

移動施設の巡回を考慮した 最大被覆問題の研究

東京理科大学 沼田研究室

鈴木志織

発表構成

- 1.はじめに
- 2.目的
- 3.モデルの概要
- 4.定式化
- 5.アルゴリズム
- 6.数値実験
- 7.まとめ
- 8.参考文献

最適施設配置問題

- 総移動距離最小化問題

例・小学校立地
・図書館立地

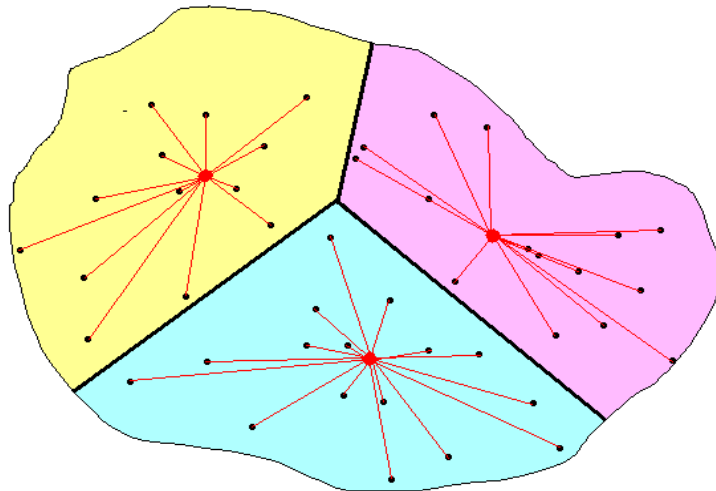


図1.1: 総移動距離最小化問題

- 最大被覆問題

例・ピザ宅配の店舗立地
・新聞配達の店舗立地

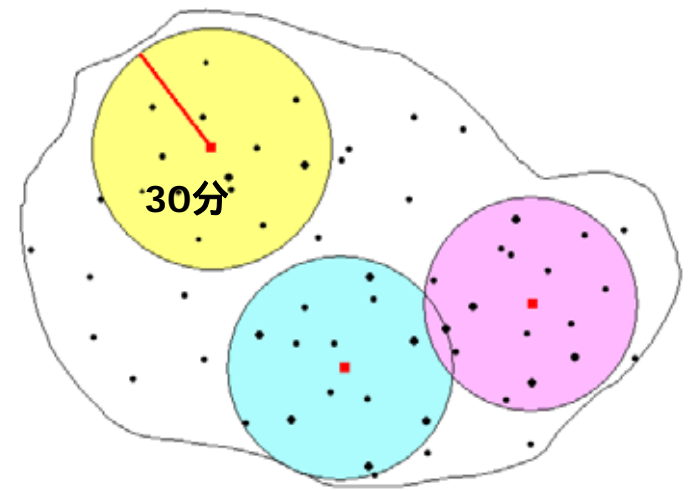


図1.2: 最大被覆問題

巡回型総移動距離最小化問題

ある領域を一定数の地点で停留しながら施設が巡回する時、各需要点から最寄の停留点への総移動距離と経路長の重みつき和を最小化するような、経路を求める問題。

例・移動図書館
・ごみ収集車

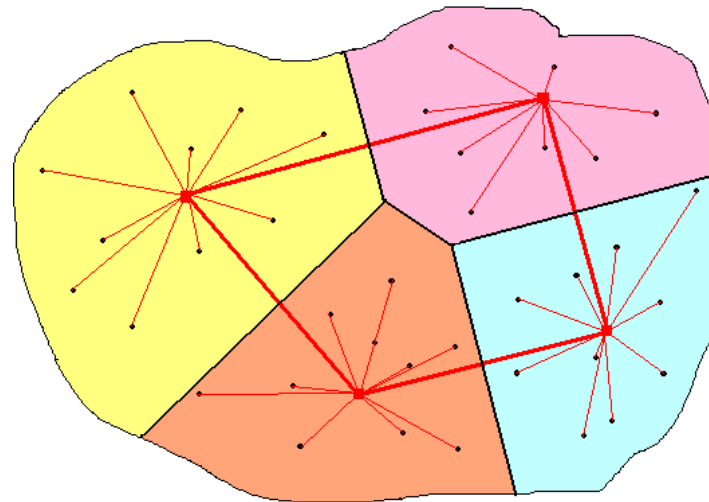


図1.3:巡回型総移動距離最小化問題

巡回型最大被覆問題 (1)

施設を移動させる最大被覆問題は，実際には多くの対象がある．

- 例・選挙カー
- ・焼き芋屋台
- ・宣伝飛行船

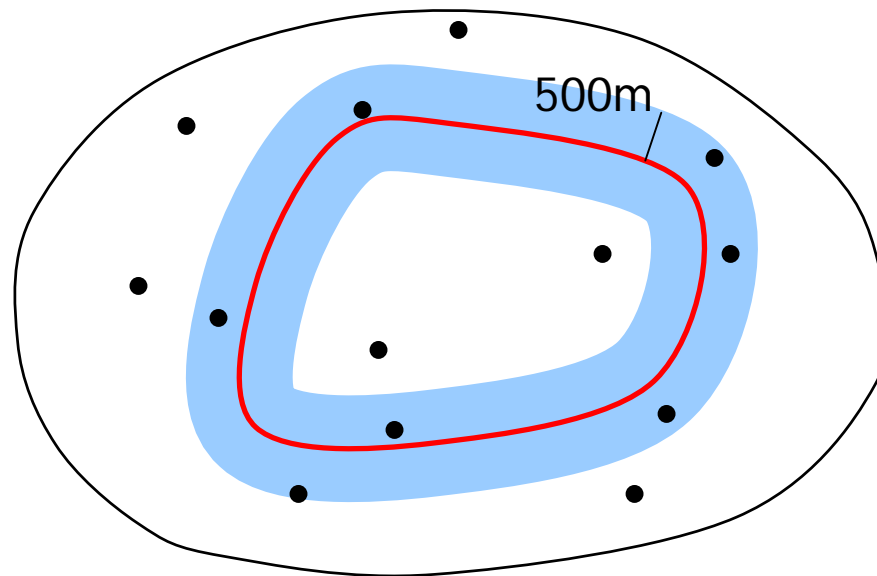
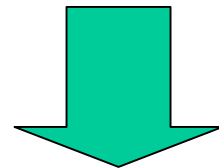


図1.4:巡回型最大被覆問題

巡回型最大被覆問題 (2)

ある領域を、与えられている移動距離内で施設が巡回する時、その巡回経路から一定の範囲内に含まれる需要の数を最大化するような経路を求める問題。



巡回型最大被覆問題

本研究の目的

(1) 巡回型最大被覆問題を数理計画問題として定式化する.

