

収集コストとルーティングコストを考慮した収集経路決定問題

阿知波次朗（沼田一道助教授，田中健一助手）

1. はじめに

ある領域に分布する回収対象を，領域の各地点に停止して（この停止する点を停留点と呼ぶ）回収しながら巡回して戻ってくるような構造をもつ問題は古くから研究されている．停留点で対象を回収する代わりに，停留点に人が（何らかのサービスを受けるために）アクセスする状況を考えても，モデルの構造は変わらない．このような例は身の周りに数多く見つけられる．例えば，移動図書館問題，校庭の落ち葉集め問題，ごみ収集車や巡回型バス経路の決定問題などが挙げられる．このような対象を最適化問題として扱った例は数多く存在する．

この問題を，ポロノイ図を用いた連続平面上の施設配置問題として扱った先行研究に，「移動図書館問題」[3]がある．以下にこの問題を紹介する．ある地域の住民に対し，決められた地点において図書サービスを行う巡回型図書館を考える．図書館の利用者は最寄りの停留点で図書サービスを利用すると仮定したときに，全住民の停留点までのアクセスコストを最小化する巡回経路を決定する問題が移動図書館問題である．この問題では，（利用者の利便性のみに着目し）移動図書館の車が停留点間を移動する際に負担するコストは目的関数に反映されていないが，実際には移動に伴う何らかのコストが発生する人が多い．そこで本研究では，停留点におけるアクセスコストに加え，回収に関わるコスト（ルーティングコスト）を導入して最適化問題を構成する．アクセスコストのみを考えたときには巡回路は長いほど好ましい反面，ルーティングコストは巡回路が短いほど好ましいというトレードオフの構造を直接の分析対象とする．

アクセスコストとルーティングコストの双方を考慮したこの問題を，地理的最適化問題[1]として定式化し，「収集経路決定問題」と名付ける．本研究は，このような構造をもつ問題の最適な巡回路の性質を様々な条件のもとで分析し，経路決定の際の基本的な指針を提供することを目的とする．

2. ポロノイ図

ポロノイ図は，図 1 に示すように連続平面上に分布する（母点とよばれる）点集合 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ に対し，平面上のあらゆる点を最も近い母点に割当てることにより（平面を）分割してできる図を表す．各母点 p_i に最も近い点集合からなる領域をポロノイ領域 V_i と呼ぶ．本モデルでは，停留点で回収する対象は最も近い停留点において回収される（停留点にアクセスする人は最も近い停留点でサービスを受けると仮定する．このとき，停留点 p_i で回収される対象が分布する領域は，図 2 に示すように p_i を母点とするポロノイ領域 V_i となる．

3. モデルの定式化

アクセスコストとルーティングコストの双方を考慮した収集経路決定問題を定式化する．定式化に際し以下を仮定する：

- 回収対象は地点 (x, y) に密度関数 $f(x, y)$ に従って連続的に分布する．
- 回収対象は直線距離で測った最も近い停留点で回収される．
- 回収経路は巡回路で与えられる（出発点と終着点とを等しく設定する）．

- 巡回路は隣り合う停留点間を順に直線分で結んだ折れ線で与えられる。

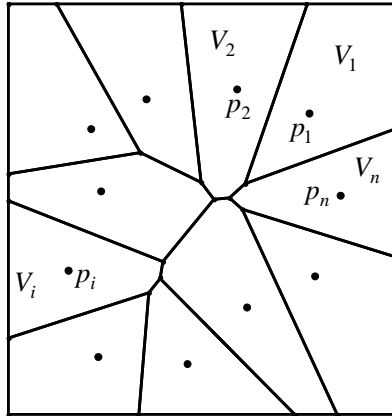


図 1：点集合に対するポロノイ図。

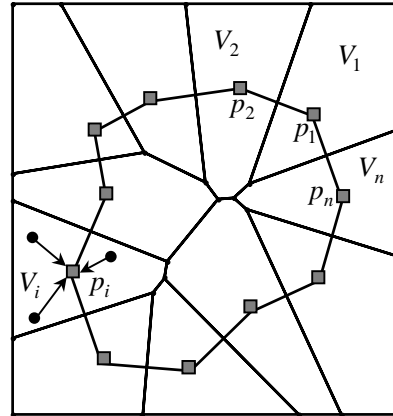


図 2：アクセスコストとルーティングコスト。

これらの仮定のもとで、停留点までの平均アクセスコストとルーティングコストとの重みつき和が最小となる経路を求める問題を取り扱う。具体的には、以下の形の目的関数を扱う：

$$C_T(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) = C_A(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) + \alpha \cdot C_R(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n).$$

