入力価格が不確かな場合のコスト効率下限値の求め方について

沼田研究室

4402089

山田　智大

発表構成

1．はじめに
- 1.1研究背景
- 1.2研究目的

2．ＤＥＡ
- 2.1ＤＥＡについて
- 2.2生産可能領域

3．コスト効率
- 3.1Ｆａｒｒｅｌのコスト効率
- 3.2定式化
- 3.3問題点

4．先行研究
- 4.1価格不確実性
- 4.2定式化
- 4.3悲観的コスト効率の問題点

5．研究内容
- 5.1Ｆａｒｒｅｌのモデルの拡張
- 5.2定式化

6．数値実験
- 6.1実験概要
- 6.2実験結果

7．まとめ
- 7.1本研究のまとめ
- 7.2今後の課題

研究背景

経営環境の悪化 → 事業体が継続的に利益を上げることは難しくなってきた

↓

コストの妥当性を評価することは重要な課題

事業体の活動効率(経営効率)評価が基礎

↓

ＤＥＡ(Data Envelopment Analysis)を土台として議論を進める

研究の流れと研究目的

DEA(Charnes,Cooper,Rhodes[3]) — 効率値

↓

コスト効率(Farrel[2]) — 入力項目の価格に注目

↓

コスト効率の上下限値(Camanho,Dyson[1]) — 価格不確実性

↓

下限値の求め方 — 不要な計算が多い

↓

改善

DEAについて

DEA・・・**同種の多入力，多出力を持つ複数(n 個)の事業体を相対的に評価**

評価対象の事業体・・・DMUjo (DMU:Decision Making Unit)

x_{ij_o}・・・DMUjo**の入力データ**　　v_i・・・**入力につけるウェイト(変数)** $(i=1,\cdots,m)$

y_{rj_o}・・・DMUjo**の出力データ**　　u_r・・・**出力につけるウェイト(変数)** $(r=1,\cdots,s)$

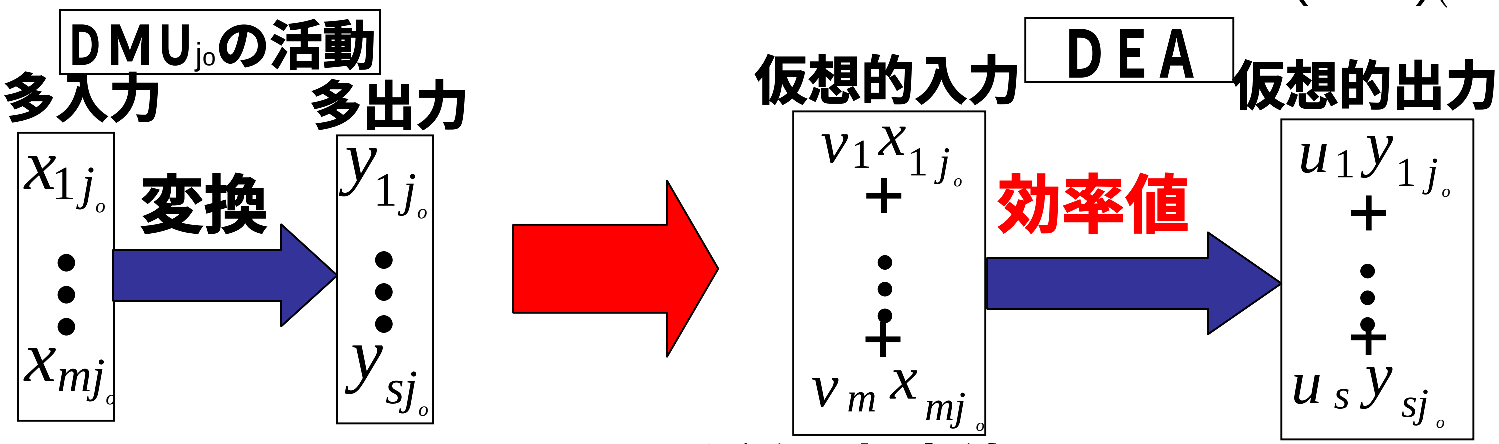

図1：DMUの活動と効率値

全てのDMUの効率値を1以下に抑えるようにウェイトを変化

DMU_{j_o}の効率値

$$\frac{仮想的出力}{仮想的入力} = \frac{u_1 y_{1jo} + \dots + u_s y_{sjo}}{v_1 x_{1jo} + \dots + v_m x_{mjo}}$$ **最大値** (1)

