

DEAにおける間接的な 領域限定法の提案 CCRモデルの場合

東京理科大学工学部経営工学科
沼田研究室

4401026 片本俊輔

4401032 葛見亮平

発表構成

1. はじめに
 2. DEA
 - 2.1 DEAの概要
 - 2.2 定式化
 - 2.3 双対問題
 - 2.4 DEAの適用
 3. 先行研究
 - 3.1 ウェイト比制限
 - 3.2 直接ウェイト制限
 - 3.3 直接仮想的制限
 4. 本研究の目的
 5. 新しい評価法の提案
 6. 数値実験および考察
 7. 実データへの適用
 8. 結論
 9. 今後の課題
- 参考文献
付録

1 はじめに ~ 研究背景 ~

日本の景気は上向きかけていると言われている

事業体 (企業)

経営効率の測定

現状把握

将来への
展望

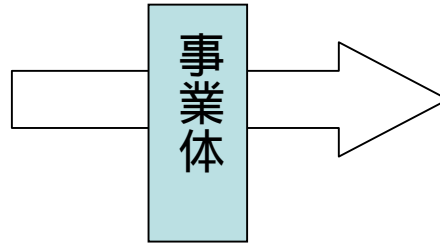
企業にとって厳しい

DEA (Data Envelopment Analysis) [2]

2 DEA

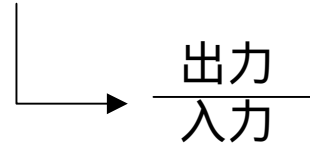
事業体の活動

複数の資源を投入
(入力)



複数の便益を産出
(出力)

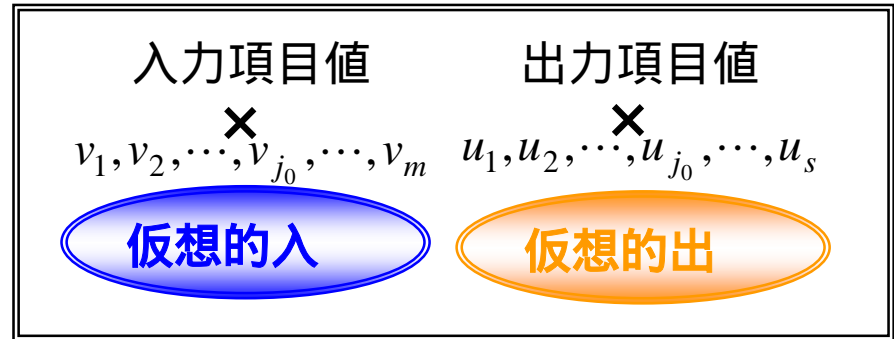
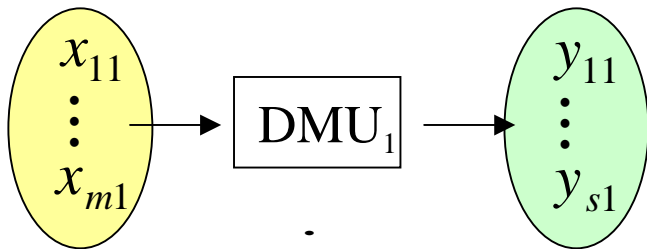
事業体の効率性を相対的に評価...**DEA** (Data Envelopment Analysis)



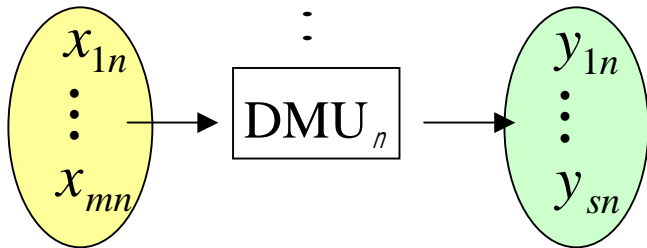
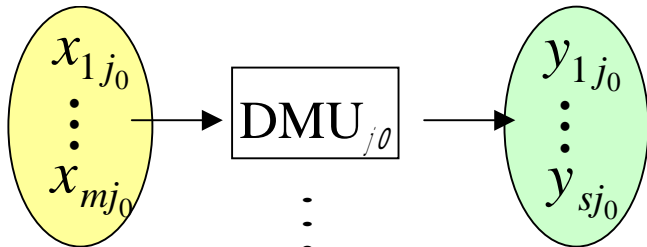
分析対象 : **DMU** (Decision Making Unit)

全てのDMUは同種の活動を行う

2.1 DEAの概要



評価対象



$$\text{全てのDMUの効率値} \leq 1$$

$$\text{DMU}_{j_0} \text{の効率値} = \frac{u_1 y_{1j_0} + \dots + u_s y_{sj_0}}{v_1 x_{1j_0} + \dots + v_m x_{mj_0}}$$

↑
最大にしたい

2.2 定式化

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{u_1 y_{1j_0} + \cdots + u_s y_{sj_0}}{v_1 x_{1j_0} + \cdots + v_m x_{mj_0}} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{u_1 y_{1j} + \cdots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + \cdots + v_m x_{mj}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \\ & u_1, \dots, u_s \geq 0 \\ & v_1, \dots, v_m \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max \quad & u_1 y_{1j_0} + \cdots + u_s y_{sj_0} \\ \text{s.t.} \quad & v_1 x_{1j_0} + \cdots + v_m x_{mj_0} = 1 \\ & u_1 y_{1j} + \cdots + u_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + \cdots + v_m x_{mj} \quad j = 1, \dots, n \\ & u_1, \dots, u_s \geq 0 \\ & v_1, \dots, v_m \geq 0 \end{aligned}$$

分数計画問題

線形計画問題

1978年Charnes-Cooper-Rhodesによって提案されたモデル
CCRモデル

2.3 双対問題

先の線形計画問題に対してその双対問題を考えることが出来る

$$\min \theta$$

$$\text{s.t. } \theta x_{ij_0} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0$$

$$y_{rj_0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq 0$$

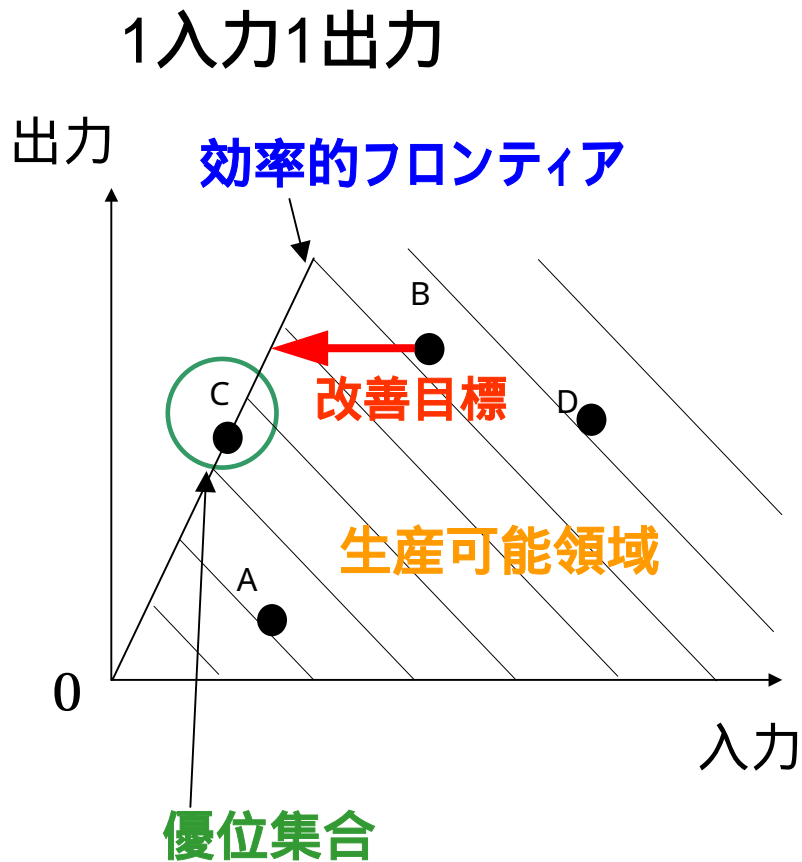
$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

