

光ファイバーケーブルの敷設計画問題に対するアルゴリズムの提案

工 保夫 (沼田 一道 助教授)

1. はじめに

近年、日本のインターネットのブロードバンド化が急速に進展している。その中で、速度・安定性において最も優れた通信回線が光ファイバーであり、それを利用したサービスの代表例に FTTH(Fiber To The Home)がある。FTTH は光ファイバーケーブル(以下光ケーブル)をサービス利用者宅(以下家庭)に引き込んでインターネットに接続するサービスで、現在普及が進んでいる。この家庭までの光ケーブルの敷設および設備には高額な費用がかかるので、FTTH サービス事業者は少しでも費用を抑えた敷設を目指している。

家庭までの光ケーブルの敷設経路は、まず光ファイバー網の収容局から地中を通り、新しく光ケーブルを敷設するエリアで電柱を介して地上に出る。この地上に出る場所を『き線点』といい、そこから家庭近くの電柱まで、電柱間を多芯の光ケーブルで配線し、最終的には『クロージャ』という分岐装置で光ケーブルを 1 本 1 本に分岐させて各家庭に引き込む。このような光ケーブルの敷設経路のうち、光ファイバー網の収容局からき線点までの地中部分は全国的にも(地域により差はあるが)ほぼ敷設済みなので、本研究では光ケーブルの敷設計画をき線点から家庭までの経路に限定して考える(図 1)。また、き線点およびクロージャを設置した電柱間を結ぶ多芯光ケーブルを『幹線』、クロージャを設置した電柱と家庭の間を結ぶ単芯光ケーブルを『支線』といい、光ケーブルの敷設にかかる費用は幹線敷設費用、支線敷設費用およびクロージャ設置費用の総和とする。

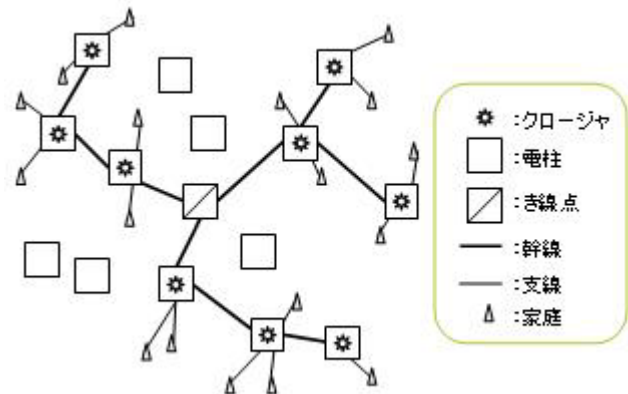


図 1 : 光ファイバーケーブルの敷設

本研究ではこのような光ケーブルの敷設計画問題に対して、敷設費用ができるだけ小さくなるように支線・幹線の敷設経路およびクロージャの設置箇所を決定するアルゴリズムを提案し、数値実験によりその有効性を検証する。

2. 問題の設定

本研究で扱う問題は、クロージャを集線装置とみなすと集線装置配置問題の一種と考える事ができる。集線装置配置問題では例えば幹線と支線をそれぞれスター状に接続するスター・スター型など、支線と幹線の敷設形態の組み合わせによって様々な分類ができ、様々な形態で問題が研究されている。本研究ではこの問題を、幹線はツリー状、支線はスター状に接続するツリー・スター型の敷設形態で考える。また各費用は、幹線および支線敷設費用について前者は電柱間の距離、後者は家庭と電柱との間の距離に応じて決まり、クロージャ設置費用はクロージャの収容可能本数に応じて決まるものとする。収容可能本数とは家庭からのびる光ケーブルを収容できる限界数(容量)であり、設置するクロージャ全てに共通であるとする。