(2) 発見的解法を提案し,いくつかの状況下で数値実験を行い,結果を比較する.

需要点の設定

- 対象領域に需要点が離散的に分布する.
- 需要点 i は需要量 h_i を持つ.

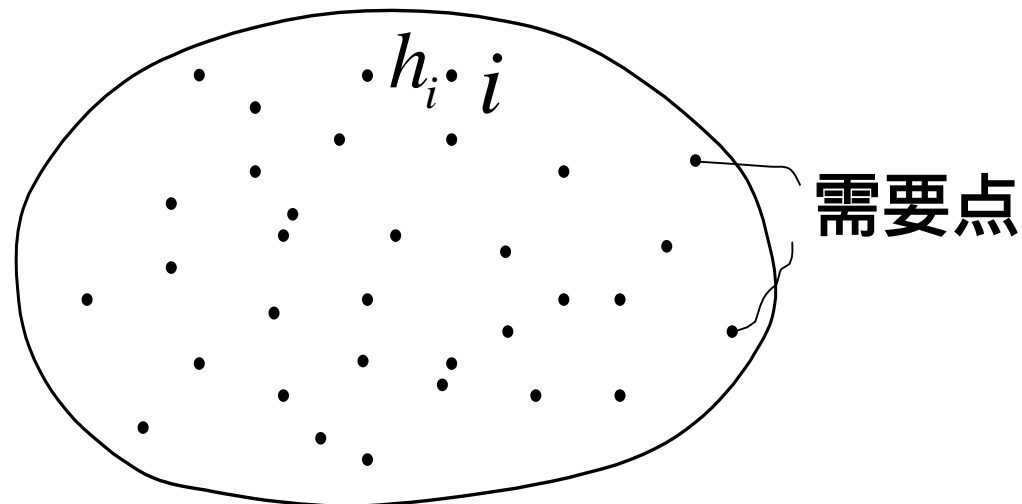


図3.1:モデルの設定

施設の移動経路の設定(1)

- 屈折候補点(施設が訪問できる点)が離散的に分布する.
- 屈折候補点から複数選択し, 順に回る(選択した点を屈折点と呼ぶ).
- 屈折点間は直線移動する.
- 屈折候補点から2点線分 j, k を選択する.
- 線分 jk を組み合わせて, 巡回路とする.

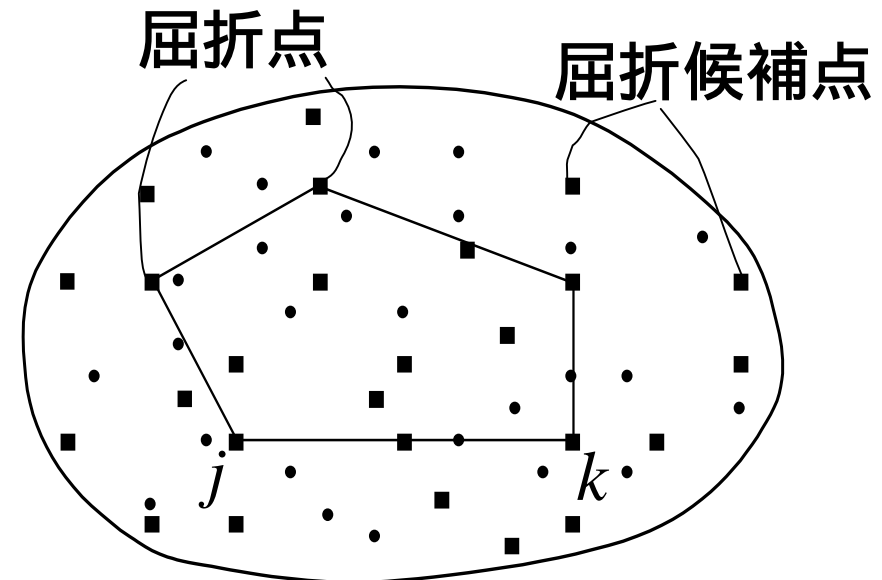


図3.2: モデルの設定

施設の移動経路の設定(2)

- 巡回経路長は L 以内とする.
- 経路から距離 l 以内までサービスが可能とする.

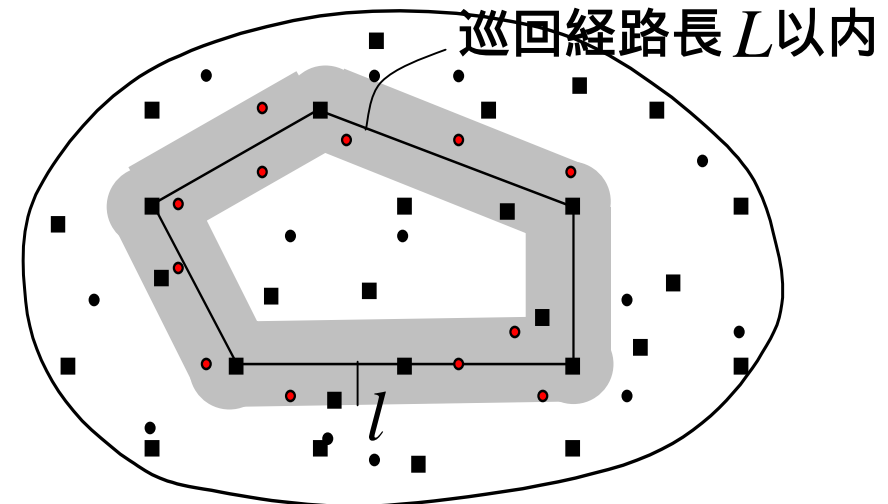
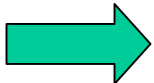


図3.3: モデルの設定

巡回型最大被覆問題 定式化

- 目的関数
 - 施設の巡回経路から一定の距離以内に含まれる需要の数  最大化
- 制約条件
 - 施設の移動経路を巡回路(始発点=終着点)とする.
 - 巡回経路長を L 以内とする.
 - 屈折点数を M とする.