改善目標

非効率的なDMU

効率的なDMU

2.3 双対問題



効率的フロンティア

効率的な活動を行っているDMUが形成する境界

生産可能領域

効率的フロンティアによって包絡されている部分

優位集合

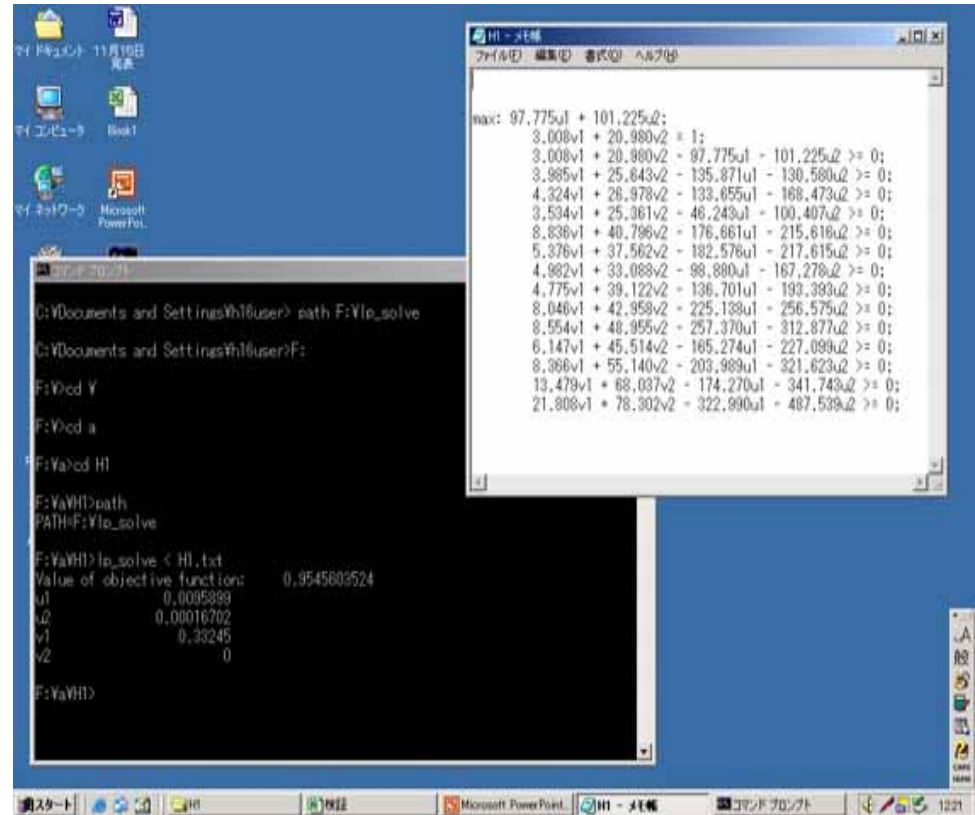
非効率的DMUが参照すべきDMUの集合

2.4 DEAの適用

2入力2出力

病院	医師(千時間)	看護婦(千時間)	外来(千点)	入院(千点)
1	3.008	20.980	97.775	101.225
2	3.985	25.643	135.871	130.580
3	4.324	26.978	133.655	168.473
4	3.534	25.361	46.243	100.407
5	8.836	40.796	176.661	215.616
6	5.376	37.562	182.576	217.615
7	4.982	33.088	98.880	167.278
8	4.775	39.122	136.701	193.393
9	8.046	42.958	225.138	256.575
10	8.554	48.955	257.370	312.877
11	6.147	45.514	165.274	227.099
12	8.366	55.140	203.989	321.623
13	13.479	68.037	174.270	341.743
14	21.808	78.302	322.990	487.539

病院の例 [3]



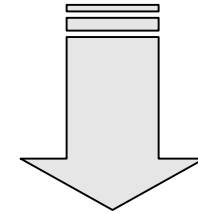
LP_solveで計算

LP・・・Linear Programming

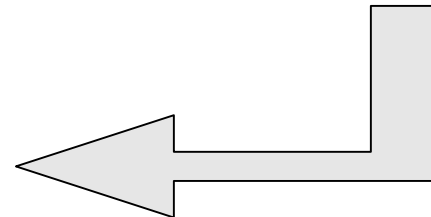
2.4 DEAの適用 ~ 出力結果 ~

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.955	0.33245	0	0.0095899	0.00016702
2	1	0	0.038997	0.0073599	0
3	1	0.060077	0.027438	0	0.0059357
4	0.702	0.28204	0.00012848	0	0.0069898
5	0.827	0	0.024512	0	0.0038354
6	1	0.073557	0.016095	0.0040202	0.0012224
7	0.844	0.13276	0.010234	0	0.005046
8	1	0.20865	0.000095047	0	0.0051708
9	0.995	0	0.023279	0.0042631	0.0001355
10	1	0	0.020427	0	0.0031961
11	0.913	0.16213	0.000073859	0	0.0040181
12	0.969	0.079261	0.0061099	0	0.0030127
13	0.786	0	0.014698	0	0.0022997
14	0.974	0	0.012771	0	0.0019983

入出力項目を無視した評価



非現実的な評価
説得性に欠ける

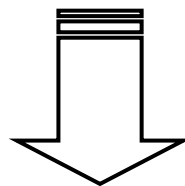


領域限定法

3 先行研究 [1]

領域限定法

入出力項目のウェイトに対して制限を加えて
ゼロウェイトを回避する方法



ウェイト

比 1986年 Thompson

直接 1988年 Dyson

仮想的入出力値

直接 1990年 WongとBeasley

3.1 ウェイト比制限

1986年 Thompsonらによる研究

ウェイトの比に制限を加える

```
hh1 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) ヘルプ(H)
max: 97.775u1 + 101.225u2;
3.008v1 + 20.980v2 = 1;
0.2v1 <= v2;
v2 <= 5v1;
0.2u1 <= u2;
u2 <= 5u1;
3.008v1 + 20.980v2 - 97.775u1 - 101.225u2 >= 0;
3.985v1 + 25.643v2 - 135.871u1 - 130.580u2 >= 0;
4.324v1 + 26.978v2 - 133.655u1 - 168.473u2 >= 0;
3.534v1 + 25.361v2 - 46.243u1 - 100.407u2 >= 0;
8.836v1 + 40.796v2 - 176.661u1 - 215.616u2 >= 0;
5.376v1 + 37.562v2 - 182.576u1 - 217.615u2 >= 0;
4.982v1 + 33.088v2 - 98.880u1 - 167.278u2 >= 0;
4.775v1 + 39.122v2 - 136.701u1 - 193.393u2 >= 0;
8.046v1 + 42.958v2 - 225.138u1 - 256.575u2 >= 0;
8.554v1 + 48.955v2 - 257.370u1 - 312.877u2 >= 0;
6.147v1 + 45.514v2 - 165.274u1 - 227.099u2 >= 0;
8.366v1 + 55.140v2 - 203.989u1 - 321.623u2 >= 0;
13.479v1 + 68.037v2 - 174.270u1 - 341.743u2 >= 0;
21.808v1 + 78.302v2 - 322.990u1 - 487.539u2 >= 0;
```