生産可能領域

生産可能領域 → 現存するDMUの活動の凸結合，そのスカラー倍，それより劣る活動の集合

$$P=\left\{\left(X_1,\cdots,X_m,Y_1,\cdots,Y_s\right)\middle|\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\lambda_j\le X_i,\sum_{j=1}^{n}y_{rj}\lambda_j\ge Y_r,\lambda_j\ge 0,(i=1,\cdots,m,r=1,\cdots,s)\right\}\quad(2)$$

↓

仮想的DMUの活動可能な範囲

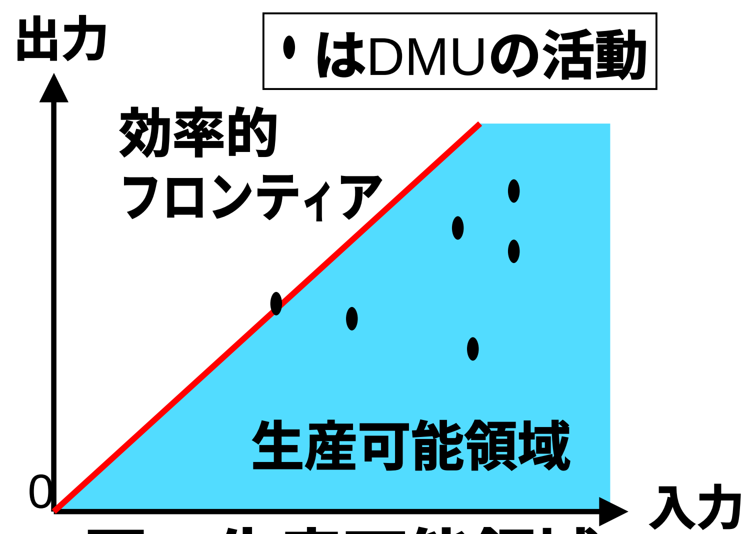

図2：生産可能領域

効率的フロンティア

効率的な活動によって形成される境界

効率フロンティア上のDMUの効率値は1

Farrelのコスト効率

Farrelのコスト効率･･･ 現在の生産高を最小のコストで生産できる能力を評価するもの.

入力項目･･･ コスト要素 (人件費, 賃貸料など) →入力価格
技術的要素(人数, 床面積など) →入力

技術的効率値･･･技術要素のみを取り上げ, 効率値を求めたもの

$p_{i j_o}$ ･･･入力価格　$x_{i j_o}$ ･･･入力　$(i = 1,\ldots, m)$

x_i^o ･･･ 生産可能領域内の入力データで最小のコストを求めるための変数

Farrelが提案したコスト効率モデル

同一レベルの出力を前提

現在のコスト

$$p_{1j_o} x_{1j_o} + \cdots + p_{mj_o} x_{mj_o}$$

コストを最小にする

最小のコスト

$$p_{1j_o} x_1^o + \cdots + p_{mj_o} x_m^o$$

x_i^o **は変数**

図3：Farrelのコスト効率

$$\text{コスト効率値} = \frac{\text{最小のコスト}}{\text{現在のコスト}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^{o*}}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o}} \qquad (3)$$

ウェイトを用いた定式化

コスト効率モデル

$$\text{Max} \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_o} \qquad \text{(4-a)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_o} = 1 \qquad \text{(4-b)}$$

$$\sum_{i=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0,\ j = 1, \ldots, n \qquad \text{(4-c)}$$

$$\boxed{v_{i^a} - \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^a j_o}} v_{i^a} = 0} \qquad \text{(4-d)}$$

$$i^a < i^b, i^a, i^b = 1, \ldots, m \qquad \text{(4-e)}$$

$$u_r \geq 0, r = 1, \ldots, s \qquad \text{(4-f)}$$

y_{rj}・・・出力データ (定数)
x_{rj}・・・入力データ (定数)
v_i・・・入力ウェイト (変数)
u_r・・・出力ウェイト (変数)
p_{ij}・・・入力価格 (定数)

入力項目の重みを
入力価格の比に固定

Farrelのコスト効率の問題点

①正確な価格データが必要 → 正確な価格情報は入手困難
(コスト要素の細かな情報は企業秘密)

②価格は一定であるという仮定 → 価格は短期間で変動しやすい
(人事異動，昇給など)

↓

実際の適用において限られた価値しか持たない

入力価格の最大値，最小値しかわからない状況を考える．

各DMUが入力価格の最大値，最小値しか分からない状況

入力価格に幅を持たせて効率値を考えていく．

Farrelのコスト効率

$$v_{i^a} - \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} v_{i^b} = 0, \quad (i^a < i^b, \quad i^a, i^b = 1,\ldots, m)$$