同様の問題を扱う文献[1]では、家庭ごとに要求する光ファイバーの芯数が異なるものとし、クロージャの容量も 3 種類(費用が異なる)から選べるという設定で問題を扱っている。しかし通常、クロージャから割り当てられる光回線は 1 家庭につき 1 本であり、またクロージャの費用格差は相対的に小さいので種類も 1 種類(収容能力は同一)と限定して不都合はない。本研究では、問題設定をこのように簡略化し、現実的で頑健なモデルによって光ファイバー敷設計画を扱う。

以上の事から問題の前提条件は次のようになる。

家庭が接続できる電柱は1つだけとする。

クロージャ1つに収容する家庭からの光ケーブルの総数は収容可能本数を越えない。

電柱に設置できるクロージャは1つとする。(設置しない電柱もある)

幹線はクロージャを設置した電柱およびき線点を端点としてツリー状に敷設する。

この条件のもとで光ケーブルの敷設にかかる総費用が小さくなるように、幹線および支線の敷設経路、クロージャを設置する電柱を選定する。

3. 定式化

電柱、家庭の集合をそれぞれ M, N , 電柱 $i \in M$ から家庭 $j \in N$ へ支線を敷設する費用を c_{ij} とし、電柱 i にクロージャを設置する費用を e , クロージャの収容可能本数を b とする。
支線の敷設に関する決定変数は以下の通りである。

$$x_{ij} = \begin{cases} 1: \text{電柱 } i \text{ から } j \text{ へ支線を敷設する} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1: \text{電柱 } i \text{ にクロージャを設置する} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

また、クロージャを設置した電柱とき線点の集合を $V(z)$, 電柱 $u, v \in V(z)$ を端点とする幹線候補セグメントの集合を $E(z)$, $V(z)$ と $E(z)$ からなる完全グラフを $G(z)$ とし、電柱 u と電柱 v の間に幹線を敷設する費用を d_{uv} とする。幹線の敷設に関する決定変数は以下の通りである。

$$y_{uv} = \begin{cases} 1: \text{電柱 } u \text{ から電柱 } v \text{ の間に幹線を敷設する} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

このように記号を定義すると、光ケーブルの敷設にかかる総費用を最小化する問題は次のように定式化される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \quad \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{(u,v) \in E(z)} d_{uv} y_{uv} + e \sum_{i \in M} z_i \quad \dots (1) \\ \text{subject to} \quad \sum_{i \in M} x_{ij} = 1, j \in N \quad \dots (2) \\ \quad \quad \quad \sum_{j \in N} x_{ij} \leq b z_i, i \in M \quad \dots (3) \\ \quad \quad \quad (V(z), \{(u,v) \in E(z) \mid y_{uv} = 1\}) \text{は,} \quad \dots (4) \\ \quad \quad \quad G(z) = (V(z), E(z)) \text{の木} \\ \quad \quad \quad x_{ij}, y_{uv}, z_i \in \{0,1\}, i \in M, j \in N, (u,v) \in E(z) \quad \dots (5) \end{array} \right\}$$

式(1)は第一項が支線敷設費用、第二項が幹線敷設費用、第三項がクロージャ設置費用を表しており、式全体としてこれらの総費用を最小化する目的関数を示す。式(2)以降は制約条件を示しており、式(2)は(支線の敷設に関して)家庭が接続できる電柱は1つだけである事を、式(3)は(クロージャの設置に関して)クロージャ1つに収容する家庭からの光ケーブルの総数はクロージャの収容可能本数を越えない事を、式(4)は(幹線の敷設に関して)クロージャを設置した電柱およびき線点を端点としてツリー状に接続する事を示す。

4. 解法の概要

本研究で扱う問題は支線と幹線の敷設を同時に考える二階層型の問題であり、その二つの問題を結ぶのがクロージャを設置した電柱である。ゆえにクロージャを設置する電柱をどのように選定するかが本問題を効率良く解くための鍵となる。この問題の厳密解を求めようとした場合、電柱数を m 、クロージャの最低必要数を p とするとクロージャ設置電柱の選び方は最低でも mC_p 通りあり、その都度支線と幹線の敷設経路を計算するので解くのが困難となる。そこで本研究ではクロージャ設置電柱の選定に局所探索法を用いた近似解法を適用し、ある程度満足できる解が高速に得られるような解法を目指す。