M = 5

$$\frac{1}{M} \leq \frac{v_2}{v_1} \leq M$$
$$\frac{1}{M} \leq \frac{u_2}{u_1} \leq M$$

3.1 ウェイト比制限

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.878	0.074085	0.037043	0.0059137	0.002957
2	0.955	0.059501	0.02975	0.0047495	0.002375
3	0.988	0.056139	0.028069	0.0020998	0.0042
4	0.570	0.061673	0.030837	0.0023068	0.004614
5	0.810	0.011059	0.022117	0.0013331	0.002666
6	0.963	0.041396	0.020698	0.0033043	0.001652
7	0.753	0.046455	0.023228	0.0017376	0.003475
8	0.805	0.041091	0.020546	0.0015369	0.003074
9	0.968	0.010643	0.021285	0.0027381	0.001369
10	1	0.0093928	0.018786	0.0011323	0.002265
11	0.802	0.034597	0.017299	0.001294	0.002588
12	0.882	0.027827	0.013914	0.0010408	0.002082
13	0.691	0.0066866	0.013373	0.0008061	0.001612
14	0.877	0.005605	0.01121	0.0006757	0.001351

(例)

$$0.2 \leq \frac{v_2}{v_1} \leq 5$$

$$0.2 \leq \frac{u_2}{u_1} \leq 5$$

《問題点》

・0ウェイトがないのでうまくいっているように見えるがM=5とした根拠がない

3.1 ウェイト比制限

項目の測定単位を変化させる

14病院中13病院

前→後

入力項目の医師の
測定単位を

千時間 / 月

百時間 / 月

病院	効率値	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.878	0.934	0.019175	0.020173	0.00791050	0.00158210
2	0.955	1	0.014964	0.015743	0.00617330	0.00123470
3	0.988	1	0.014036	0.01457	0.00102460	0.00512280
4	0.57	0.654	0.024745	0.004949	0.00119320	0.00596620
5	0.81	0.778	0.00342070	0.017103	0.00062023	0.00310110
6	0.963	1	0.016321	0.00326410	0.00078700	0.00393500
7	0.753	0.811	0.011881	0.012333	0.00086726	0.00433630
8	0.805	0.958	0.017994	0.00359880	0.00086769	0.00433840
9	0.968	0.967	0.00338700	0.016935	0.00349670	0.00069935
10	1	1	0.00550370	0.01081	0.00179460	0.00171990
11	0.802	0.889	0.01417	0.00283400	0.00068328	0.00341640
12	0.882	0.939	0.00709750	0.00736710	0.00051807	0.00259030
13	0.691	0.719	0.00210540	0.01052700	0.00038174	0.00190870
14	0.877	0.821	0.00164040	0.00820220	0.00029744	0.00148720

《問題点》

・項目の測定単位によって効率値が変化 説得性に欠ける

3.2 直接ウェイト制限

1988年 Dysonらによる研究

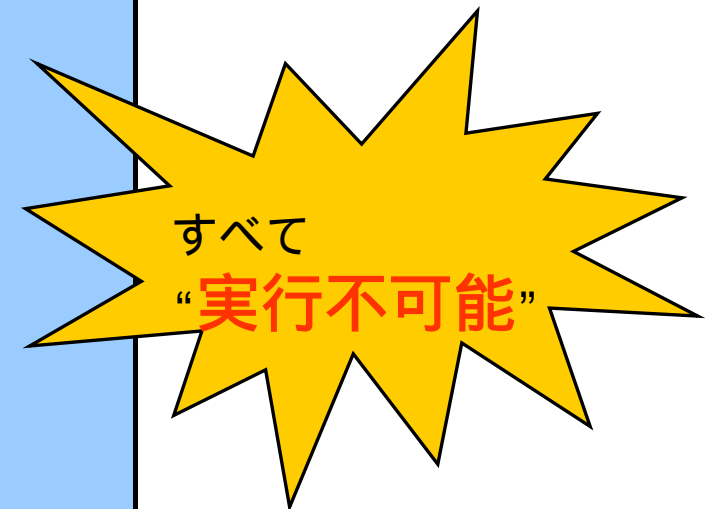
直接ウェイトに上限下限の制限を加える

```
無題 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) ヘルプ(H)
max: 97.775u1 + 101.225u2;
3.008v1 + 26.980v2 = 1;
0.03 <= v1;
v1 <= 0.06;
0.02 <= v2;
v2 <= 0.05;
0.008 <= u1;
u1 <= 0.01;
0.007 <= u2;
u2 <= 0.009;
3.008v1 + 26.980v2 - 97.775u1 - 101.225u2 >= 0;
3.985v1 + 25.643v2 - 135.871u1 - 130.580u2 >= 0;
4.324v1 + 26.978v2 - 133.655u1 - 168.473u2 >= 0;
3.534v1 + 25.361v2 - 46.243u1 - 100.407u2 >= 0;
8.836v1 + 40.796v2 - 176.661u1 - 215.616u2 >= 0;
5.376v1 + 37.562v2 - 182.576u1 - 217.615u2 >= 0;
4.982v1 + 33.088v2 - 98.880u1 - 167.278u2 >= 0;
4.775v1 + 39.122v2 - 136.701u1 - 193.393u2 >= 0;
8.046v1 + 42.958v2 - 225.138u1 - 256.575u2 >= 0;
8.554v1 + 48.955v2 - 257.370u1 - 312.877u2 >= 0;
6.147v1 + 45.514v2 - 165.274u1 - 227.099u2 >= 0;
8.366v1 + 55.140v2 - 203.989u1 - 321.623u2 >= 0;
13.479v1 + 68.037v2 - 174.270u1 - 341.743u2 >= 0;
21.808v1 + 78.302v2 - 322.990u1 - 487.539u2 >= 0;
```

$0.03 \leq v_1 \leq 0.06$
 $0.02 \leq v_2 \leq 0.05$
 $0.008 \leq u_1 \leq 0.01$
 $0.007 \leq u_2 \leq 0.009$

3.2 直接ウェイト制限

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1		This problem is infeasible			
2		This problem is infeasible			
3		This problem is infeasible			
4		This problem is infeasible			
5		This problem is infeasible			
6		This problem is infeasible			
7		This problem is infeasible			
8		This problem is infeasible			
9		This problem is infeasible			
10		This problem is infeasible			
11		This problem is infeasible			
12		This problem is infeasible			
13		This problem is infeasible			
14		This problem is infeasible			



《問題点》

・上下限の設定は評価者の主観に大きく左右されるため、容易に実行不可能になりやすい

3.3 直接仮想的制限

1990年 WongとBeasleyによる研究

仮想的入力・仮想的出力に制限を加える

```
無題 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) ヘルプ(H)
max: 97.775u1 + 101.225u2;
3.008v1 + 20.980v2 = 1;
0.3 <= 3.008v1 ;
3.008v1 <= 0.7;
0.5 <= 20.980v2;
20.980v2 <= 0.7;
0.5 <= 97.775u1 ;
97.775u1 <= 0.8;
0.2 <= 101.225u2;
101.225u2 <= 0.4;
3.008v1 + 20.980v2 - 97.775u1 - 101.225u2 >= 0;
3.985v1 + 25.643v2 - 135.871u1 - 130.580u2 >= 0;
4.324v1 + 26.978v2 - 133.655u1 - 168.473u2 >= 0;
3.534v1 + 25.361v2 - 46.243u1 - 100.407u2 >= 0;
8.836v1 + 40.796v2 - 176.661u1 - 215.616u2 >= 0;
5.376v1 + 37.562v2 - 182.576u1 - 217.615u2 >= 0;
4.982v1 + 33.088v2 - 98.880u1 - 167.278u2 >= 0;
4.775v1 + 39.122v2 - 136.701u1 - 193.393u2 >= 0;
8.046v1 + 42.958v2 - 225.138u1 - 256.575u2 >= 0;
8.554v1 + 48.955v2 - 257.370u1 - 312.877u2 >= 0;
6.147v1 + 45.514v2 - 165.274u1 - 227.099u2 >= 0;
8.366v1 + 55.140v2 - 203.989u1 - 321.623u2 >= 0;
13.479v1 + 68.037v2 - 174.270u1 - 341.743u2 >= 0;
21.808v1 + 78.302v2 - 322.990u1 - 487.539u2 >= 0;
```