目的関数は停留点の座標 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ についての $2n$ 変数の関数となることに注意されたい。ここで、 $C_A(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ は平均アクセスコストを表し、 $C_R(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ はルーティングコストを表す。また、定数 α はルーティングコストを平均アクセスコストと比較しどの程度重視するかを示すパラメータである。本研究では、平均アクセスコスト $C_A(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ として停留点までの距離の平均値を採用し、ルーティングコスト $C_R(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ として巡回路長を採用する。以下に、平均アクセスコストとルーティングコストを具体的に記述する。

i 番目の停留点の座標を (x_i, y_i) と表すと、ポロノイ領域 V_i での総アクセスコストは

$$\iint_{V_i} \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} f(x, y) dx dy \quad (1)$$

と表される。したがって、平均アクセスコスト $C_A(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ は、これをすべてのポロノイ領域に関して合計して得られる総アクセスコストを、総対象数 N で除した以下のような形で与えられる[2, 3]：

$$C_A(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \iint_{V_i} \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} f(x, y) dx dy. \quad (2)$$

次にルーティングコスト $C_R(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ について説明する。仮定より、各停留点間の距離は停留点を結ぶ直線分で与えられるため停留点 p_{i-1} と停留点 p_i の経路長は

$$\sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \quad (3)$$

で与えられる。これより総経路長 $C_R(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ は以下の通りとなる：

$$C_R(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \quad (\text{ただし, } x_0 = x_n, y_0 = y_n). \quad (4)$$

以上より、収集経路決定問題は以下のように記述される：

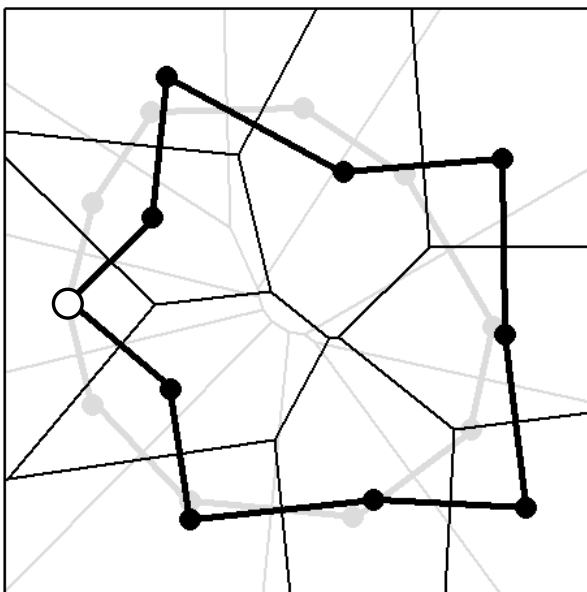
$$\begin{cases}
\min C_T(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \iint_{V_i} \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} f(x, y) dx dy \\
\quad + \alpha \cdot \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}. \\
\text{s.t. } V(x_i, y_i) = \left\{ (x, y) \in S \mid \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \leq \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \quad j \neq i, \quad j = 1, 2, \dots, n \right\}
\end{cases} \quad (5)$$

4. 解法と数値実験結果

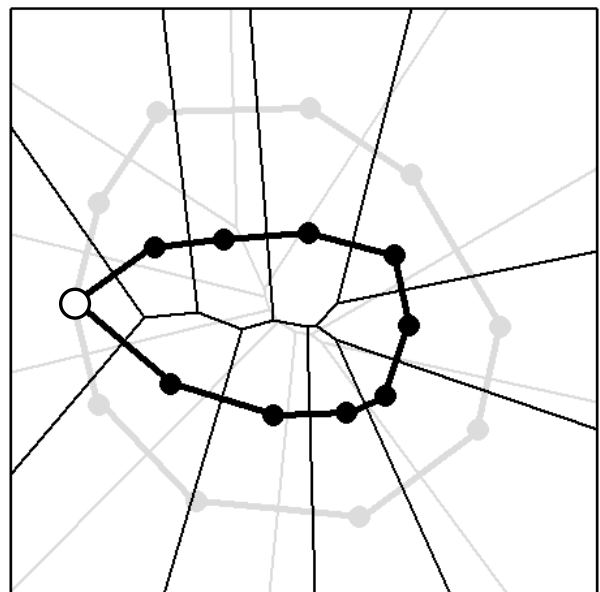
定式化した問題の解法を説明する．領域内に初期経路を与え，最急降下法を用いて経路を逐次的に更新し，局所最適解を求めた．以下に数値実験の結果を示す．図 4.1 から図 4.4 に S を正方形とした場合の実験結果を示す．これらの図において，初期経路とそのときのポロノイ図をグレーの実線で示し，最急降下法の収束解の経路とそのときのポロノイ図を黒の実線で示す．各図において出発点ならびに終着点の位置は固定し，それ以外の $n-1$ 点の位置を可変として計算を行った．以下に各図を比較し考察を行う．