記号の定義

データ

$$I = \{i \mid i = 1, \dots, n\}$$

i : 需要点

$$J = \{j \mid j = 1, \dots, m\}$$

j : 屈折候補点

h_i : 需要点 i の需要量

d_{jk} : jk 間の距離

$$r_{ijk} \begin{cases} 1: jk \text{ のカバー領域に} \\ \quad i \text{ が含まれる} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

変数

$$x_{jk} \begin{cases} 1: jk \text{ が巡回路に選択される} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

$$y_j \begin{cases} 1: j \text{ が屈折点に選択される} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

$$z_i \begin{cases} 1: i \text{ がカバーされる} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

定式化

$$\max. \sum_{i \in I} h_i z_i \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in J} \sum_{k \in J} d_{jk} x_{jk} \leq L \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in J} r_{ijk} x_{jk} \geq z_i \quad (i \in I) \quad (3)$$

$$\sum_{k \in J} x_{jk} = 2y_j \quad (j \in J) \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in J} x_{jk} \leq |S| - 1 \quad (\forall S \subset J, 1 < |S| < M - 1) \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} y_j = M \quad (6)$$

$$x_{jk} \in \{0,1\} \quad (j \in J, k \in J) \quad (7)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad (j \in J) \quad (8)$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad (i \in I) \quad (9)$$

目的関数

- $$\sum_{i \in I} h_i z_i \quad (1)$$

カバー領域に含まれる
需要量の総和

h_i : 需要点 i の需要数

z_i $\begin{cases} 1: i \text{ がカバーされる} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$

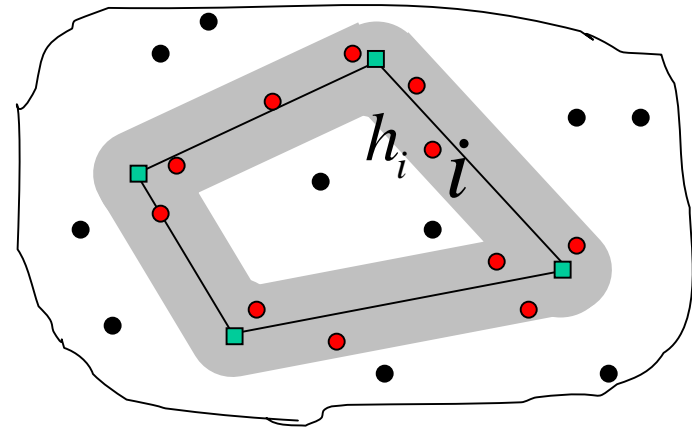


図4.1: 巡回型最大被覆問題

制約式(1)

- $$\sum_{j \in J} \sum_{k \in J} d_{jk} x_{jk} \leq L \quad (2)$$
 巡回路に選択された線分の長さの合計が L 以内である。

- $$\sum_{j \in J} \sum_{k \in J} r_{ijk} x_{jk} \geq z_i \quad (i \in I) \quad (3)$$
 i がカバーされるならば, i をカバーし, かつ巡回路に選択される jk が1以上存在する。

d_{jk} : jk 間の距離
 r_{ijk} $\left\{ \begin{array}{l} 1: jk \text{のカバー領域に} \\ \quad i \text{が含まれる} \\ 0: \text{それ以外} \end{array} \right.$

x_{jk} $\left\{ \begin{array}{l} 1: jk \text{が巡回路に選択される} \\ 0: \text{それ以外} \end{array} \right.$

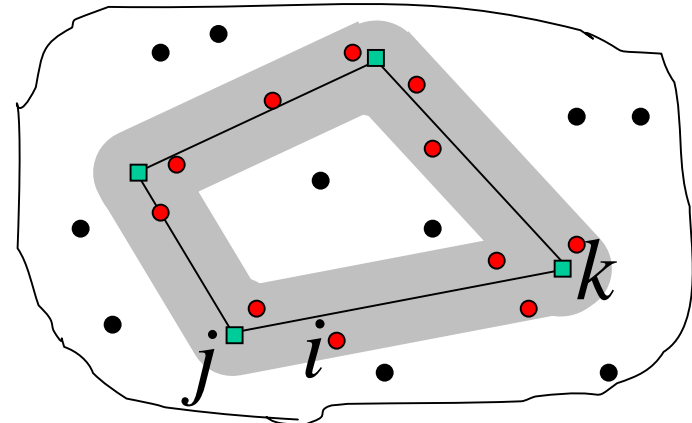


図4.2: 巡回型最大被覆問題 再掲

制約式(2)

- $\sum_{k \in J} x_{jk} = 2y_j \quad (j \in J) \quad (4)$

施設の移動経路は巡回路である。

- $\sum_{j \in J} \sum_{k \in J} x_{jk} \leq |S| - 1 \quad (5)$
 $(\forall S \subset J, 1 < |S| < M - 1)$

部分巡回路を禁止する
 (巡回路はただ一つである)

- $\sum_{j \in J} y_j = M \quad (6)$
 屈折点数はM個である。

$$y_j \begin{cases} 1: j \text{ が屈折点に選択される} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

$$x_{jk} \begin{cases} 1: jk \text{ が巡回路に選択される} \\ 0: \text{それ以外} \end{cases}$$

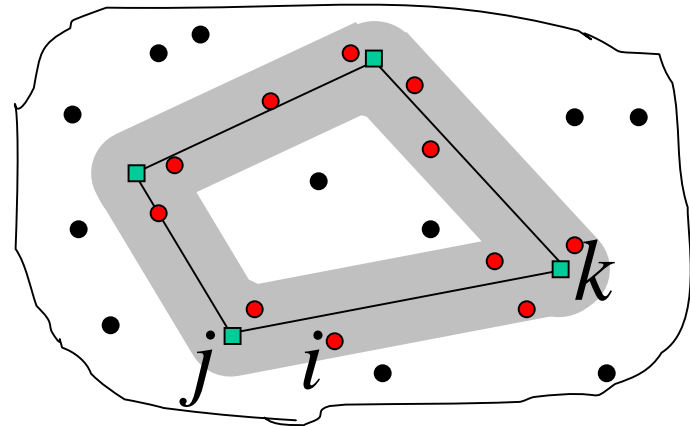


図4.3:巡回型最大被覆問題 再掲

2つのアプローチ

- **厳密解法**
 - 最適解をただ一つ求める解法.
 - 計算量が非常に多く, 現実的な時間で解くのが困難.
- **発見的解法**
 - 計算量が少なく, 短時間で解くことができる.
 - 必ずしも最適解を得られるとは限らないが, 最適解に近い解が得られる可能性がある.

発見的解法

- 局所探索法

- 初期解を与え, 局所的な改善を繰り返し, 改善されなくなった時点で計算を終了.
- 最終的に得られた解を局所最適解という.