$0.3 \leq v_1 \times \text{医師} \leq 0.7$
 $0.5 \leq v_2 \times \text{看護婦} \leq 0.7$
 $0.5 \leq u_1 \times \text{外来} \leq 0.8$
 $0.2 \leq u_2 \times \text{入院} \leq 0.4$

3.3 直接仮想的制限

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.928	0.1526	0.025785	0.0074433	0.0019758
2	1	0.090348	0.024957	0.0058879	0.0015316
3	0.994	0.10061	0.020941	0.0044409	0.0023743
4	This problem is infeasible				
5	0.777	0.033952	0.017159	0.0028303	0.0012848
6	1	0.073557	0.016095	0.0040202	0.0012224
7	This problem is infeasible				
8	0.833	0.10471	0.012781	0.0036576	0.0017242
9	0.963	0.037286	0.016295	0.0033911	0.0007795
10	1	0.035071	0.014299	0.0023313	0.0012785
11	0.811	0.08134	0.010986	0.0030253	0.0013675
12	0.822	0.049667	0.0106	0.0024511	0.0010002
13	This problem is infeasible				
14	0.744	0.013756	0.0089397	0.001548	0.00050147



《問題点》

- ・上下限の設定は評価者の主観に左右されるため、いぜん実行不可能になりやすい

4 . 本研究の目的

問題点

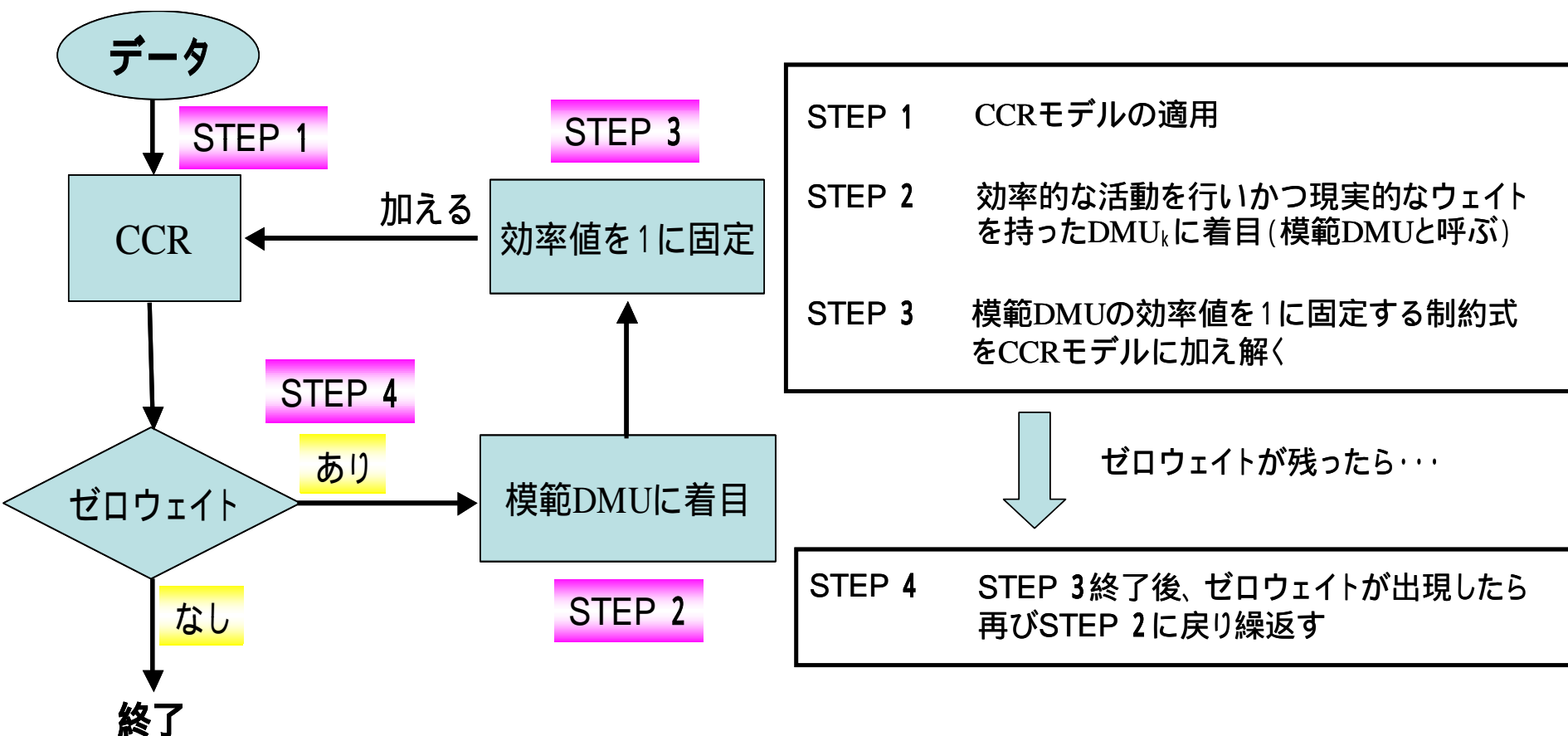
入出力値の測定単位によって効率値
が変化し説得性に欠ける

上下限の設定の困難さにより容易
に実行不可能になる

そこで…

効率的な活動を行っている事業体に着目しその効率値を1と固定することで、間接的にウェイトの範囲を制限する方法を提案

5. 新しい評価法の提案



5. 新しい評価法の提案

現実的なウェイトとは・・・

- (1) 実際に項目値が存在している時、その項目は0でないウェイトをもつ
- (2) 効率値1のDMUのウェイトに0が存在する場合

	効率値	v1	v2	u1	u2
DMU ₁			...		
	1		0		0
⋮			⋮	⋮	
模範DMU → DMU _{j0}	1		0		
DMU _n					

↓
現実的な意味を持つ

5.1 定式化

〈 新提案のモデル 〉

$$\max \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 0 \quad (k \in K)$$

$$u_r \geq 0 \quad (r=1,2,\dots,s) \quad v_i \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m)$$

KはSTEP 2で着目したDMU_kの添字集合

〈 双対問題 〉

$$\min \theta$$

$$\text{s.t. } \theta x_{ij_0} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n x_{ij} \lambda_j - \sum_{k \in K} x_{ik} \lambda_k \geq 0$$

$$(i=1,2,\dots,m)$$

$$y_{rj_0} + \sum_{k \in K} x_{ik} \lambda_k - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n y_{rj} \lambda_j \leq 0$$

$$(r=1,2,\dots,s)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1,2,\dots,n) \quad \lambda_k : \text{free}$$