価格不確実性

$$\left(p^{\min}_{ij_o} \le p_{ij_o} \le p^{\max}_{ij_o} \right)$$

$$\frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \le \frac{v_{i^a}}{v_{i^b}} \le \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}}, \quad (i^a < i^b, \quad i^a, i^b = 1,\ldots,m)$$

各DMUが入力価格の最大値，最小値しか分からない状況

最も好ましい入力価格を考慮して評価･･･ 楽観的コスト効率

↓

コスト効率の上限値

最も不利な入力価格を考慮して評価･･･ 悲観的コスト効率

↓

コスト効率の下限値

楽観的コスト効率の定式化

楽観的コスト効率モデル

$$\text{Max} \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rjo} \qquad (5\text{-a})$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ijo} = 1 \qquad (5\text{-b})$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \quad j = 1,\dots,n \qquad (5\text{-c})$$

$$\boxed{\frac{p_{i^a jo}^{\min}}{p_{i^b jo}^{\max}} \le \frac{v_{i^a}}{v_{i^b}} \le \frac{p_{i^a jo}^{\max}}{p_{i^b jo}^{\min}}} \qquad (5\text{-d})$$

$$i^a < i^b, \quad i^a, i^b = 1,\dots,m \qquad (5\text{-e})$$

$$u_r \ge \varepsilon, \quad r = 1,\dots,s \qquad (5\text{-f})$$

y_{rj}・・・出力データ (定数)

x_{ij}・・・入力データ (定数)

v_i・・・入力ウェイト (変数)

u_r・・・出力ウェイト (変数)

p_{ij}・・・入力価格 (定数)

入力価格の比が変化

悲観的コスト効率の定式化

悲観的コスト効率モデル

$$\text{Min} \quad \psi_{j_o j_p} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r j_o} \qquad \text{(6-a)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^{s} v_i x_{i j_o} = 1 \qquad \text{(6-b)}$$

$$\boxed{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r j_p} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i j_p} = 0} \qquad \text{(6-c)}$$

$$\sum_{i=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \; j = 1, \ldots, n \qquad \text{(6-d)}$$

$$\frac{p_{i^a j_o}^{\min}}{p_{i^b j_o}^{\max}} \le \frac{v_{i^a}}{v_{i^b}} \le \frac{p_{i^a j_o}^{\max}}{p_{i^b j_o}^{\min}} \qquad \text{(6-e)}$$

$$i^a < i^b, \qquad i^a, i^b = 1, \ldots, m \qquad \text{(6-f)}$$

$$u_r \ge \varepsilon, \qquad r = 1, \ldots, s \qquad \text{(6-g)}$$

参照DMU ･･･ 効率的なDMU

効率値が0になることを防ぐ条件として全てのDMUを潜在的な参照DMUとおく. $\left(j_p = 1, \cdots, n \right)$

y_{rj} ･･･出力データ (定数)

x_{ij} ･･･入力データ (定数)

v_i ･･･入力ウェイト (変数)

u_r ･･･出力ウェイト (変数)

p_{ij} ･･･入力価格 (定数)

悲観的コスト効率モデルの問題点

全てのDMUを潜在的な参照DMUとして考えている．

↓

DMUがn個あった場合n^2個の線形計画問題を解く必要がある．

↓

多くの計算は不要

悲観的コスト効率モデルは複雑で無駄が多い

↓

簡単に求めるモデルを提案

本研究で提案するモデル

悲観的コスト効率 → 価格不確実性

Farrelのコスト効率

p_{ij_o} を固定 →

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^{o*}}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o}}$$

提案モデル

p_{ij_o} を $p_{ij_o}^{\min} \le p_{ij_o} \le p_{ij_o}^{\max}$ と変化

↓

$$\frac{p_{i^a j_o}^{\min}}{p_{i^b j_o}^{\max}} \le \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} \le \frac{p_{i^a j_o}^{\max}}{p_{i^b j_o}^{\min}}$$

→

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^{o*}}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o}}$$

コスト効率の最小値

本研究で提案するモデル

p_{ij_o} が $p_{ij_o}^{\min} \leq p_{ij_o} \leq p_{ij_o}^{\max}$

同一レベルの出力を前提

現在のコストが変化　　**効率値を最小にするコスト**

$$p_{1j_o} x_{1j_o} + \cdots + p_{mj_o} x_{mj_o}$$

効率値を最小にする

$$p_{1j_o} x_1^o + \cdots + p_{mj_o} x_m^o$$

p_{ij_o}，x_i^o **は変数**

図4：提案モデル

$$\text{悲観的コスト効率値} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^{o*}}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o}} \quad \boxed{\text{最小値}} \qquad (7)$$