対象領域の設定

- 対象領域
 - 一辺の長さ100の正方形
- 需要点
 - 2000個の一様乱数
- 屈折候補点
 - $15 \times 15 = 225$ 個格子点

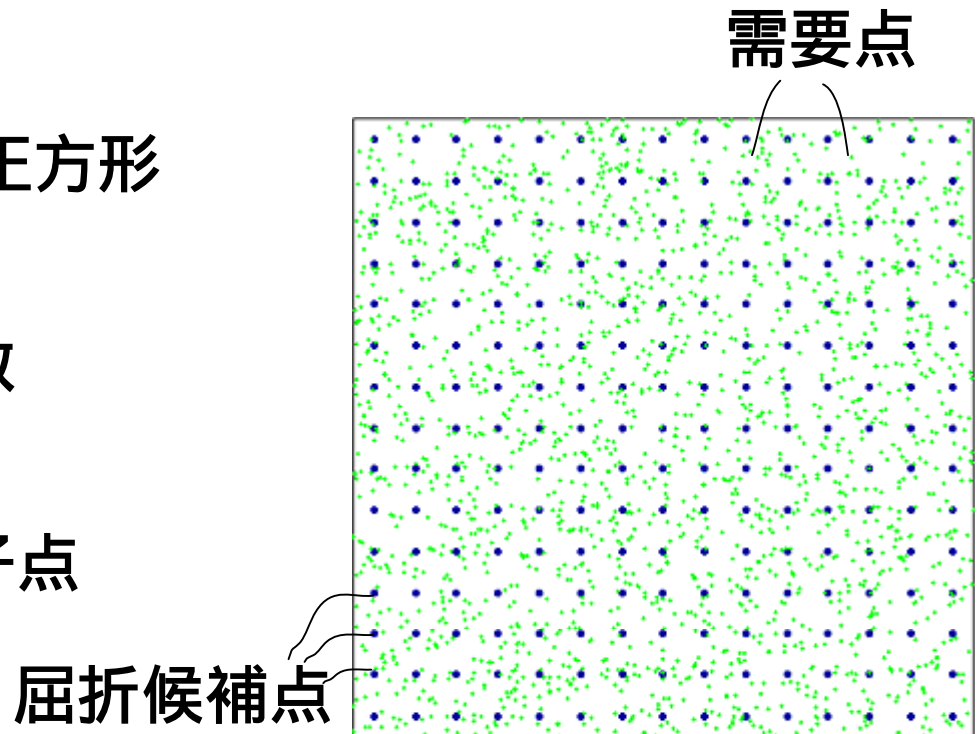


図5.1: 対象領域の設定

発見的解法(1)

- Step1 初期経路(初期解)を与え, 目的関数を求める.
- Step2 現在の解から近傍に含まれる解へ変更した時, 新しい解の目的関数を求める.
- Step3 新しい解の目的関数の中で最大のものに, 解を変更する.

近傍: 現在の解から変更可能な解の集合.

本研究では, いくつかの屈折点を選択し, 選択した屈折点が上, 下, 左, 右, 動かないという5パターンの変更を考える.

選択する屈折点数(更新点数)を変えることで近傍の要素数も変わる.

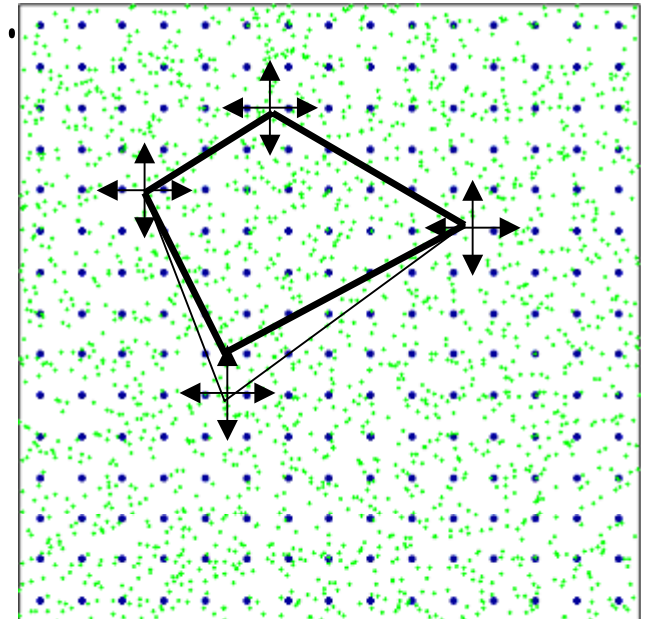


図5.2: 初期解

発見的解法(2)

- Step4 Step3を繰り返す .
- Step5 新しい解の目的関数の中で , 現在の解の目的関数よりも大きいものがないのなら , 現在の解が局所最適解となる .

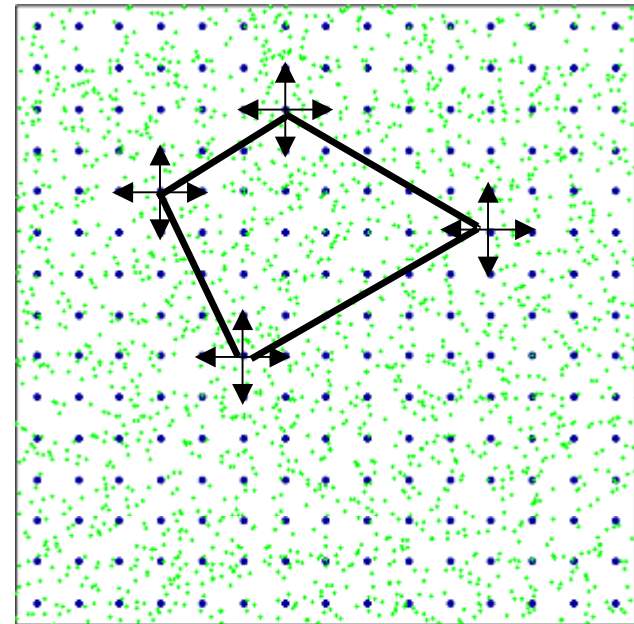
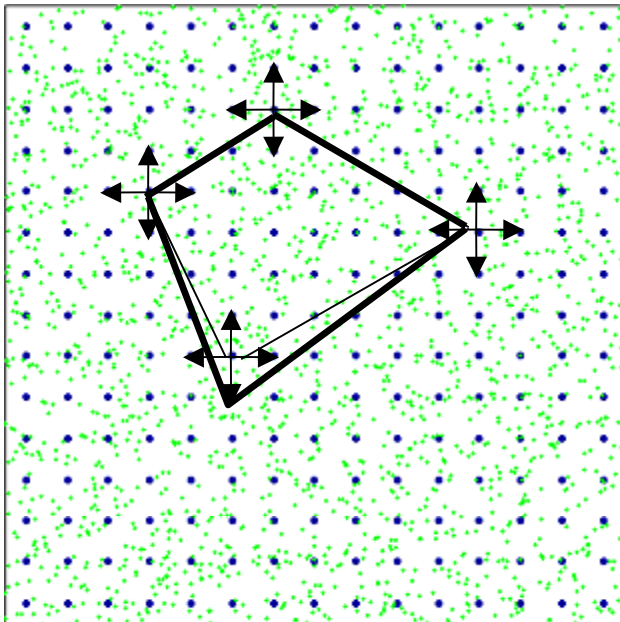


