立ち寄り型の最大カバー問題と鉄道網データを用いた分析

森　弘繁　(　沼田　一道　准教授，田中　健一　助教　)

1,実験背景および目的

　オペレーションズ・リサーチの分野では，古くから施設配置に関する研究が行われている．施設配置問題の多くは，出発点から目的地である施設へ直接移動する状況を仮定している．一方で，出発点から目的地に向かう途中で施設に立ち寄る行動を仮定したモデルもいくつか提案されている[1][2]. 前者の問題の代表例として, 最大カバー問題が挙げられる．最大カバー問題とは，施設からの移動コストがある値以下となるような利用者数を最大化するように，指定された数の施設を配置する問題である．Berman[1]は，既存の最大カバー問題を拡張し立ち寄り行動を想定した最大カバー問題を提案している．しかしながら，具体的な数値を用いての実験は行われていない．

　そこで本研究では，ネットワーク上で直接型モデル・立ち寄り型モデルを用いた最大カバー問題の具体的な数値実験を行い，両者の最適配置パターンの比較を行う事を目的とする．

2,最大カバー問題の定式化

　最大カバー問題の定式化を行う．以降では，利用者が出発地を出て直接施設へ向かう場面を想定したものを「直接型」，出発地から着地へ向かう途中，施設へ立ち寄る場面を想定したものを「立ち寄り型」と定義する．

2-1,直接型

　直接型最大カバー問題では，利用者は出発地から施設(着地)へ直接向かう場合を想定する. 直接型の移動コストc_{ik}を出発点から施設までの距離d_{ik}で与える. sはカバー距離を表し，図 1 を参照し,出発地から施設までの距離が一定の値s以下ならば利用者は施設にカバーされると仮定する．h_iはノードiに存在する人口，pは施設数，　r_{ik}はノードiに存在する利用者がノードkに置かれた施設にカバーされる場合(c_{ik}≦s) 1，それ以外は 0 をとる定数である．z_{ij}は利用者が少なくとも 1 つ以上の施設にカバーされる場合 1，それ以外は 0 を表す 0-1 変数である. x_kはノードkに施設が存在する場合は 1, それ以外は 0 を表す 0-1 変数である．以上より最大カバー問題を定式化すると以下のようになる．

$$\text{maximize} \quad \sum_{i=1}^{n} h_i z_i \qquad (2.1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} r_{ik} x_k \geq z_i \qquad (2.2)$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = p \qquad (2.3)$$

$$x_k,\, z_i \in \{0,1\} \qquad (2.4)$$

(2.1)式は目的関数で，施設にカバーされる人数の総和を表している．(2.2)式は，利用者 i をカバーする事ができるノード j に少なくとも 1 つ以上の新規施設を置かなければ，利用者 i はカバーされないことを表す. (2.3)式は配置する施設数の合計が p となることを示す.

2-2,立ち寄り型

立ち寄り型最大カバー問題では，出発点から着地へ向かう利用者(以下flow ij と呼ぶ)が，途中でノードkに置かれた施設へ立ち寄る場合を想定する．移動コストc_{ijk}を，図 2 を参照し以下のように設定する．出発地から施設への距離と施設から着地への距離の和から，出発地から着地までの距離の差をとったものとし，$c_{ijk} = d_{ik} + d_{kj} - d_{ij}$ と定義する．立ち寄りに寄って生じる移動コストc_{ijk}が一定の値s以下であるならば，ノード kに置かれた施設はflow ijをカバーできると仮定する．立ち寄り型は直接型と同様に定式化可能である．h_{ij}はflow ijの人数を表し，pは施設数，r_{ijk}はflow ij がノードkに置かれた施設にカバーされる場合($c_{ijk} \leqq s$)1，それ以外は 0 を表す定数である．z_{ij}はflow ijが少なくとも 1 つ以上の施設にカバーされる場合 1，それ以外は 0 を表す 0-1 変数である．x_kはノードkに施設が存在する場合 1，それ以外は 0 を表す 0-1 変数である．