図 4.1 と図 4.2 に停留点数が 10 点の場合の結果を示す．図 4.2 は図 4.1 よりルーティングコストを重視した場合 (α が大きな場合) の結果に対応する．ルーティングコストを重視する図 4.2 の結果より，経路長が短くなっている様子が見て取れる．一方の図 4.1 については，アクセスコストを重視するため，経路長が長くなっており，領域全体の需要をカバーするように経路が平面的に広がっている．

図 4.3 と図 4.4 に停留点数が 15 点の場合の結果を示す．図 4.4 は図 4.3 よりルーティングコストを重視した場合 (α が大きな場合) の結果に対応する．停留点数が 15 点の場合にも 10 点の場合と同様の傾向が見て取れる．



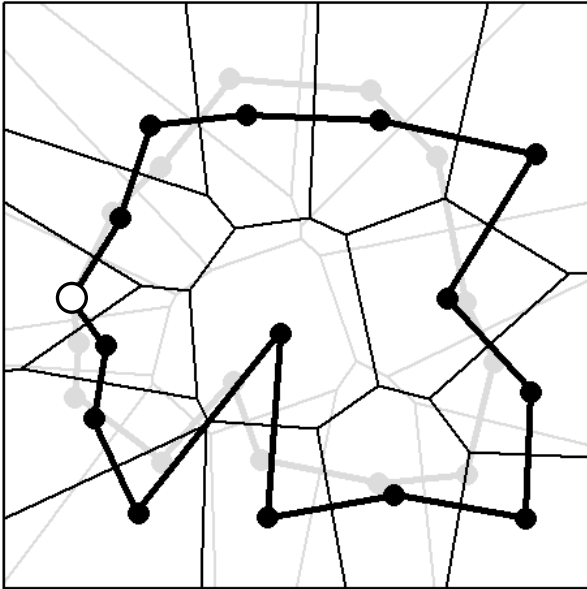
○ 出発点と終着点



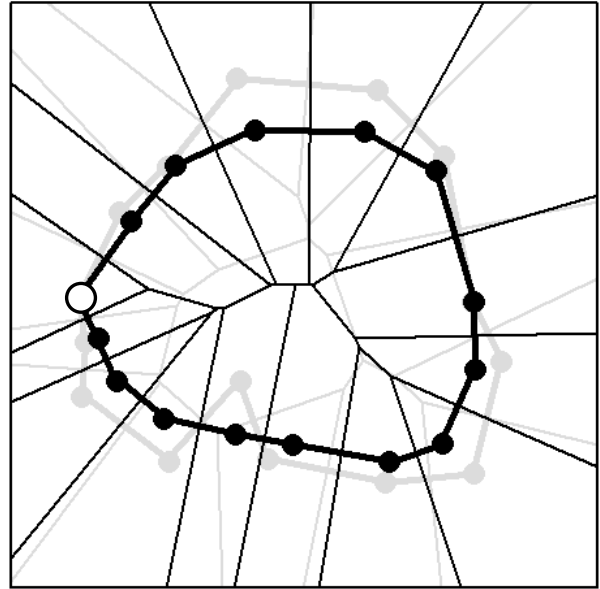
○ 出発点と終着点

図 4.1: アクセスコスト重視の最適経路(停留点 10 点)．

図 4.2: ルーティングコスト重視の最適経路(停留点 10 点)．



○ 出発点と終着点



○ 出発点と終着点

図 4.3: アクセスコスト重視の最適経路(停留点 15 点).

図 4.4: ルーティングコスト重視の最適経路(停留点 15 点).

5. まとめと今後の課題

領域内に分布する回収対象を巡回して回収する問題に着目し、アクセスコストとルーティングコストの重み付き和が最小となる経路の形状を求める問題を提案した。この問題は停留点の数に比例して、アクセスコストとルーティングコスト以外の別のコストが掛かる場合のモデルへと拡張することも可能である。この場合、停留点数が少ない場合には停留点で停止するためのコストが小さくなる反面、アクセスコストが大きくなってしまふ。一方で、停留点数が多い場合にはアクセスコストを小さくすることができる反面、停留点で停止するためのコストが大きくなってしまふ。このようなトレードオフの関係に着目して、与えられた最適な停留点数を求める新たな最適化問題を考えることは今後の課題である。

参考文献

- [1]伊理正夫(監), 腰塚武志(編)(1986):『計算幾何学と地理情報処理』, 第2版, 共立出版.
- [2]A.Okabe, B.Boots, K.Sugihara and S.N. Chiu (2000):*Spatial Tessellation- Concepts and Applications of Voroni Diagrams*, 2nd Edition, John Wiley and Sons, Chichester.
- [3]岡部篤行, 鈴木敦夫(1992):『最適配置の数理』, 朝倉書店.