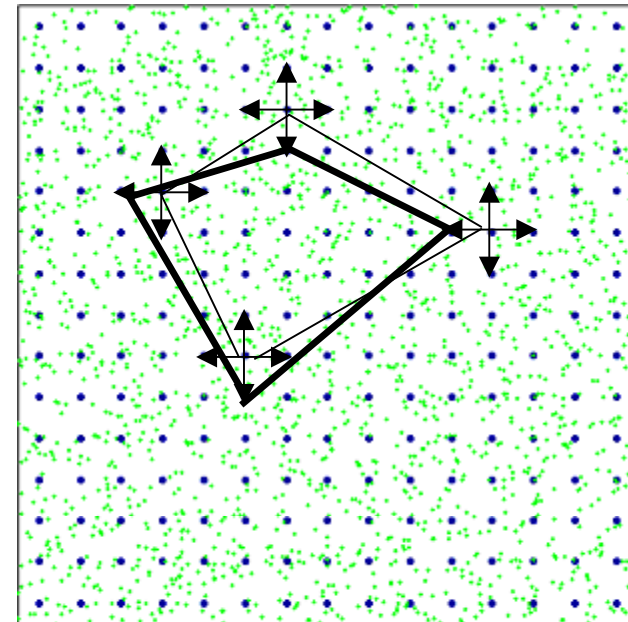
図5.3: 局所最適解

実験概要

- 更新点数を変えると、局所最適解にどのような影響を与えるのかを調べる。
 - 初期解の位置を変えることで、解の動きを調べる。



2007/2/1 図6.1: 更新点数1



卒業研究 図6.2: 更新点数4

状況設定

- 需要量は, 需要点の x 座標の値とする.
(左から右に行くほど需要量を大きくする.)
- 施設の最大巡回経路長は $L=200$ とする.
- 施設から距離 $l=10$ までをサービス可能範囲とする.
- 屈折点数 $M=6$ とする.

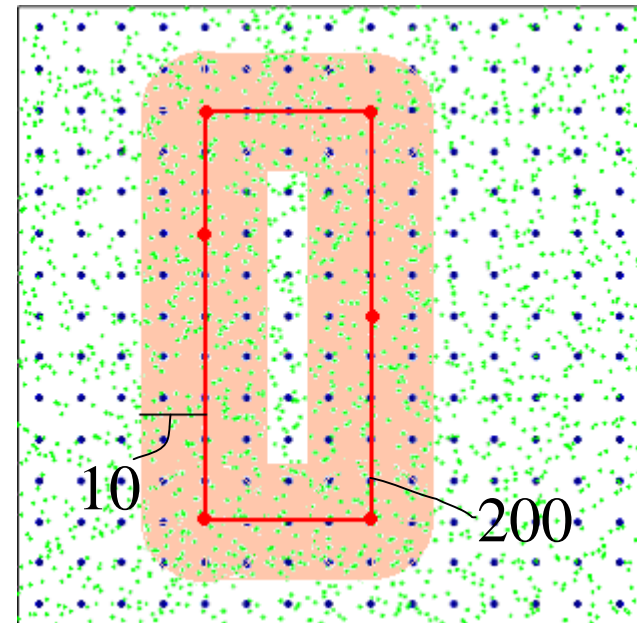


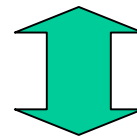
図6.1: 状況設定

更新点数の違いによる影響

表6.2: 一回の更新にかかる時間(秒)

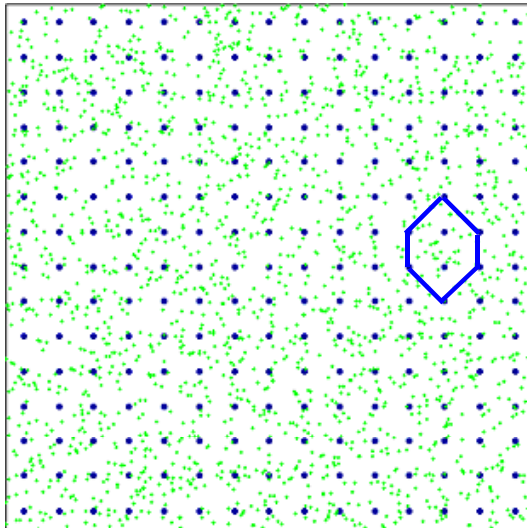
| 更新点数1 | 更新点数2 | 更新点数3 | 更新点数4 | 更新点数5 | 更新点数6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.01 | 0.2 | 1.0 | 2.5 | 5.5 | 5.5 |

計算量が多く、時間がかかる



精度が上がる

初期解の位置を右に設定



目的関数値: 16404

図6.2: 初期解右

表6.3: 局所最適解の目的関数値

| 更新点数1 | 更新点数2 | 更新点数3 | 更新点数4 | 更新点数5 | 更新点数6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 56893 | 60031 | 58768 | 63229 | 62021 | 62806 |

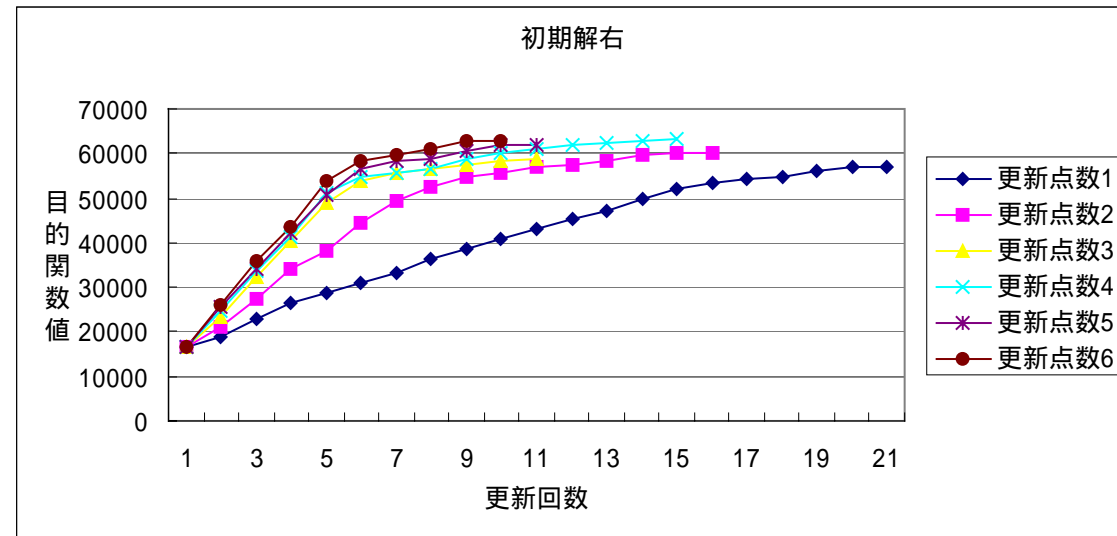
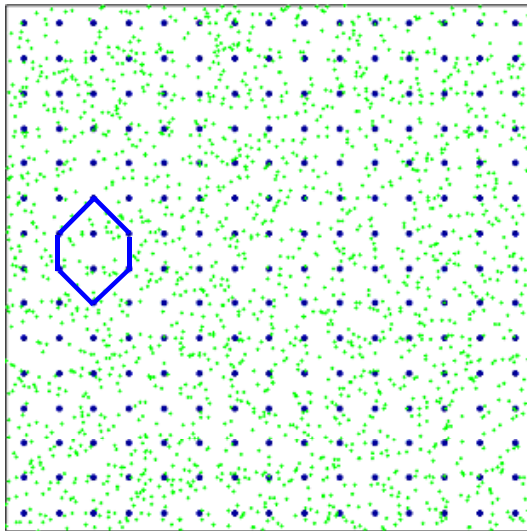