本研究で提案するモデルの定式化

$$\text{Min} \quad \frac{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^o}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o}} \qquad \text{(8-a)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lambda_j = x_i^o \qquad \text{(8-b)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rj_o} \qquad \text{(8-c)}$$

$$\frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \leq \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} \leq \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}} \qquad \text{(8-d)}$$

$$i^a < i^b, \quad i^a, i^b = 1, \ldots, m \qquad \text{(8-e)}$$

$$x_i^o \geq o, \lambda_j \geq 0 \qquad \text{(8-f)}$$

(8-a) → コスト効率値を最小にする

(8-b), (8-c) → 同レベルの出力を保ち入力を変化

(8-d) → 入力価格の比が変化

p_{ij_o} ・・・入力単価（変数）

x_{ij} ・・・入力データ（定数）

y_{rj} ・・・出力データ（定数）

λ_j ・・・変数

x_i^o ・・・変数

分数計画問題から2次計画問題に

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^o \qquad \text{(9-a)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o} = 1 \qquad \text{(9-b)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lambda_j = x_i^o \qquad \text{(9-c)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rj_o} \qquad \text{(9-d)}$$

$$\frac{p_{i^a j_o}^{\min}}{p_{i^b j_o}^{\max}} \leq \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} \leq \frac{p_{i^a j_o}^{\max}}{p_{i^b j_o}^{\min}} \qquad \text{(9-e)}$$

$$i^a < i^b, x_i^o \geq 0, \lambda_j \geq o \qquad \text{(9-f)}$$

凸関数でないため最適解が求められない場合がある

効率値がどれかのDMUと比較した時に求められることを考慮

p_{ij_o} ・・・入力単価 (変数)

x_{ij}・・・入力データ (定数)

y_{rj} ・・・出力データ (定数)

λ_j・・・変数

x_i^o・・・変数

λを離散化

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij_o} x_{ij} \lambda_j \qquad (10\text{-a})$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o} = 1 \qquad (10\text{-b})$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rj_o} \qquad (10\text{-c})$$

$$\lambda_j \in \{0,1\} \qquad (10\text{-d})$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \qquad (10\text{-e})$$

$$\frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \leq \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} \leq \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}} \qquad (10\text{-f})$$

$$i^a < i^b, \; x_i^o \geq 0 \qquad (10\text{-g})$$

λを離散化

全てのDMUで効率値の最小値を求め，その中の最小値を求める．

p_{ij_o} ・・・入力単価（**変数**）

x_{ij} ・・・入力データ（定数）

y_{rj} ・・・出力データ（定数）

λ_j ・・・**変数**

x_i^o ・・・**変数**

実験概要

・提案モデルと悲観的コスト効率モデルを比較
・それぞれの効率値の考察

表1のデータは仮想的な8つの銀行支店の活動を表し，入力1，2は総合職，事務職(人数)，入力価格1，2に平均給料(万円)，出力に売上(億円)を表している．

表1：各活動の技術的要素，コスト要素と出力

要素 / DMU	総合職	事務職	平均給料（総）	平均給料（事）	売上
A支店	39	21	45	25	1
B支店	30	20	50	30	1
C支店	45	25	40	25	1
D支店	50	24	40	30	1
E支店	35	26	45	30	1
F支店	42	28	40	35	1
G支店	37	15	45	25	1
H支店	46	12	45	30	1

価格不確実性の状況では全てのDMUの入力価格1が40～50，入力価格2が25～35で効率性を評価する．

実験考察

表2に悲観的コスト効率モデルの実行結果，
表3に本研究で提案したモデルの実行結果を示す．

表2：悲観的コスト効率モデルの実行結果

DMU	A支店	B支店	C支店	D支店	E支店	F支店	G支店	H支店
A支店	f	f	f	f	f	f	f	f
B支店	0.808081	1	0.695652	0.645161	0.822511	0.714286	0.898876	0.769231
C支店	f	f	f	f	f	f	f	f
D支店	f	f	f	f	f	f	f	f
E支店	f	f	f	f	f	f	f	f
F支店	f	f	f	f	f	f	f	f
G支店	f	f	f	f	f	f	f	f
H支店	f	f	f	f	f	f	f	f

(fは実行不可能)

悲観的コスト効率値

表3：提案モデルの実行結果

DMU	A支店	B支店	C支店	D支店	E支店	F支店	G支店	H支店
悲観的コスト効率値	0.808081	1	0.695652	0.645161	0.822511	0.714286	0.898876	0.769231

実験考察

表4に全て(TE,CE,OCE,PCE)の効率値を示す.