6.1 数値実験

~ STEP 1, STEP 2の適用 ~

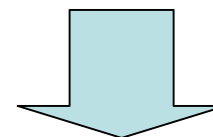
STEP 1 : CCRモデルの適用

病院	効率値	V1	v2	u1	u2
1	0.955	0.33245	0	0.00959	0.000167
2	1	0	0.038997	0.00736	0
3	1	0.06008	0.027438	0	0.005936
4	0.702	0.28204	0.000128	0	0.00699
5	0.827	0	0.024512	0	0.003835
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.844	0.13276	0.010234	0	0.005046
8	1	0.20865	0.000095	0	0.005171
9	0.995	0	0.023279	0.00426	0.000136
10	1	0	0.020427	0	0.003196
11	0.913	0.16213	0.000074	0	0.004018
12	0.969	0.07926	0.00611	0	0.003013
13	0.786	0	0.014698	0	0.0023
14	0.974	0	0.012771	0	0.001998

ゼロウェイト 18

STEP 2

効率的な活動を行いかつ現実的なウェイトを持ったDMU_kに着目

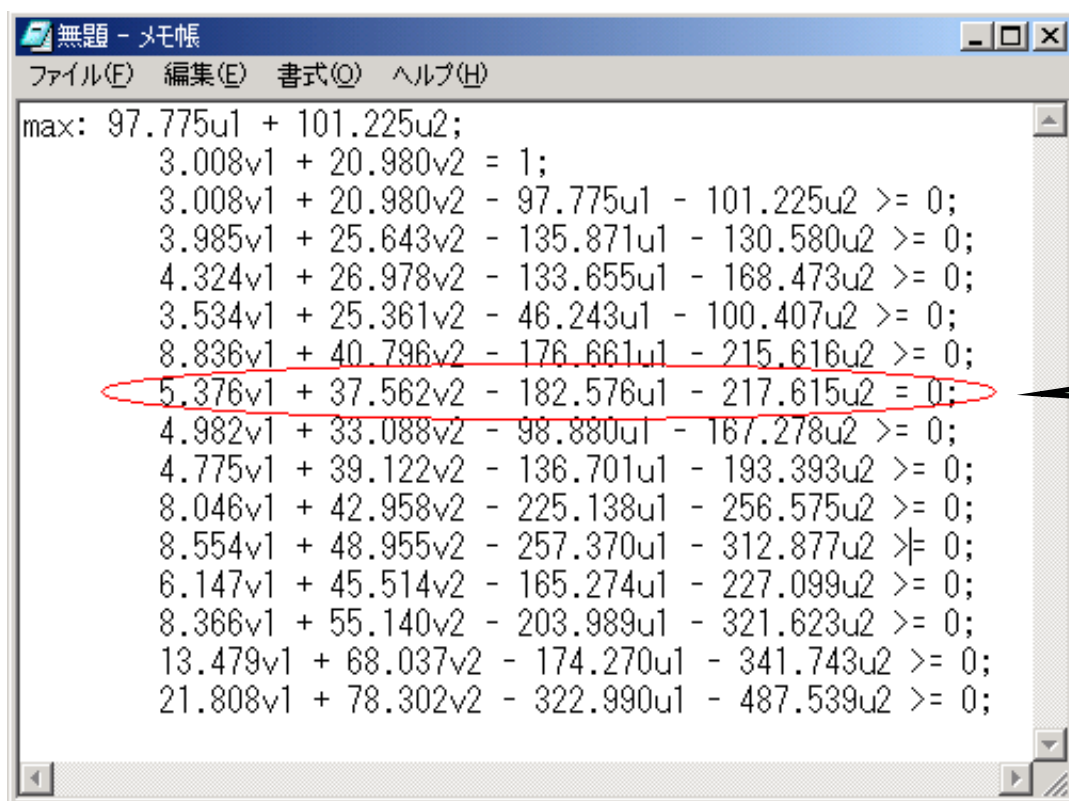


DMU₆ 効率値が1
バランスの良いウェイト

6.1 数値実験

～ STEP 3の適用～

STEP 3 : 模範DMUの効率値を1に固定する制約式を
CCRモデルに加え解く



```
無題 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) ヘルプ(H)
max: 97.775u1 + 101.225u2;
3.008v1 + 20.980v2 = 1;
3.008v1 + 20.980v2 - 97.775u1 - 101.225u2 >= 0;
3.985v1 + 25.643v2 - 135.871u1 - 130.580u2 >= 0;
4.324v1 + 26.978v2 - 133.655u1 - 168.473u2 >= 0;
3.534v1 + 25.361v2 - 46.243u1 - 100.407u2 >= 0;
8.836v1 + 40.796v2 - 176.661u1 - 215.616u2 >= 0;
5.376v1 + 37.562v2 - 182.576u1 - 217.615u2 = 0;
4.982v1 + 33.088v2 - 98.880u1 - 167.278u2 >= 0;
4.775v1 + 39.122v2 - 136.701u1 - 193.393u2 >= 0;
8.046v1 + 42.958v2 - 225.138u1 - 256.575u2 >= 0;
8.554v1 + 48.955v2 - 257.370u1 - 312.877u2 >= 0;
6.147v1 + 45.514v2 - 165.274u1 - 227.099u2 >= 0;
8.366v1 + 55.140v2 - 203.989u1 - 321.623u2 >= 0;
13.479v1 + 68.037v2 - 174.270u1 - 341.743u2 >= 0;
21.808v1 + 78.302v2 - 322.990u1 - 487.539u2 >= 0;
```

DMU₆の効率値を1に固定

6.1 数値実験

~ STEP 4の適用 ~

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.955	0.33245	0	0.00959	0.000167
2	1	0.10421	0.022802	0.0057	0.001732
3	1	0.10392	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.702	0.28204	0.000128	0	0.00699
5	0.745	0.0563	0.012319	0.00308	0.000936
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.844	0.13276	0.010234	0	0.005046
8	1	0.20865	0.000095	0	0.005171
9	0.95	0.05732	0.012542	0.00313	0.000953
10	1	0.05191	0.011357	0.00284	0.000863
11	0.913	0.16213	0.000074	0	0.004018
12	0.969	0.07926	0.00611	0	0.003013
13	0.694	0.05341	0.004117	0	0.00203
14	0.693	0.02689	0.005282	0.00088	0.00084

ゼロウェイト 18 7

STEP 4よりSTEP 2に戻る

DMU₃ 効率値が1
バランスの良いウェイト

6.1 数値実験

~ 2回目のSTEP 3の適用 ~

STEP 3

```

無題 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) ヘルプ(H)
max: 97.775u1 + 101.225u2;
3.008v1 + 20.980v2 = 1;
3.008v1 + 20.980v2 - 97.775u1 - 101.225u2 >= 0;
3.985v1 + 25.643v2 - 135.871u1 - 130.580u2 >= 0;
4.324v1 + 26.978v2 - 133.655u1 - 168.473u2 = 0;
3.534v1 + 25.361v2 - 46.243u1 - 100.407u2 >= 0;
8.836v1 + 40.796v2 - 176.661u1 - 215.616u2 >= 0;
5.376v1 + 37.562v2 - 182.576u1 - 217.615u2 = 0;
4.982v1 + 33.088v2 - 98.880u1 - 167.278u2 >= 0;
4.775v1 + 39.122v2 - 136.701u1 - 193.393u2 >= 0;
8.046v1 + 42.958v2 - 225.138u1 - 256.575u2 >= 0;
8.554v1 + 48.955v2 - 257.370u1 - 312.877u2 >= 0;
6.147v1 + 45.514v2 - 165.274u1 - 227.099u2 >= 0;
8.366v1 + 55.140v2 - 203.989u1 - 321.623u2 >= 0;
13.479v1 + 68.037v2 - 174.270u1 - 341.743u2 >= 0;
21.808v1 + 78.302v2 - 322.990u1 - 487.539u2 >= 0;

```

DMU₆の効率値を1に固定した
ままで...

