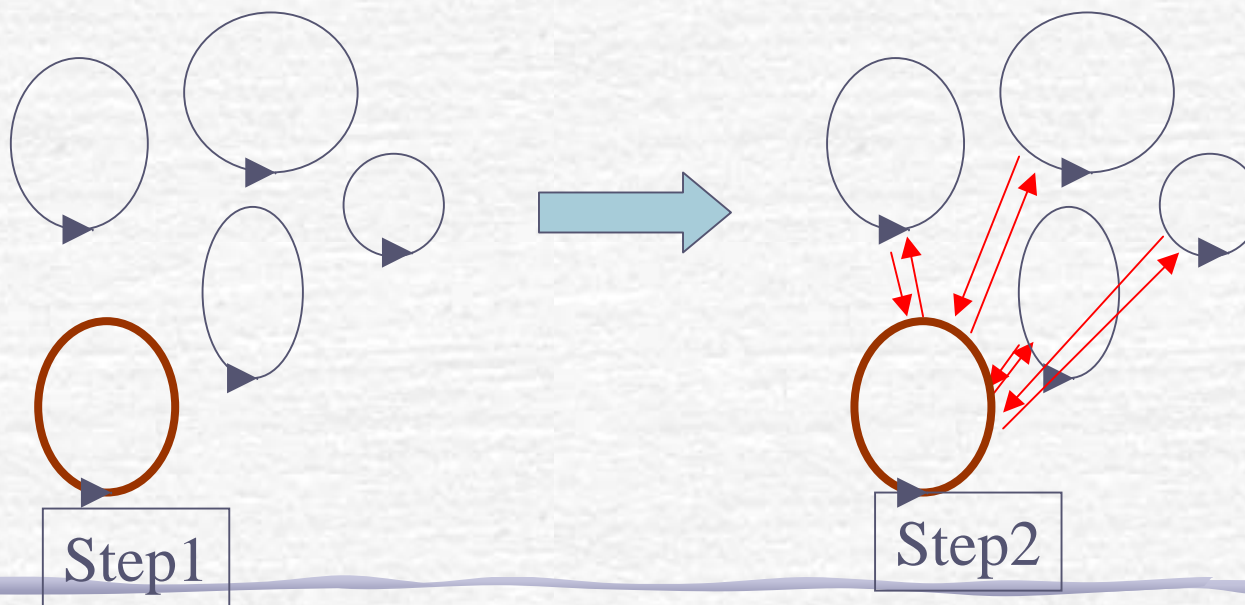
5.5 サイクルの全域木を用いる方法の手順

Step1

サイクルを一つ選び、現在のサイクルとする

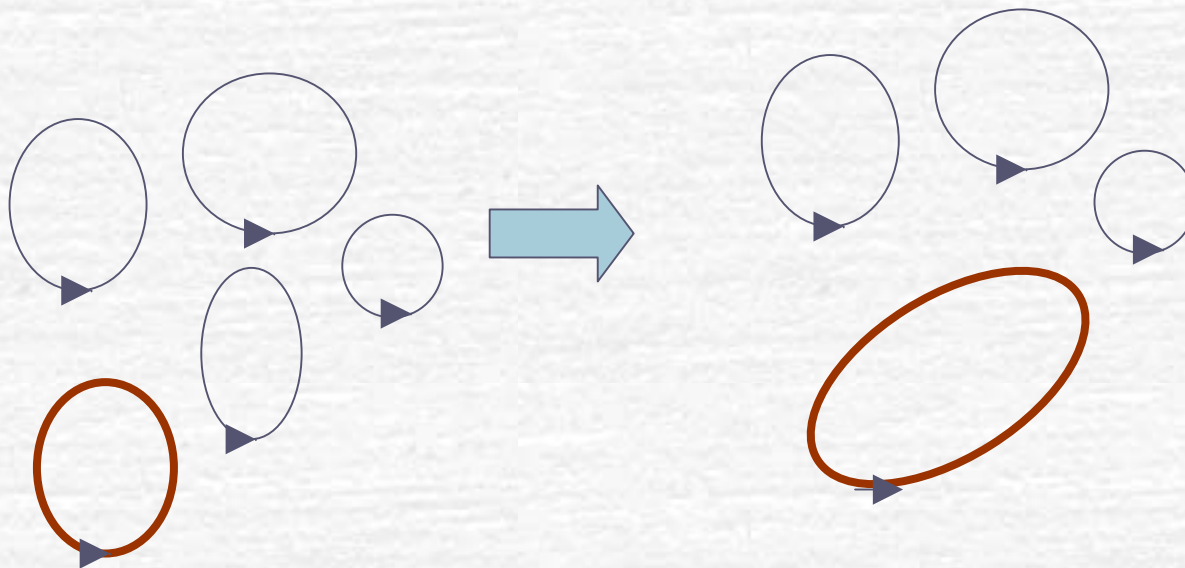
Step2

現在のサイクルから他の全てのサイクルまでの距離を求める。



Step3

最も距離が小さかったサイクルと現在のサイクルをつなげ新たに現在のサイクルとする
サイクルが1つになればそれをATSPの近似解とし、
さもなければStep 2に戻る