$$\text{maximize} \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} h_{ij} z_{ij} \qquad (2.5)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k=1}^{n} r_{ijk} x_k \geq z_{ij} \qquad (2.6)$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = p \qquad (2.7)$$

$$x_k, z_{ij} \in \{0,1\} \qquad (2.8)$$

(2,5)式は目的関数で，獲得可能 flow の総和を表す，(2,6)式は，ij 間の flow を獲得できるノード k に少なくとも 1 つ以上の新規施設が置かれなければ，flow ij はカバーされないことを表す．(2,7)式は配置施設数の合計が p であることを示す.

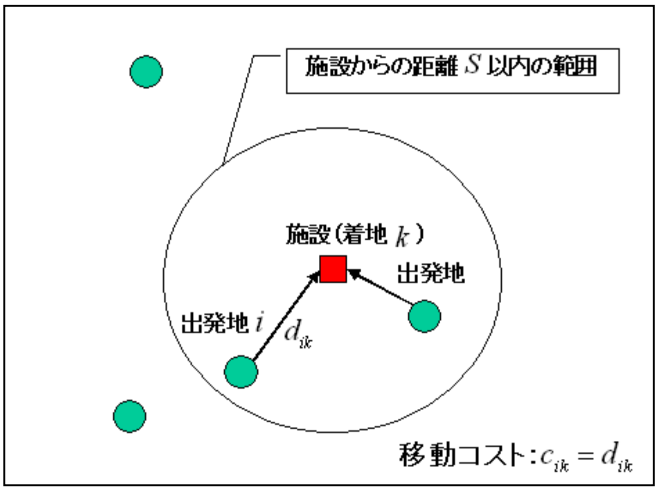

図１：直接型獲得可能領域

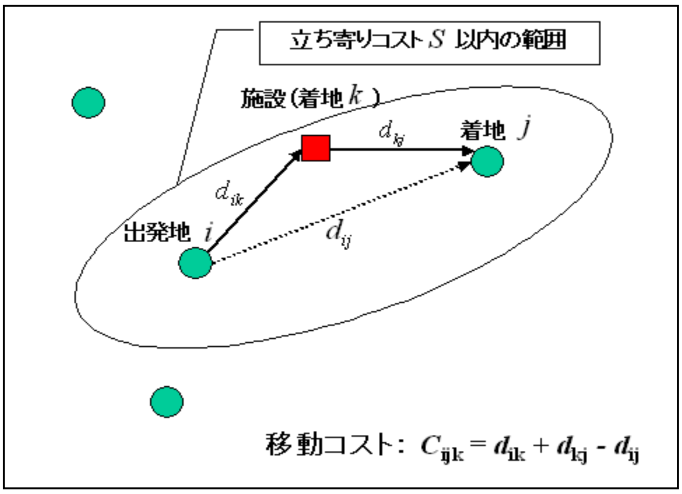

図 2：立ち寄り型獲得可能領域

3,数値実験

鉄道網データを用いた数値例を示す．使用データは以下のようにして作成する：
数値地図 25000（地名・公共施設）より，東京 23 区内の鉄道駅を抽出しネットワークデータを構成する．隣り合う駅間のコストとして，駅間の直線距離を用いる（駅の緯度・経度情報を平面直角座標系に変換して計算する）．

- i 駅から j 駅への移動距離は駅間の最短経路長で与える．その際，駅での待ち時間や乗り換えにかかる時間は無視できるとする．
- 配置する新規施設数を 2 とする．
- 直接型・立ち寄り型それぞれの需要h_i，h_{ij}を 1 とする．
- 実験で使用したネットワーク上で最大となる距離をd_{max}とし､獲得可能となる利用者を，直接型は$s = \alpha d_{max}(0<\alpha<1)$以内である利用者，立ち寄り型は$s = \alpha d_{max}(0<\alpha<1)$以内となる利用者と定義する．