DMU₃の効率値を1に固定

6.1 数値実験

~ 2回目のSTEP 4の適用 ~

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.891	0.14028	0.027552	0.00457	0.004384
2	0.943	0.11084	0.021772	0.00361	0.003464
3	1	0.10392	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.695	0.18218	0.014044	0	0.006925
5	0.742	0.05935	0.011657	0.00194	0.001855
6	1	0.07841	0.015401	0.00256	0.00245
7	0.844	0.13276	0.010234	0	0.005046
8	0.944	0.12836	0.009895	0	0.004879
9	0.932	0.06067	0.011916	0.00198	0.001896
10	1	0.05504	0.01081	0.00179	0.00172
11	0.894	0.10357	0.007984	0	0.003937
12	0.969	0.07926	0.00611	0	0.003013
13	0.694	0.05341	0.004117	0	0.00203
14	0.693	0.02689	0.005282	0.00088	0.00084

ゼロウェイト 18 7 6

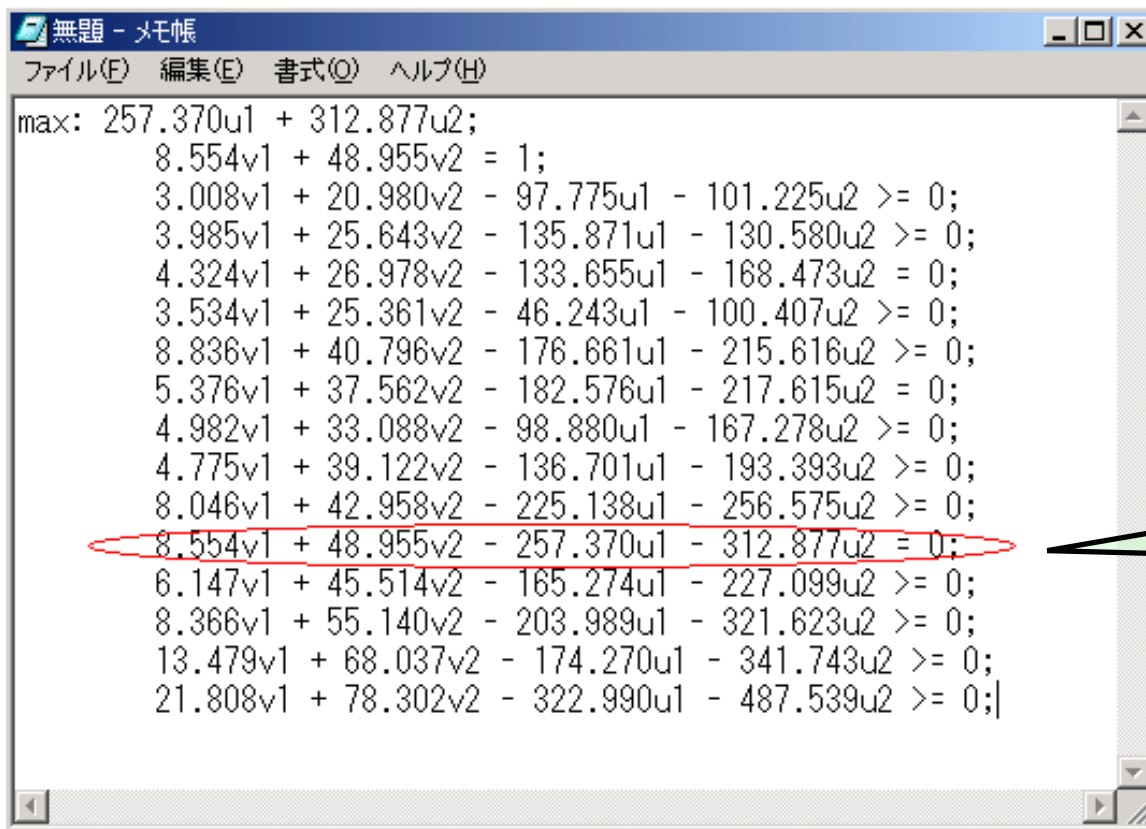
STEP 4よりSTEP 2に戻る

DMU₁₀ 効率値が1
バランスの良いウェイト

6.1 数値実験

～ 3回目のSTEP 3の適用～

STEP 3



```
無題 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) ヘルプ(H)
max: 257.370u1 + 312.877u2;
 8.554v1 + 48.955v2 = 1;
 3.008v1 + 20.980v2 - 97.775u1 - 101.225u2 >= 0;
 3.985v1 + 25.643v2 - 135.871u1 - 130.580u2 >= 0;
 4.324v1 + 26.978v2 - 133.655u1 - 168.473u2 = 0;
 3.534v1 + 25.361v2 - 46.243u1 - 100.407u2 >= 0;
 8.836v1 + 40.796v2 - 176.661u1 - 215.616u2 >= 0;
 5.376v1 + 37.562v2 - 182.576u1 - 217.615u2 = 0;
 4.982v1 + 33.088v2 - 98.880u1 - 167.278u2 >= 0;
 4.775v1 + 39.122v2 - 136.701u1 - 193.393u2 >= 0;
 8.046v1 + 42.958v2 - 225.138u1 - 256.575u2 >= 0;
 8.554v1 + 48.955v2 - 257.370u1 - 312.877u2 = 0;
 6.147v1 + 45.514v2 - 165.274u1 - 227.099u2 >= 0;
 8.366v1 + 55.140v2 - 203.989u1 - 321.623u2 >= 0;
 13.479v1 + 68.037v2 - 174.270u1 - 341.743u2 >= 0;
 21.808v1 + 78.302v2 - 322.990u1 - 487.539u2 >= 0;
```

DMU₆とDMU₃の効率値を1に
固定したままで...

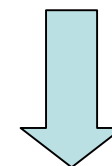
DMU₁₀の効率値を1に固定

6.1 数値実験

～ゼロウェイト消滅～

病院	効率値	V1	v2	u1	u2
1	0.891	0.14028	0.027552	0.00457	0.004384
2	0.943	0.11084	0.021772	0.00361	0.003464
3	1	0.10392	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.546	0.11744	0.023066	0.00383	0.00367
5	0.742	0.05935	0.011657	0.00194	0.001855
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.736	0.0871	0.017108	0.00284	0.002722
8	0.843	0.08026	0.015765	0.00262	0.002508
9	0.932	0.06067	0.011916	0.00198	0.001896
10	1	0.05191	0.011357	0.00284	0.000863
11	0.828	0.06628	0.013019	0.00216	0.002071
12	0.87	0.05209	0.010232	0.0017	0.001628
13	0.61	0.03725	0.007317	0.00121	0.001164
14	0.693	0.02689	0.005282	0.00088	0.00084

