

ハブ空港配置問題に対する O'Kelly の モデルの拡張とその解法

伊藤 亮平 (沼田 一道助教授)

1 問題の背景と研究目的

1978 年にアメリカ合衆国で航空事業の規制緩和が行われてから現在に至るまで、航空会社は、独自のハブ空港の配置と接続について考え続けている。一般にハブ空港とは、航空会社が乗り換えの拠点として用いる空港のことである。ハブ空港を設置することで航空会社は、需要の少ない路線を廃止し、その分を需要のある路線にまわすことができる。また、ハブ空港間に移動が集中するため、一人あたりの輸送費用を削減することもできる。つまりハブ空港を設置することで航空会社は、広範囲に分布する乗客を効率的に運ぶことができるようになる。またハブ空港を設置することで、航空運賃が安く抑えられ、利用できる便数が増えるので、複数回の乗換えや移動時間・距離の増加に伴うデメリットは許容されると、航空会社は考えている。

アメリカ本土に路線を持つ航空会社は、業務の効率化と合理化の進展に伴い、これまでよりいっそうハブ空港の配置と接続について関心を持つようになってきている。ハブアンドスポークシステムを導入したハブ空港の設置と接続についてのモデルは、O'Kelly [1] に始まる。彼のモデルは、非ハブ空港が接続するハブ空港の数を 1 個のみとしているが、これは現実的でない。非ハブ空港は複数のハブ空港に接続するのが普通である。本研究では、複数の接続を認めるモデルを考えることにした。しかし無制限に接続を許してしまうと、路線数を減らすというハブ空港設置の本来の目的に逆行するので、複数接続の中で最も少ない 2 本以下の接続を認めるという状況を考える (図 1)。

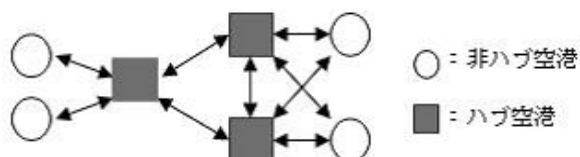


図 1: 2 本以下の接続を許すモデル

本研究の目的は、O'Kelly [1] のモデルを拡張した問題に対して、いくつかの近似解法を提案し、それぞれの性能を評価することである。

2 問題設定

空港の数と位置、設置するハブ空港の数、空港間の乗客数、空港間の単位人数あたりの輸送費用が与えられたとき、与えられた空港の中から総輸送費用が最小となるように、与えられた個数のハブ空港と、非ハブ空港が接続するハブ空港を決める問題を考える。

本研究では、非ハブ空港が接続するハブ空港の数は、2 個以下とする。また、ハブ空港同士はすべて直接接続され、非ハブ空港はハブ空港にのみ接続するものとする。非ハブ空港間の移動は、ハブ空港を 1 回もしくは 2 回経由して行われる。総輸送費用は、空港間を単位期間に移動する乗客数に、一人あたりの輸送費用をかけたものの和である。このとき、ハブ空港間の輸送費用はディスカウントファクター (≤ 1.0) だけ引き下げる。また、費用を計算する際出発地から目的地までは、輸送費用が最小となる経路を移動するものとする。

3 定式化

前節で述べた問題を定式化するため、まず記号を定義する。与えられる空港の数を n 、設置するハブ空港の数を p ($p < n$) とし、その集合を P とする。また空港 i, j 間の一人あたりの輸送費用を C_{ij} ($C_{ii} = 0, C_{ij} = C_{ji}$)、空港 i, j 間の単位人数あたりの乗客数を W_{ij} ($W_{ii} = 0, W_{ij} = W_{ji}$) とする。ハブ空港間の輸送費用の値引率を α 、 M を非常に大きな正数とする。また x_{ik} を、非ハブ空港 i がハブ空港 k に接続しているとき、または $i = k$ で空港 k がハブ空港のとき 1、それ以外の場合 0 をとる決定変数とする。 y_k を空港 k がハブ空港であるとき 1、そうでないとき 0 をとる決定変数とする。

O'Kelly [1] のモデルを拡張した問題は、これらの変数を用い以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_{x,y} && \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} \left[\min_{k,m \in P(y)} \{C_{ik} + \alpha C_{km} + C_{mj} + M(2 - x_{ik} - x_{jm})\} \right] && (1) \\ & \text{subject to} && \sum_{k=1}^n x_{ik} \leq 2 \quad \forall i && (2) \\ & && \sum_{k=1}^n y_k = p && (3) \\ & && x_{ik} \leq y_k \quad \forall i, \forall k && (4) \\ & && x_{ik} \in \{0, 1\}, y_k \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

(1) は総輸送費用を表す目的関数であり、これを最小化する非ハブ空港とハブ空港の接続 (x_{ik}) とハブ空港の配置 (y_k) を求める。(2) は非ハブ空港がハブ空港に接続する本数が 2 本以下であるということを示す。(3) はハブ空港の設置数は p ということを示している。(4) は非ハブ空港はハブ空港にのみ接続できるということを示している。