支線の敷設経路は、全家庭を供給地、全電柱を需要地、家庭に引き込む光ケーブル(1本)を供給量、クロージャの収容可能本数を需要量、家庭と電柱間の距離を輸送コストとみなした Hitchcock 型輸送問題(HTP)をプライマル・デュアル法で解いて求める()。幹線の敷設経路は、HTP を解いて家庭との接続が決まった電柱をクロージャの設置候補とみなし、その電柱およびき線点を端点とした最小全域木(MST)を Prim 法により求める()。クロージャの設置候補である電柱の数を 1 つずつ減らしていき、その都度 C と D を解いてそれぞれの場合の最小総費用を求める。これをクロージャ設置候補である電柱の数が最低限必要なクロージャ数となるまで繰り返す。

問題として与えられるデータは、家庭数、電柱数、家庭および電柱の座標、クロージャの収容可能本数であるが、これらが与えられると最低限必要なクロージャ数($minCN$)が次式で決まる。

$$minCN = \left\lceil \frac{\text{家庭数}}{\text{収容可能本数}} \right\rceil \dots (6)$$

5. 提案するアルゴリズム

- Step1-1 HTP を解いて家庭と接続する電柱を求め、その電柱をクロージャ設置候補とする。ここでクロージャ設置候補に選ばれなかった電柱は今後の探索でも候補に選ばれないようにする。(その電柱と家庭の距離を ∞ にする。)
- Step1-2 クロージャ設置候補の電柱およびき線点を端点とした MST を求め、暫定総費用を算出して Step2 へ進む。
- Step2-1 前の Step で決めたクロージャ設置候補の電柱を 1 つ選び、一時的に候補に選ばれないようにする。(家庭との距離を一時的に ∞ にする。)
- Step2-2 Step1 と同様に HTP を解き、MST を求めて暫定総費用を算出する。
- Step2-3 Step2-1 で選んだ電柱と家庭の距離を ∞ から通常の値に戻す。ここまでを全てのクロージャ設置候補について実行したら Step3 へ進み、そうでなければ Step2-1 へ戻る。
- Step3-1 Step2 で求めた暫定総費用が最小となる時に一時的に候補に選ばれないようにした電柱を今後の探索でも選ばれないようにする。(電柱と家庭の距離を永久に ∞ にする。) このようにクロージャ設置候補数を 1 つずつ減らしていき、最低必要数($minCN$)と一致すれば終了、そうでなければ Step2 へ戻る。

6. 数値実験

扱うデータについて、家庭は 100, 150, 200 軒、電柱は 30, 60 本を面積一定の敷設エリアにおいて特定の乱数系列で発生させ、クロージャの収容可能本数を 4, 6 本とした。それぞれの場合について前節で示した解法により光ケーブルの敷設にかかる費用を求め、その傾向や実行時間を調べた。なお実験に用いたプログラムは Borland 社の Delphi6 で作成した。

7. 実験結果と考察

数値実験により図2や図3のような結果が得られた。図2の横軸はクロージャの設置候補数を、縦軸は総費用を表しており、横軸はアルゴリズム的にはクロージャの設置候補数の減少方向、すなわち右から左へと進行する。図3は、電柱数を60に固定して家庭数を変化させた時の総費用の推移、およびその内訳を表している。

図2を右から左へ見ていくと、前半の費用の減少部分はクロージャ設置個数の減少がそのまま反映しており、この時点での支線および幹線敷設費用の変化はまだ小さいと考えられる。中盤の凸部分はクロージャ設置費用の減少量と支線敷設費用の増加量との均衡によるもので、後半に見られる費用の増大は支線敷設費用が大幅に増えた事によると考えられる。その原因として、クロージャの設置可能数を減少させていくと、ある時点から遠い電柱に接続しなければならない家庭が急激に増えるという事が推測される。