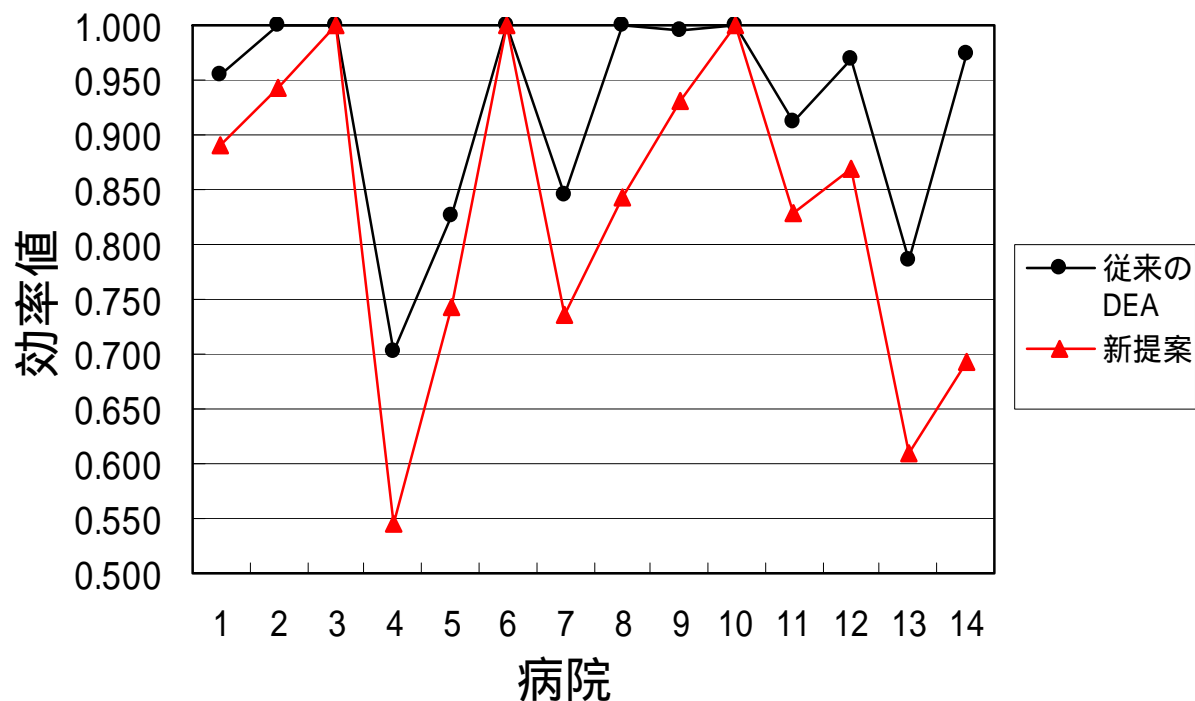
ゼロウェイト 18 7 6 0



すべての病院がバランス良く
ウェイトを持つ

6.2 効率値の推移

～ 従来との比較 ～



効率値

維持 または 低下

制約式を増やし
ウェイトの領域を狭めた

より「現実的」な評価値

6.3 効率値の比較 ~ 測定単位変更との比較 ~

項目の**測定単位**を変化させる

測定単位の変化なし

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.891	0.14028	0.027552	0.00457	0.004384
2	0.943	0.11084	0.021772	0.00361	0.003464
3	1	0.10392	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.546	0.11744	0.023066	0.00383	0.00367
5	0.742	0.05935	0.011657	0.00194	0.001855
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.736	0.0871	0.017108	0.00284	0.002722
8	0.843	0.08026	0.015765	0.00262	0.002508
9	0.932	0.06067	0.011916	0.00198	0.001896
10	1	0.05191	0.011357	0.00284	0.000863
11	0.828	0.06628	0.013019	0.00216	0.002071
12	0.87	0.05209	0.010232	0.0017	0.001628
13	0.61	0.03725	0.007317	0.00121	0.001164
14	0.693	0.02689	0.005282	0.00088	0.00084

測定単位を変化

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.891	0.01403	0.027552	0.00457	0.004384
2	0.943	0.01108	0.021772	0.00361	0.003464
3	1	0.01039	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.546	0.01174	0.023066	0.00383	0.00367
5	0.742	0.00594	0.011657	0.00194	0.001855
6	1	0.00784	0.015401	0.00256	0.00245
7	0.736	0.00871	0.017108	0.00284	0.002722
8	0.843	0.00803	0.015765	0.00262	0.002508
9	0.932	0.00607	0.011916	0.00198	0.001896
10	1	0.0055	0.01081	0.00179	0.00172
11	0.828	0.00663	0.013019	0.00216	0.002071
12	0.870	0.00521	0.010232	0.0017	0.001628
13	0.610	0.00373	0.007317	0.00121	0.001164
14	0.693	0.00269	0.005282	0.00088	0.00084

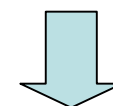
効率値は変化しない

医師
千時間 / 月 百時間 / 月
どちらも病院6 3 10の結果

6.4 模範DMUの候補

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.955	0.33245	0	0.00959	0.000167
2	1	0.10421	0.022802	0.0057	0.001732
3	1	0.10392	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.702	0.28204	0.000128	0	0.00699
5	0.745	0.0563	0.012319	0.00308	0.000936
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.844	0.13276	0.010234	0	0.005046
8	1	0.20865	0.000095	0	0.005171
9	0.95	0.05732	0.012542	0.00313	0.000953
10	1	0.05191	0.011357	0.00284	0.000863
11	0.913	0.16213	0.000074	0	0.004018
12	0.969	0.07926	0.00611	0	0.003013
13	0.694	0.05341	0.004117	0	0.00203
14	0.693	0.02689	0.005282	0.00088	0.00084

病院6の効率値を1に固定後



次の模範DMUの候補は**3つ**

病院6	3	(1 0)
病院6	2	
病院6	1	0

6.5 数値実験 ~ , の場合 ~

病院6 2の場合



ゼロウェイト1

病院10を模範DMU

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.925	0.1316	0.028796	0.00719	0.002187
2	1	0.10421	0.022802	0.0057	0.001732
3	0.988	0.09778	0.021395	0.00534	0.001625
4	0.462	0.11009	0.024089	0.00602	0.00183
5	0.745	0.0563	0.012319	0.00308	0.000936
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.67	0.08182	0.017903	0.00447	0.00136
8	0.801	0.07499	0.016408	0.0041	0.001246
9	0.95	0.05732	0.012542	0.00313	0.000953
10	1	0.05191	0.011357	0.00284	0.000863
11	0.795	0.06209	0.013586	0.00339	0.001032
12	0.807	0.04895	0.01071	0.00268	0.000813
13	0.536	0.03525	0.007714	0.00193	0.000586
14	0.661	0.02568	0.005619	0.0014	0.000427