実験は全ての解における目的関数値を評価し，その中で最適解を求めた．結果を以下に示す．図 3，図 4 に$s = 0.13d_{max}$の結果を，図 5，図 6 に$s = 0.25d_{max}$の結果を示す．図内の駅名は最適配置となった駅を，数値はそれぞれの駅が獲得可能な利用者数，両方の駅が獲得可能である利用者数と合計，合計の全体に対する割合を示す．

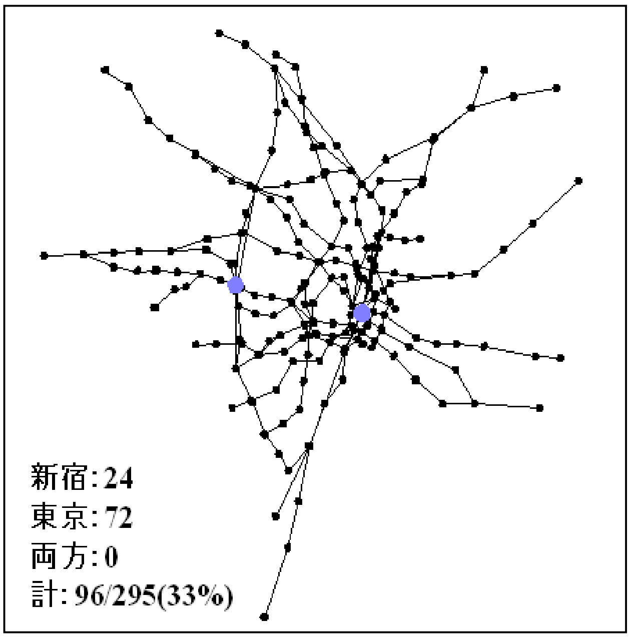

図 3：直接型最適配置($s = 0.13d_{max}$)

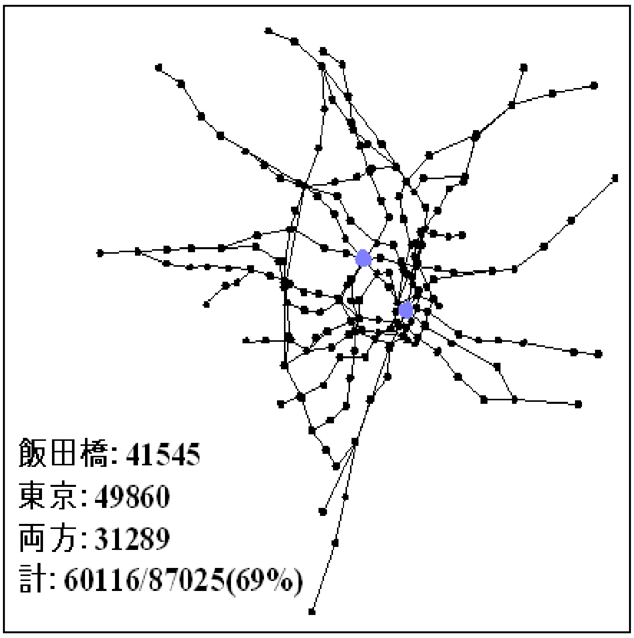

図 4：立ち寄り型最適配置($s = 0.13d_{max}$)