表4：効率値

DMU	TE	CE	OCE	PCE
A支店	0.847953	0.811404	0.827887	0.808081
B支店	1	1	1	1
C支店	0.725	0.701031	0.71028	0.695652
D支店	0.69378	0.661765	0.669014	0.645161
E支店	0.857143	0.828025	0.833333	0.822511
F支店	0.714286	0.714286	0.714286	0.714286
G支店	1	0.906863	0.947631	0.898876
H支店	1	0.802469	0.840708	0.769231

TE・・・技術的効率値
CE・・・Farrelのコスト効率値
OCE・・・楽観的コスト効率値
PCE・・・悲観的コスト効率値

上下限を構成

コスト効率はより厳しく効率性を評価

本研究のまとめ

本研究ではFarrelの基本モデルに即してコスト効率の下限値の求め方を提案

仮想的な銀行支店の活動で数値実験

先行研究の求め方に比べ，簡潔で分かりやすいもの

今後の課題

楽観的コスト効率

- 先行研究
  - ・一回の計算で求まる
  - ・分かりにくい
- 提案モデル
  - ・複数の計算が必要
  - ・分かりやすい

提案モデルで簡潔な楽観的コスト効率モデルの作成が今後の課題

参考文献

[1] A.S.Camanho，R.G.Dyson：「Cost efficiency measurement with price uncertainty:a DEA application to bank branch assessments」，

European Journal of Operational Research 161 432-446 (2005)

[2]Farrel,M.J.:「The measurement of productive efficiency」

Journal of the Royal Statistical Society A 120,253-281 (1957)

[3]末吉俊幸：「DEAー経営効率分析法ー」，

朝倉書店 (2001)

[4]刀根薫：「経営効率性の測定と改善」，

日科技連 (2001)

抄録訂正

抄録P.135**の**(5), (6)**式**

(5)**式の**4**番目**

$$\frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \le \frac{v_{i^a}}{v_{i^b}} \le \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}} \Rightarrow \frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \le \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} \le \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}}$$

(6)**式の**4**番目**

$$\frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \le \frac{v_{i^a}}{v_{i^b}} \le \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}} \Rightarrow \frac{p^{\min}_{i^a j_o}}{p^{\max}_{i^b j_o}} \le \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^b j_o}} \le \frac{p^{\max}_{i^a j_o}}{p^{\min}_{i^b j_o}}$$

付録

DEAの定式化

分数計画問題

Max $\theta = \dfrac{u_1 y_{1jo} + u_2 y_{2jo} + \dots + u_s y_{sjo}}{v_1 x_{1jo} + v_2 x_{2jo} + \dots + v_m x_{mjo}}$ (11-a)

s.t. $\dfrac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} \le 1$ (11-b)

$v_1, v_2, \dots, v_m \ge 0$ (11-c)

$u_1, u_2, \dots, u_s \ge 0$ (11-d)

線形計画問題

Max $\theta = u_1 y_{1j_o} + \dots + u_s y_{sj_o}$ (12-a)

s.t. $v_1 x_{1j_o} + \dots + v_m x_{mj_o} = 1$ (12-b)

$u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj} \le v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj} \quad (j = 1, \dots, n)$ (12-c)

$v_1, \dots, v_m \ge 0$ (12-d)

$u_1, \dots, u_s \ge 0$ (12-e)

3.Farrelのコスト効率の定式化

最小コストモデル

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^{m} p_{ijo} x_i^o \qquad (13\text{-a})$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lambda_j = x_i^o \qquad i = 1, \ldots, m \qquad (13\text{-b})$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rjo} \quad r = 1, \ldots, s \qquad (13\text{-c})$$

$$\lambda_j \geq o \qquad j = 1, \ldots, n \qquad (13\text{-d})$$

$$x_i^o \geq o \qquad i = 1, \ldots, m \qquad (13\text{-e})$$

コスト効率

$$\text{コスト効率値} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_i^{o*}}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij_o}} \qquad (14)$$