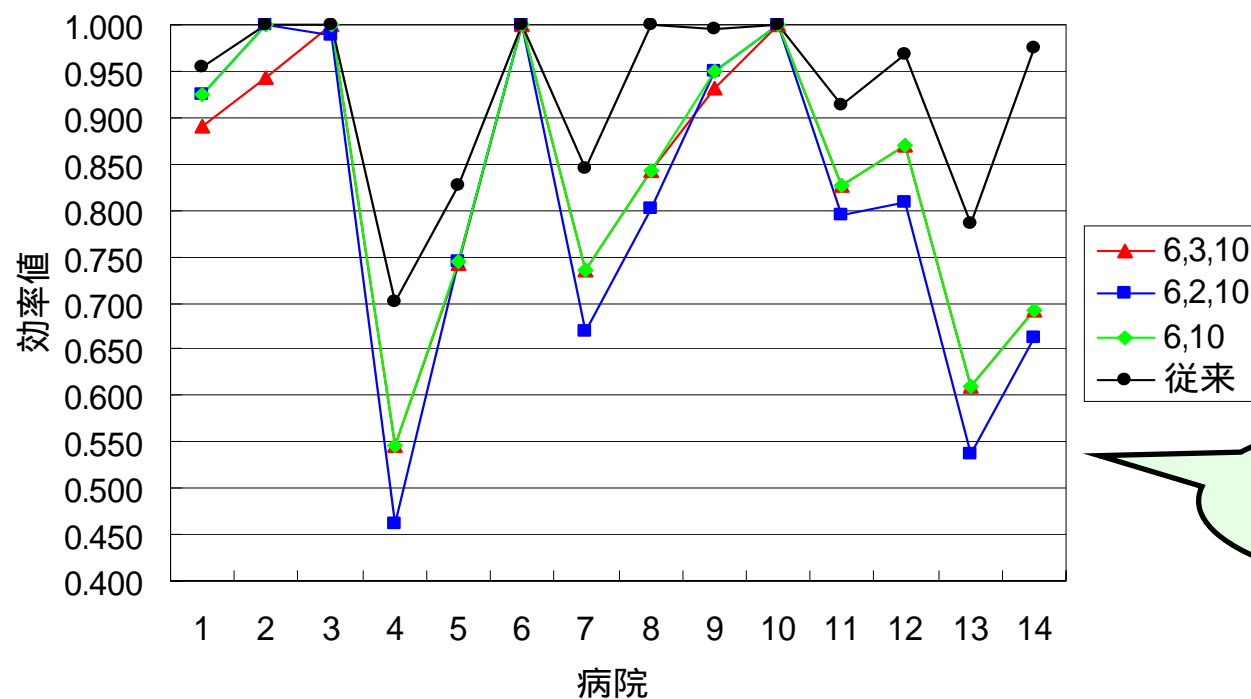
病院6 10の場合

病院	効率値	v1	v2	u1	u2
1	0.925	0.1316	0.028796	0.00719	0.002187
2	1	0.10421	0.022802	0.0057	0.001732
3	1	0.10392	0.020411	0.00339	0.003248
4	0.546	0.11744	0.023066	0.00383	0.00367
5	0.745	0.0563	0.012319	0.00308	0.000936
6	1	0.07356	0.016095	0.00402	0.001222
7	0.736	0.0871	0.017108	0.00284	0.002722
8	0.843	0.08026	0.015765	0.00262	0.002508
9	0.95	0.05732	0.012542	0.00313	0.000953
10	1	0.05191	0.011357	0.00284	0.000863
11	0.828	0.06628	0.013019	0.00216	0.002071
12	0.87	0.05209	0.010232	0.0017	0.001628
13	0.61	0.03725	0.007317	0.00121	0.001164
14	0.693	0.02689	0.005282	0.00088	0.00084

3通りともゼロウェイト消滅

6.6 効率値の比較

病院	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
従来	0.955	1	1	0.702	0.827	1	0.844	1	0.995	1	0.913	0.969	0.786	0.974
DMU6,3,10	0.891	0.943	1	0.546	0.742	1	0.736	0.843	0.932	1	0.828	0.87	0.61	0.693
DMU6,2,10	0.925	1	0.988	0.462	0.745	1	0.67	0.801	0.95	1	0.795	0.807	0.536	0.661
DMU6,10	0.925	1	1	0.546	0.745	1	0.736	0.843	0.95	1	0.828	0.87	0.61	0.693



効率値

維持 または 低下

3通りとも似た効率値
の推移

7. 実データへの適用

	打席	残塁	安打	打点
古田	576	116	146	75
高橋	486	85	143	68
金本	632	142	154	77
ウッズ	551	101	131	87
福留	617	108	165	96
前田	473	61	124	71

プロ野球選手のデータ[4]

	効率値	v1	v2	u1	u2
古田	0.892474	0.001736	0	0.003254	0.005566
高橋	1	0.002058	0	0.006993	0
金本	0.847262	0.001582	0	0.002965	0.005073
ウッズ	1	0.001815	0	0.000799	0.010291
福留	1	0.001621	0	0.003037	0.005196
前田	1	0.001388	0.005633	0.008065	0

福留を
模範DMU

7. 結果

実データへ適用可能

	効率値	v1	v2	u1	u2
古田	0.892474	0.001736	0	0.003254	0.005566
高橋	1	0.002058	0	0.003856	0.006597
金本	0.847262	0.001582	0	0.002965	0.005073
ウッズ	1	0.001815	0	0.000799	0.010291
福留	1	0.001621	0	0.003037	0.005196
前田	1	0.001947	0.001296	0.00407	0.006976

ゼロウェイト
消滅

	効率値	v1	v2	u1	u2
古田	0.878628	0.001531	0.001019	0.003201	0.005485
高橋	0.981341	0.001843	0.001227	0.003853	0.006603
金本	0.822858	0.001377	0.000916	0.002878	0.004931
ウッズ	0.978422	0.00157	0.001338	0.000465	0.010794
福留	1	0.001452	0.000966	0.003035	0.005201
前田	1	0.001947	0.001296	0.00407	0.006976

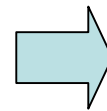
8. 結論

- 【 】 2～3個の模範的DMUの効率値を1に固定し間接的にウェイトを制限することでゼロウェイトは消滅した(2入力2出力の場合)
- 【 】 項目の測定単位を変えたところ効率値は変化しなかった

問題点

入出力値の測定単位によって効率値が変化し説得性に欠ける

上下限の設定の困難さにより容易に実行不可能になる



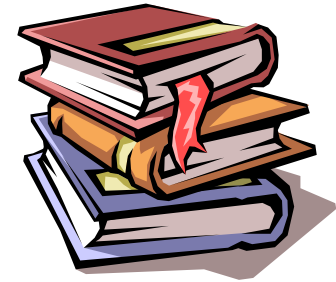
回避できた

- 【 】 従来の評価法で得られる効率値に比べていずれの場合も各DMUの効率値は維持または低下しており、より現実的な評価結果が得られた
- 【 】 実データにも適応可能であった

9. 今後の課題

- さらに多くの事例に適用し、その挙動を確認する
- 多入力多出力のデータに適用する

参考文献



- [1] C.S.Sarrico,R.G.Dyson : Restricting virtual weights in data envelopment analysis , European Journal of Operational Research 159(2004) 17-3
- [2] 末吉俊幸:「DEA - 経営効率分析法 - 」, 朝倉書店, 2001.
- [3] 刀根 薫:「経営効率性の測定と改善」, 日科技連出版社, 1993.
- [4] プロ野球個人記録 , <http://kamakura.cool.ne.jp/kojikiro/>
- [5] 橋本昭洋:「DEAによる野球打者の評価」,
日本オペレーションズ・リサーチ学会, 1993

付録 . 改善目標

	効率値	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.891	0	0	-2.089	0	0	1.18	0	0	0	0.628	0	0	0	0
2	0.943	0	0	-4.434	0	0	1.85	0	0	0	1.518	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0.546	0	0	6.199	0	0	-1.624	0	0	0	-1.888	0	0	0	0
5	0.742	0	0	-0.509	0	0	-0.9	0	0	0	1.589	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.736	0	0	6.637	0	0	-1.684	0	0	0	-1.868	0	0	0	0
8	0.843	0	0	4.524	0	0	-0.023	0	0	0	-1.802	0	0	0	0
9	0.932	0	0	-2.556	0	0	0.416	0	0	0	1.907	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
11	0.828	0	0	4.266	0	0	-0.142	0	0	0	-1.472	0	0	0	0
12	0.87	0	0	10.472	0	0	-2.509	0	0	0	-2.866	0	0	0	0
13	0.61	0	0	17.035	0	0	-6.411	0	0	0	-3.621	0	0	0	0
14	0.693	0	0	10.02	0	0	-8.033	0	0	0	1.75	0	0	0	0

改善目標(病院1の場合)

[入力] $0.891 \times (\text{病院1}) = -2.089 \times (\text{病院3}) + 1.180 \times (\text{病院6}) + 0.628 \times (\text{病院10})$

[出力] $(\text{病院1}) = -2.089 \times (\text{病院3}) + 1.180 \times (\text{病院6}) + 0.628 \times (\text{病院10})$

付録 . 改善目標

病院1を効率的にするには…

改善目標より

医師 : $0.891 \times 3.008 = 2.680$ (千時間)

看護婦 : $0.891 \times 20.980 = 18.693$ (千時間)

つまり

医師 : $3008 - 2680 = 328$ (時間)

看護婦 : $20980 - 18693 = 2287$ (時間)



減らせばよい!