4 提案する解法

拡張した問題に対して、5 種類の解法を提案する。解法 1 ~ 5 のうち解法 2,3 では、局所探索法を用いる。また解法 4,5 では、局所探索法とメタ戦略を用いる。局所探索法は初期解を必要とするので、解法 1 で得られる解を初期解として用いる。

[解法 1] 接続については、非ハブ空港から 1 番目と 2 番目に近いハブ空港に接続する。ハブ空港の選び方については、全ての空港の組み合わせを調べる。このとき総輸送費用が最小となるものから順に 10 個求め、対応する近似解を総輸送費用の小さい順に近似解 1, 2, ..., 10 と呼ぶ。

4.1 局所探索法の適用

局所探索法 (Local Search) は、適当な解 x から始め、その解 x を少し変更して得られる解集合 (近傍) の中で解 x より改善される解 x' があればその解 x' に移動し、近傍内に改善解がなくなるまで繰り返す方法である (図 2)。近傍内で改善されなくなったときの解を、局所最適解という。

局所探索を行うとき、本研究ではハブ空港を固定し、非ハブ空港がハブ空港の接続を変更して近傍を形成する。1 つの

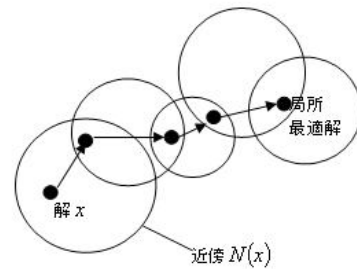


図 2: 局所探索法の動き方

非ハブ空港がハブ空港に接続する仕方は、 ${}_p C_2 + p$ 通りある。また、非ハブ空港は $n - p$ 個ある。よって近傍内には、 $(n - p) * ({}_p C_2 + p)$ 個の解がある。

解法の説明を行う前に、本研究で用いる局所探索法の基本アルゴリズムを示す。

Step 1: 解法 1 で得た近似解を初期解とし、その解のハブ空港を固定する。

Step 2: 非ハブ空港とハブ空港の接続の仕方について局所探索を行う。

これをふまえ、次に解法 2, 3 の説明を行う。

[解法 2] 解法 2 は、局所探索法の基本アルゴリズムで探索を行う。ただし、近傍内での移動の仕方は、近傍内で最初に発見した総輸送費用を改善する解へ移ると設定する。

[解法 3] 解法 3 は、局所探索法の基本アルゴリズムで探索を行う。ただし、近傍内の移動の仕方は、近傍内にある全ての解の中で最も総輸送費用を改善する解に移ると設定する。

4.2 メタ戦略の適用

メタ戦略 (metaheuristics) は、基本戦略である局所探索法などより時間がかかっても、精度向上を行うための汎用操作の探索戦略のことで、一般に基本戦略に反復条件を与え、条件が満たされるまで探索を行う。

より良い解を見つけるために、メタ戦略を導入した解法 4, 5 の説明を行う。

[解法 4] まず、Step 1 を行う。次に、与えられた初期解の非ハブ空港とハブ空港の接続の仕方についてランダムな変更を加え (この操作を Step1.1 とする)、変更後の解を初期解として、Step 2 を行う。求まった解を暫定解とし、再び Step1.1 を行う。解法 4 は、この 2 つのステップを反復し、解が求まるごとに暫定解と比較し、改善していれば更新するという動作を条件を満たすまで繰り返す。

[解法 5] まず、本研究での局所探索法のアルゴリズムで探索を行う。Step 2 を終了したとき求まる解を暫定解として保存する。この解に対して非ハブ空港とハブ空港の接続の仕方についてランダムな変更を加え (この操作を Step2.1 とする)、変更後の解で Step 2 を行う。解法 5 は、この 2 つのステップを反復し、解が求まるごとに暫定解と比較し、改善していれば更新するという動作を条件を満たすまで繰り返す。

5 数値実験と実験結果

実験データは、アメリカ本土に現存し公開されている空港データ [2] [3] [4] の中から 55 個を選んで用いた。空港データとは、空港の位置、空港間の距離、空港のある都市の人口のことである。ここで空港間の輸送費用は距離に比例するものとし (比例定数を 1 と仮定)、距離そのもので与える。乗客数は、空港 i の都市の人口を a_i とすると、空港 i, j 間の乗客数 W_{ij} は、 $W_{ij} = (a_i * a_j) / (C_{ij})^2$ で計算する。乗客数は、小数点以下は四捨五入をし、数値が 0 となるものは、 $W_{ij} = W_{ji} = 1$ とした。また、 α の値は 1.0 とし、ハブ空港数は 4 で計算する。メタ戦略における終了条件として、反復回数を 100 回として行った。実験は $n = 10, 25, 55$ で行った。空港の選び方は、使用する空港をアルファベット順に A から 10, 25 個取った。プログラムは、Borland 社の Delphi6 で作成した。図 3 は、 $n = 55$ の場合に解法 1 のプログラム実行時の結果画面である。5 種類の解法を適用したときの実験結果を表 1 に示す。