3.ウェイトを用いた定式化

Farrelのモデルの双対問題

$$\text{Max} \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_o} \qquad (15\text{-a})$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} = 0, \; j = 1, \ldots, n \qquad (15\text{-b})$$

$$v_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} p_{ij_o} x_{ij}} p_{ij_o} \leq 0 \qquad (15\text{-c})$$

$$u_r \geq 0, r = 1, \ldots, s \qquad (15\text{-d})$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_o} = 1 \qquad (16\text{-a})$$

$$v_{i^a} - \frac{p_{i^a j_o}}{p_{i^a j_o}} v_{i^a} = 0 \qquad (16\text{-b})$$

$$\left(1 \leq i^a < i^b \leq m\right)$$

Farrelが提案したコスト効率モデル

表2のデータを使ってDMU Eの場合を説明

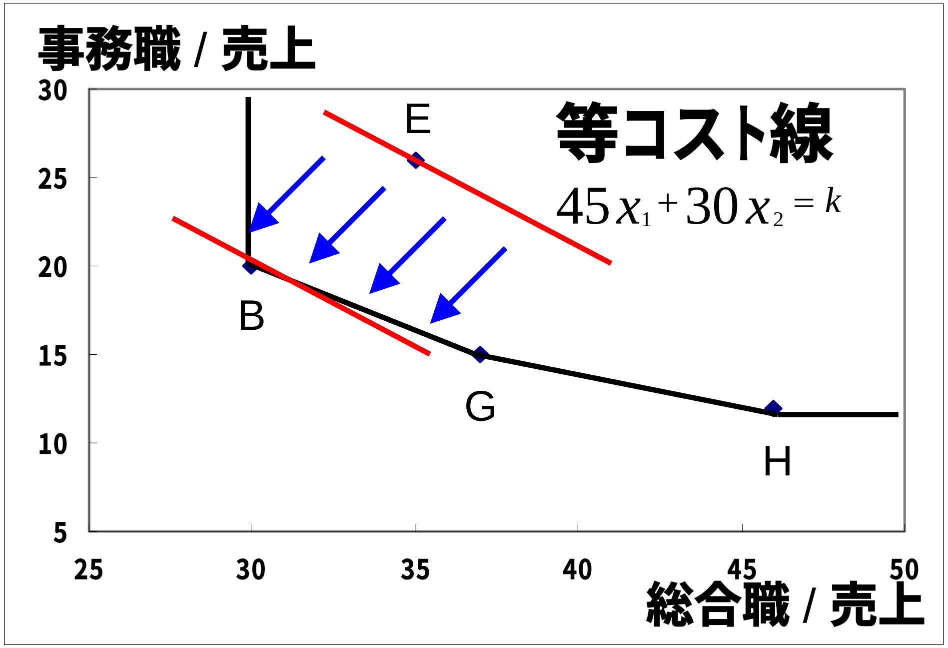

図5：入力空間(Farrelのコスト効率)

コストは等コスト線が効率的フロンティアに接するまで減らすことができる.

DMU Eの場合

$$45 \times 35 + 30 \times 26 = 2355$$

↓

$$45 \times 30 + 30 \times 20 = 1950$$

p_{ij_o}・・・入力価格 x_{ij_o}・・・入力データ

x_i^o・・・生産可能領域内の入力データで最小のコストを与える変数

Farrelのコスト効率のウェイト空間

E支店を(3)式に当てはめる

$$
\begin{aligned}
&\max \quad u_1 \\
&\text{s.t.} \quad 35 v_1 + 26 v_2 = 1 \\
&u_1 - 39 v_1 - 21 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 30 v_1 - 20 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 45 v_1 - 25 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 50 v_1 - 24 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 35 v_1 - 26 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 42 v_1 - 28 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 39 v_1 - 21 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 37 v_1 - 15 v_2 \le 0 \\
&u_1 - 46 v_1 - 12 v_2 \le 0 \\
&v_1 - \frac{30}{45} v_2 = 0
\end{aligned}
$$

u_1で割る

$$
\begin{aligned}
&35 \frac{v_1}{u_1} + 26 \frac{v_2}{u_1} = \frac{1}{u_1} \\
&1 - 39 \frac{v_1}{u_1} - 21 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 30 \frac{v_1}{u_1} - 20 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 45 \frac{v_1}{u_1} - 25 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 50 \frac{v_1}{u_1} - 24 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 35 \frac{v_1}{u_1} - 26 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 42 \frac{v_1}{u_1} - 28 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 39 \frac{v_1}{u_1} - 21 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 37 \frac{v_1}{u_1} - 15 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&1 - 46 \frac{v_1}{u_1} - 12 \frac{v_2}{u_1} \le 0 \\
&\frac{v_1}{u_1} - \frac{30}{45} \frac{v_2}{u_1} = 0
\end{aligned}
$$