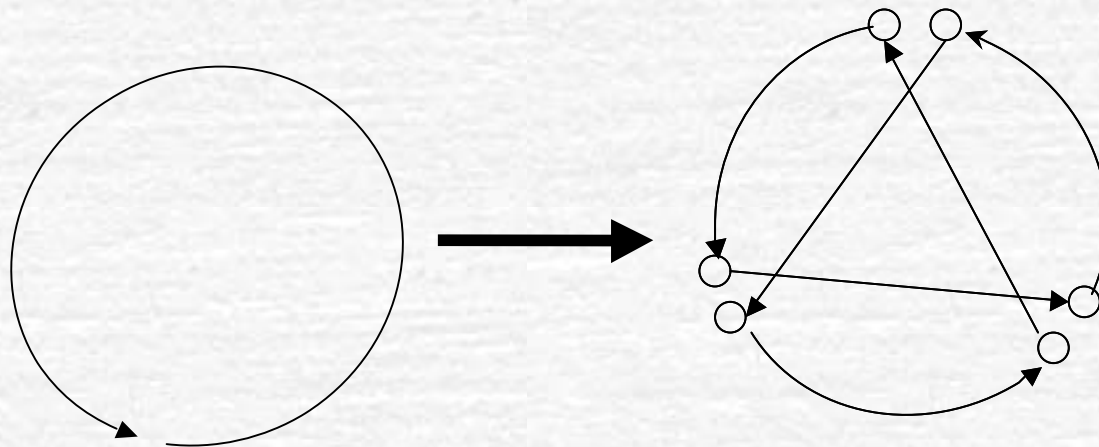


つなげ方は再割り当て法と同様

6 3-opt法

現在の巡回路から出発し、ある3本の枝を他の3本の枝と交換し、再び巡回路を作ってみて総距離が短縮されるなら枝の入れ替えを行い、これを取り替える枝がなくなるまで繰り返すという方法。

- ・本研究ではランダムな初期巡回路に対して用いた
- ・枝の入れ替え方は下に示す1通りのみを考える



3-opt法の枝の入れ替え方

7 実験の方法と結果、および考察

7.1 実験の方法

- ・データはTSPLIB 9 5のATSPデータを使用した
- ・使用した計算機のCPUはIntel Celeron 650Mhzである
- ・3-opt法は初期巡回路によって値が異なるので、10回計測し、その平均値を用いた
- ・計算時間の単位はmsecである

7.2 実験の結果

表. 実験の結果

データ名	近似解法		オイラー閉路を用いる方法	サイクル再割り当て法	サイクルの全域木を用いる方法	3-opt法
	都市数	最適値	近似解 (計算時間)	近似解 (計算時間)	近似解 (計算時間)	近似解 (計算時間)
Br17	17	39	56 (17)	39 (25)	39 (10)	39 (0)
ft70	70	38673	49798 (43)	39514 (80)	39144 (73)	38849 (21)
ftv38	39	1530	1775 (11)	1836 (25)	1547 (15)	1646 (1)
ftv55	56	1680	2561 (22)	1712 (48)	1671 (39)	1707 (20)
ftv70	71	1980	2937 (33)	2226 (83)	2007 (74)	2082 (25)

7.3 考察

- ・オイラー閉路を經由する構築法は、精度・計算時間、共に3-opt法より悪い性能を示した

理由

ハミルトン閉路を生成する過程で距離が大きい枝を加えなくてはならない可能性があったためと考えられる

7.3 考察(続き)

- ・二つのサイクル統合法のうち、再割り当て法は3-opt法より悪い性能であった

↑
理由

サイクルの循環流に用いる枝と、実際につなぐ枝が違う可能性があるためと考えられる

7.3 考察(続き)

- ・サイクルの全域木を用いる方法はほとんどのデータにおいて3-opt法より良い近似解を得ることができた



ATSPに対して有効な構築法であると思われる

8 まとめ

- ・提案したサイクル統合法は独自で工夫したものであるが、サイクルの全域木を用いる方法は解、計算時間とも良好な結果を示した。
- ・実際にATSPを解く場合、この方法で初期解を作り、逐次に改善する方法はかなり有望であると思える。

9 今後の課題

- ・他の研究との照合
- ・構築法と逐次改善法を併用した方法の実験

10 参考文献

- [1]山本芳嗣、久保幹夫：「巡回セールスマン問題への招待」朝倉書店、東京、1995 .
- [2]Selim . G . Aki：「The Minimal Spanning Graph for Combinatorial Optimization」The Australian Computer Journal , Vol.12 , No4 , P132-136 , 1980
- [3]吉村央紀：「非対称巡回セールスマン問題に対する近似解法の検討」平成12年度東京理科大学工学部経営工学科卒業論文 , 2001 .
- [4]惠羅博、土屋守正：「グラフ理論」産業図書、東京、1996 .
- [5]<http://www.math.princeton.edu/tsp/>