図6.3: 更新ごとの目的関数値

- 更新点数が少ないほど, 更新回数が多い.
- 更新点数ごとに目的関数値にあまり差が無い.

初期解の位置を左に設定



目的関数値: 3151

図6.6: 初期解左

表6.4: 局所最適解の目的関数値

| 更新点数1 | 更新点数2 | 更新点数3 | 更新点数4 | 更新点数5 | 更新点数6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 39660 | 41519 | 52602 | 62353 | 56838 | 62830 |

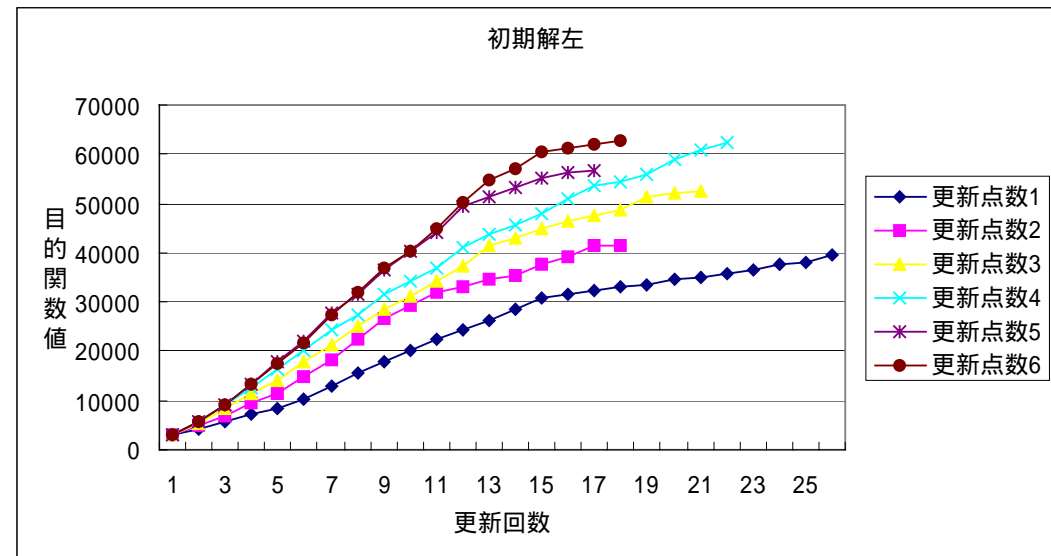
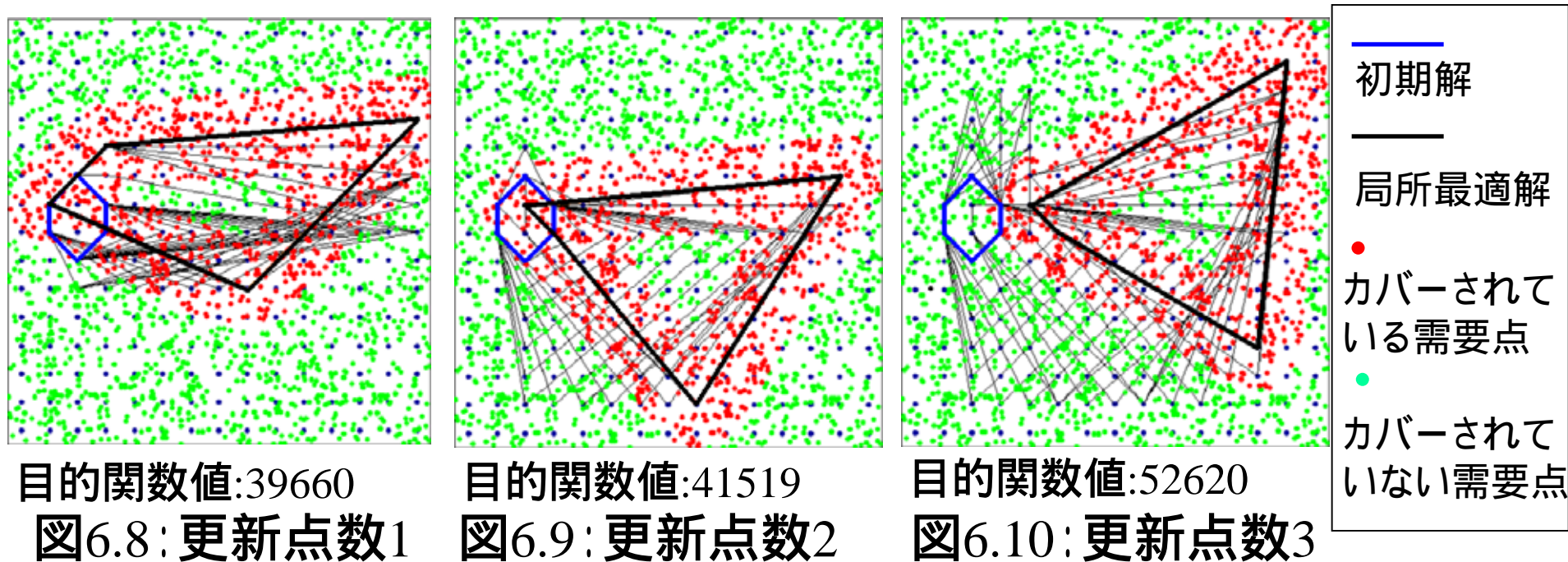