Farrelのコスト効率のウェイト空間

表2のE支店を(3-c)に当てはめたものを u_1 で割る

$$1-39\frac{v_1}{u_1}-21\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-30\frac{v_1}{u_1}-20\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-45\frac{v_1}{u_1}-25\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-50\frac{v_1}{u_1}-24\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-35\frac{v_1}{u_1}-26\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-42\frac{v_1}{u_1}-28\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-39\frac{v_1}{u_1}-21\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-37\frac{v_1}{u_1}-15\frac{v_2}{u_1}\le 0$$
$$1-46\frac{v_1}{u_1}-12\frac{v_2}{u_1}\le 0$$

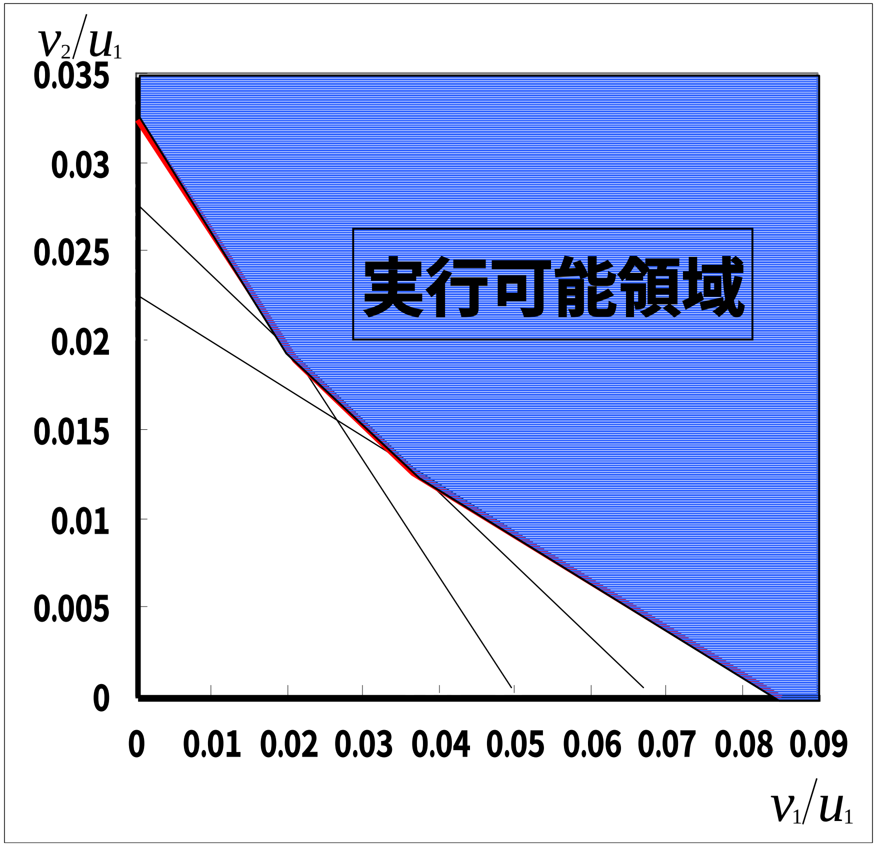

図6：ウェイト空間(Farrelのコスト効率)

入力価格が不確かな場合のウェイト空間

入力価格の情報

$$p_1^{\min} = 40 \quad p_2^{\min} = 25$$
$$p_1^{\max} = 50 \quad p_2^{\max} = 35$$