表 1: 解法 1,2,3,4,5 で解いたときの総輸送費用の値

近似解	n=55		n=25		n=10	
	解法 1	解法 2,3,4,5	解法 1	解法 2,3,4,5	解法 1	解法 2,3,4,5
1	73144394	72209362	8557338	8395576	1215952	1215952
2	73211630	73070794	8560004	8389734	1225300	1225240
3	73611396	73410786	8603598	8566142	1226086	1208886
4	73772032	72836406	8605416	8531516	1242570	1215292
5	73852100	73719692	8665684	8388962	1245444	1245444
6	74092524	73153740	8671240	8525942	1246664	1246084
7	74159254	73828646	8676878	8397628	1260100	1259720
8	74232130	73443138	8715412	8712564	1260356	1260356
9	74247500	74057448	8787726	8532732	1261130	1261130
10	74298676	73278694	8800714	8540504	1265594	1192888

6 考察

解法1で求まる解を初期解として、局所探索を行った解法2～5の数値結果は、同じ値になった。このことから、ハブ空港を固定して非ハブ空港とハブ空港の接続について局所探索を行った今回の解法では、解法の性能はあまり変わらないように考えられる。

本研究は非ハブ空港とハブ空港の接続に対してのみ局所探索を行ったが、今後ハブ空港の設置と接続の両方に局所探索を行う場合、更新を交互に行う必要があると考えられる。これは本実験のようにどちらか一方を先に局所最適解を求めると、本実験と同様に値が一致してしまうと考えられ、つまり探索終了後にもう片方の局所探索を行っても同値になると思われるからである。

$n = 55$ のとき局所探索を行った場合、10個の解の中で最も総輸送費用が小さくなった解の値は、改善前の解の値から1.3%改善した。また10個の解の中で改善値が、解法1で得た解の総輸送費用の順位が換わることはあるが、近似解1以外を改善したものが最も小さくなることはなかった。これらのことから、解法1で得られた解の精度は高いように思われる。一方、 $n = 25$ のときに局所探索を行うと、10個の解の中で改善値が、解法1で得た解の総輸送費用の順位が換わることが多々あり、近似解5が、改善後に最も小さくなった。さらに $n = 10$ のときは、近似解10が、改善後に最も良い値となった。解法1のように非ハブ空港から1番目と2番目に近いハブ空港と接続した解では、空港数が少ない場合、多めに解を求め、複数の近似解を改善したほうがよいと思われる。逆に空港数が多いときは、多くの近似解を求める必要はないと思われる。

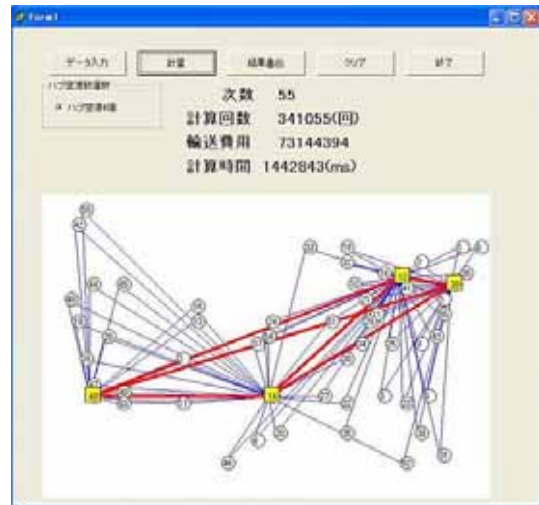


図3:実行画面

7 結論と今後の課題

本研究は、O'Kelly [1] のモデルを拡張した問題を5つの近似解法で解き、それぞれの性能を評価した。非ハブ空港から近いハブ空港に接続する解法1は、空港数が多くなるにつれて解の精度が高くなるように思われる。また、ハブ空港を固定して、非ハブ空港とハブ空港の接続についてのみ局所探索法やメタ戦略を行っても、性能はあまり変わらないようである。接続と設置の両方を同時に変えながら探索していく方法を試みる必要があると思われるが、これは今後の課題である。

参考文献

- [1] M.O'Kelly: "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", European Journal of Operational Research, 32, pp.393-404, (1987).
- [2] U.S.Census Bureau: "Statistical Abstract of the United States"
<http://www.census.gov/prod/2004pubs/03statab/pop.pdf>.
- [3] 「アメリカ国内飛行距離」: <http://members.jcom.home.ne.jp/takdayo/kokunaihikou.htm>.
- [4] 「地球の歩き方」編集室: 「地球の歩き方 B01 アメリカ 2003 ~ 2004 年版」, ダイヤモンド・ビッグ社, 東京, 2003.
- [5] 柳浦睦憲, 茨木俊秀: 「組み合わせ最適化 メタ戦略を中心として」朝倉書店, 2001.