図6.7: 更新ごとの目的関数値

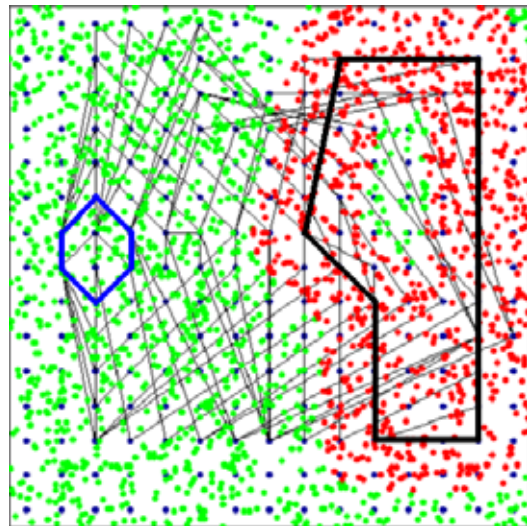
- 更新点数により, 局所最適解の目的関数値に差が見られる.

更新点数1,2,3の場合 初期解左

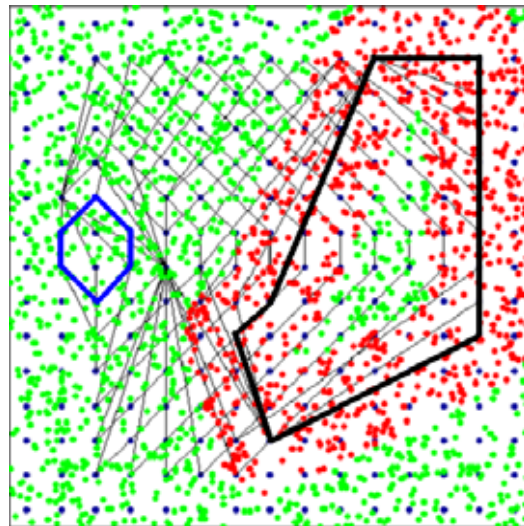


- 需要量の多い右側に解が広がった。
- 局所最適解の一部の屈折点が，初期解付近に残っている。

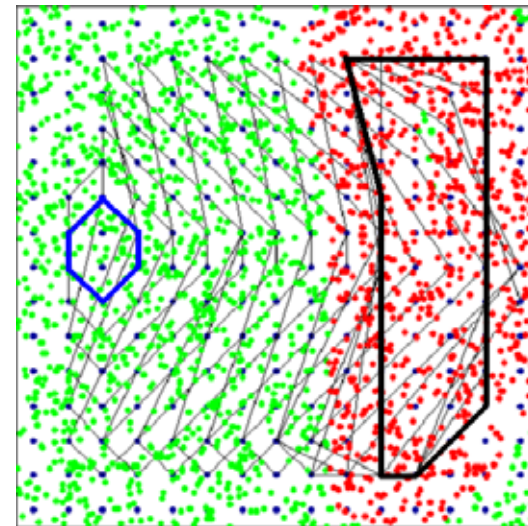
更新点数4,5,6の場合 初期解左



目的関数値:62353



目的関数値:56838



目的関数値:62830

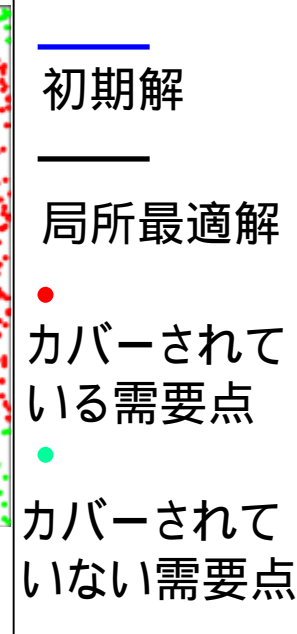


図6.11: 更新点数4

図6.12: 更新点数5

図6.13: 更新点数6

- 解全体が右側に動き, 更新点数が1,2,3のときと比べ, 目的関数値は大きくなった.

考察

- 需要量の多い場所(領域の右側)を巡回路に選択する.
- 更新点数を変えることによって生じる精度の違いが,局所最適解の形状に影響を与えた.
 - 更新点数が1,2,3のときは,精度が悪く,局所最適解の形状も異なった.
 - 更新点数が4,5,6のときは,精度が良く,解全体が需要量の多い場所に移動した.

まとめ

巡回型最大被覆問題を提起し、
数理計画問題として定式化

発見的解法を提案・実装し、
その動作を確認した

今後の課題

- 屈折候補点の与え方や対象領域の設定を変えることによって、解法の特徴を調べる。
- 現実モデルを扱い、施設の移動経路を道路網で考える。

参考文献

- [1] Z.drezner,H.Hamacher:「facility Location」 , Applications and Theory,Springer (2001)
- [2]岡部篤行,鈴木敦夫:
「最適配置の数理」,朝倉書店(2002)