総費用が家庭数にほぼ比例して増えるのは明らかだが、図3では支線敷設費用が総費用の大半を占める

事、幹線敷設費用はクロージャ設置費用および支線敷設費用に比べて変化量が小さい事がわかった。これは敷設エリアにおける電柱(の配置)のばらつき具合から、どの電柱にクロージャを設置した場合においてもMSTの総経路長に大差がない事が原因であると推測される。

プログラムの演算時間については、家庭数200、電柱数60、収容可能本数6(今回の実験では最大のデータ数)の場合でも平均136秒と非常に高速であった。文献[1]とは問題設定が違うために直接比較する事はできないが、同様の問題例に対しては文献[1]の半分以下の時間で解けた事になる。

8. まとめ

本研究では光ケーブルの敷設計画問題に対して、発生する敷設費用ができるだけ小さくなるように支線・幹線の敷設経路およびクロージャの設置箇所を高速に決定するアルゴリズムを考案し、プログラムを作成した。それを用いて簡単な数値実験を行い、費用の傾向を短時間で掴む事ができた。

文献[1]では厳密さを追及する分モデルや解法が煩雑になっていたのに対し、本研究では文献[1]のモデルを一部簡略化することで、問題をより能率的に扱う事ができた。また本研究のモデルはとてもシンプルなので拡張性も高く、実際に光ケーブルの敷設を計画する際の参考モデルとしても十分有効であると思われる。

本研究では幹線の敷設はクロージャを設置した電柱のみとしたが、実際は幹線の距離が長くなる場合に普通の電柱を経由する事がある。この事考慮したモデルの構築は今後の課題である。

9. 参考文献

- [1]森山弘海,羽田隆男:ラグランジアン・ヒューリスティック法に基づく光ファイバーケーブルの敷設計画法,日本経営工学会論文誌, Vol.54, No.6, pp.374-381, 2004.
- [2]柳浦睦憲, 茨木俊秀: 組合せ最適化-メタ戦略を中心として-, 朝倉書店, 2001.

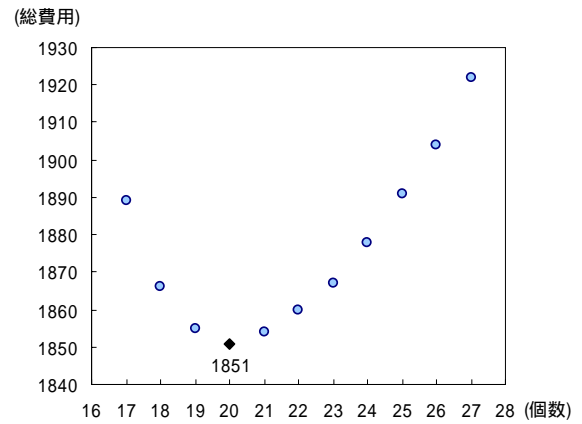


図2: クロージャ設置候補数に対する総費用の推移

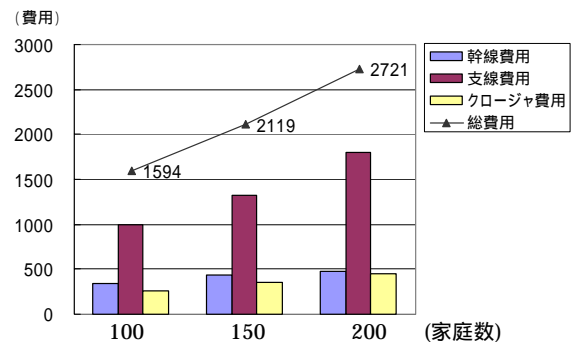


図3: 家庭数に対する費用の推移と内訳

また HTP では通常、供給地に 2 以上の供給量を与えた場合に各需要地に対して供給量を分散させることがあり、各家庭(供給地)が接続できる電柱(需要地)は 1 つだけという条件に反してしまう可能性があるが、供給量をケーブル 1 本としているので分散する心配はない。