$$\frac{40}{35} \le \frac{v_1}{v_2} \le \frac{50}{25}$$

$$\frac{40}{35} \le \frac{v_1/u_1}{v_2/u_1} \le \frac{50}{25}$$

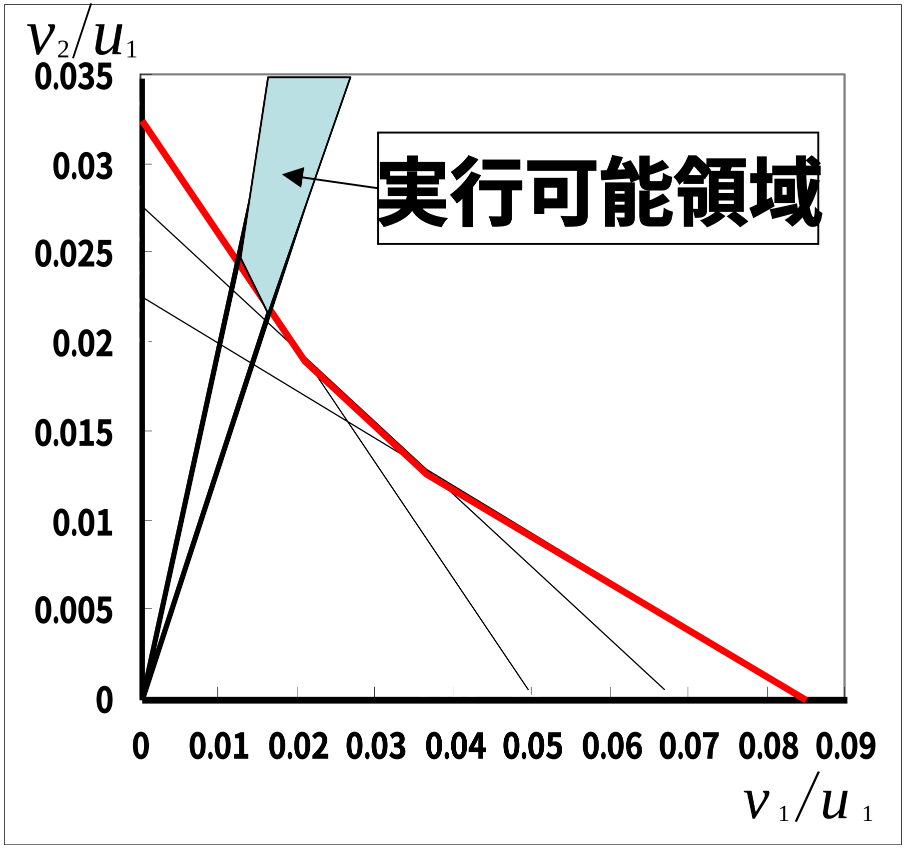

図7：ウェイト空間(入力価格が不確かな場合)

入力空間における悲観的コスト効率の意味

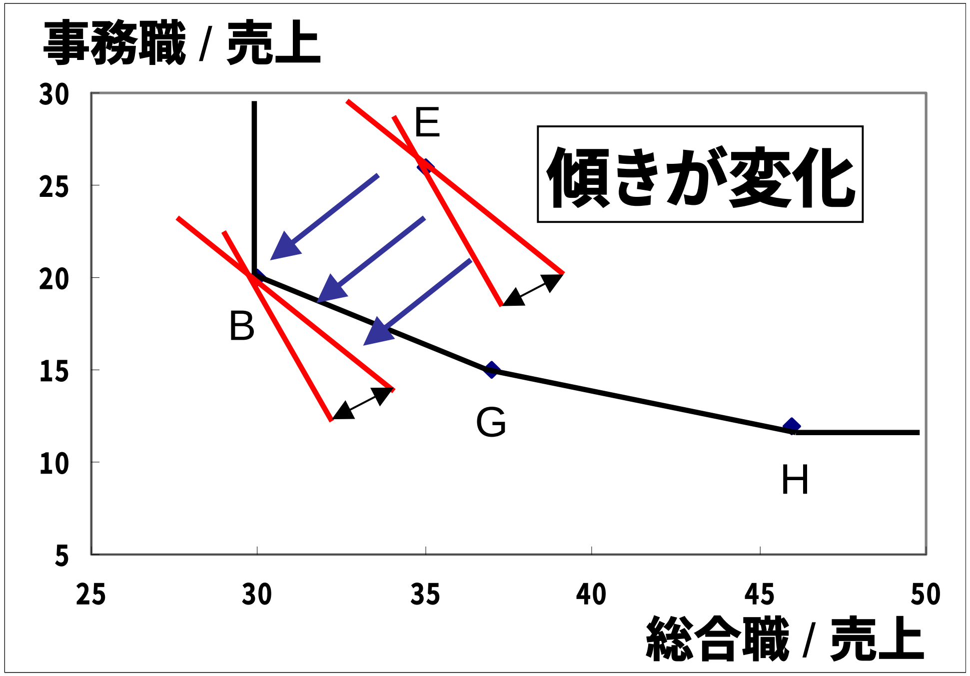

図8：入力空間(入力価格が不確かな場合)

生産可能領域内で傾きを変化させて，コスト効率の最小値を求める．

E支店の場合

入力価格1＝40，入力価格2＝35の時

$$40 \times 35 + 35 \times 26 = 2310 \quad \text{(DMUE)}$$

$$40 \times 30 + 35 \times 20 = 1900 \quad \text{(DMUC)}$$