抄録訂正

p.109の下から2行目

(誤) $j = 1, \square, n$

(正) $j = 1, \square, m$

p.111の下から3行目

(誤)以下の

(正)以上の

付録

屈折点数の違いによる 局所最適解

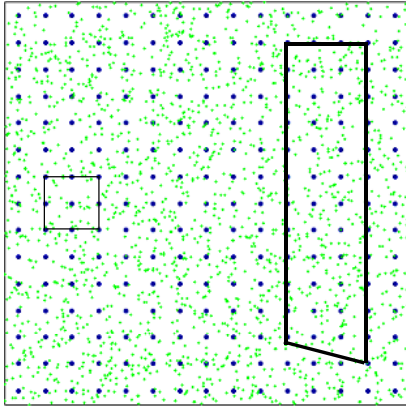


図9: 屈折点数4

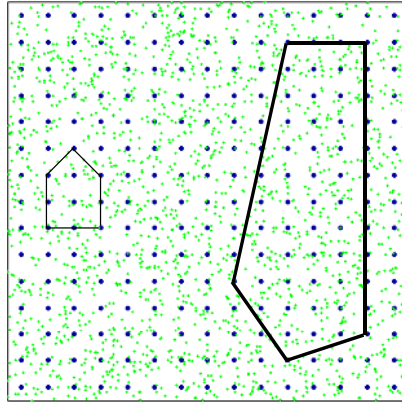


図10: 屈折点数5

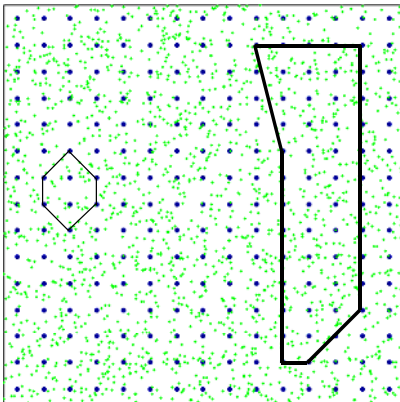


図11: 屈折点数6
2007/2/1

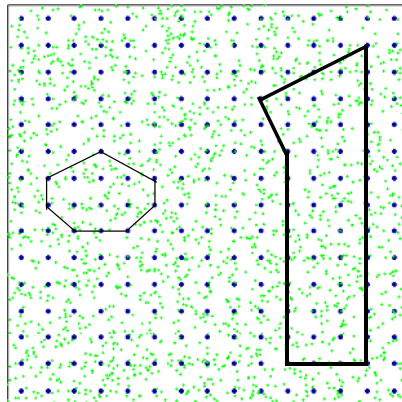


図12: 屈折点数7
卒業研究

- 局所最適解の形状に大きな差はない。

屈折点数の違いによる影響

表9: 局所最適解の目的関数値

| 屈折点4 | 屈折点5 | 屈折点6 | 屈折点7 |
|-------|-------|-------|-------|
| 62135 | 61767 | 63649 | 63148 |

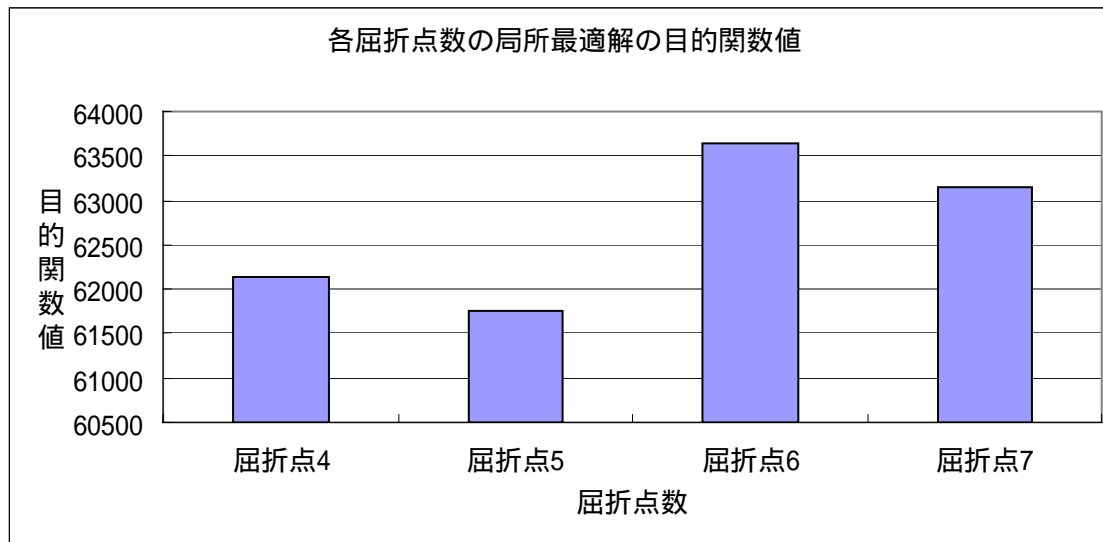


図13: 局所最適解の目的関数値

初期解の位置を中央に設定

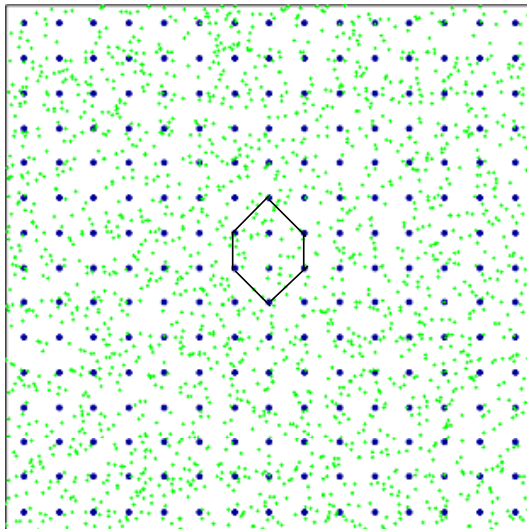


図6.4: 初期解中央

表6.4: 局所最適解の目的関数値

| 更新点数1 | 更新点数2 | 更新点数3 | 更新点数4 | 更新点数5 | 更新点数6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 45370 | 55873 | 56859 | 62253 | 63229 | 62433 |

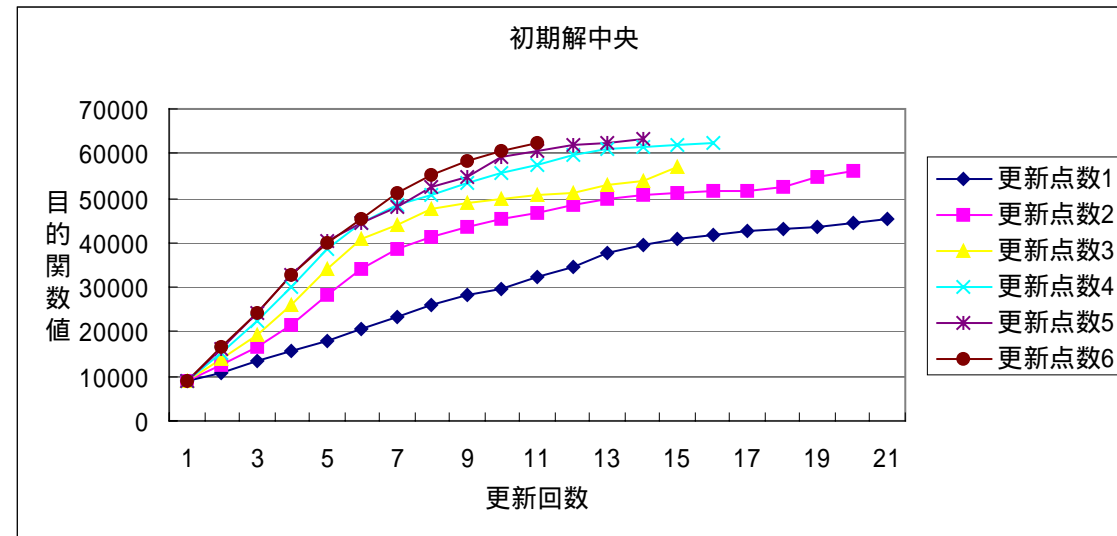


図6.5: 更新ごとの目的関数値

- 更新点数が少ないほど, 更新回数が多い.
- 更新点数が1のときの目的関数値が小さい.