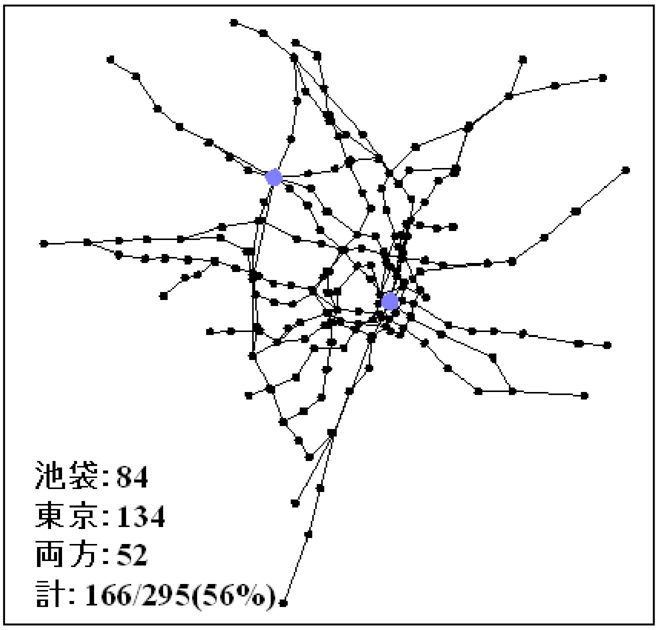

図 5：直接型最適配置（s = 0.25d_{max}）

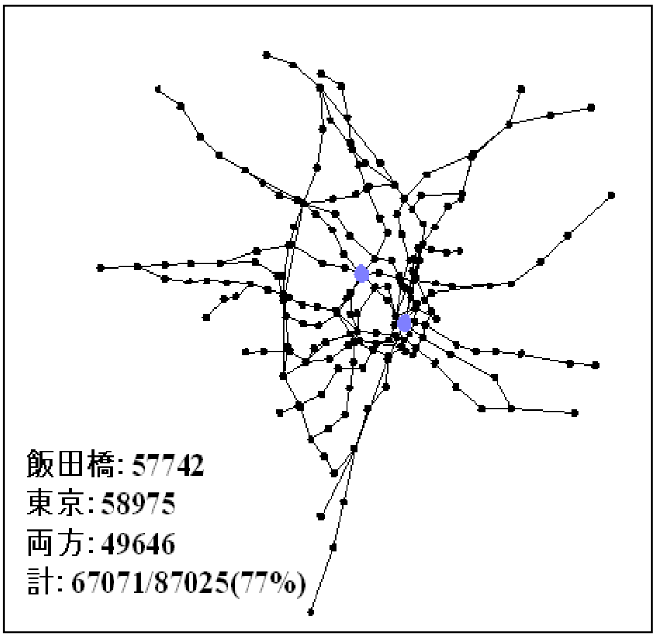

図 6：立ち寄り型最適配置（s = 0.25d_{max}）

4,考察

図 4，図 5 を見ると，直接型に比べて立ち寄り型の方が中心近くに店舗が配置されている様子が分かる．s の値が小さい場合，直接型ではお互いに利用者を取り合わない位置に配置することで，効率的に利用者を獲得することができる．そのため，使用したネットワーク上において最も路線の集中している東京駅に 1 店舗配置して周辺の利用者を確保し，もう 1 店舗を新宿駅に配置することで，全体的に利用者を確保できる配置になったと考えられる．一方，立ち寄り型では 2 店舗とも中心付近に配置された．すべての flow の組み合わせを考えた場合，中心付近はどの地点からでも立ち寄りに掛かるコストが小さいためであると考えられる．制限距離を変化させた図 6，図 7 を見ると，立ち寄り型の配置に変化は見られなかった．つまり東京・飯田橋駅は，制限距離に関わらず立ち寄りやすい駅であると言える．

5,まとめ

今回の実験では，新たに出店する店舗が 2 店舗かつ需要はどのノード・flow も等しいという状況を仮定し実験を行なった．その結果，立ち寄り型では中心付近が最適配置となる事が分かった．しかし実際に新規施設を配置する場合には，各ノードに存在する需要の大小や同時に配置する店舗数等も考慮しなければならない．これらは今後の課題である．

6,参考文献

[1] Berman, O. (1997): Deterministic flow-demand location problem, *Journal of Operational Reserach Society*, Vol. 48, pp. 75-81.

[2] 齋藤 淳(2006)：利用者の立ち寄り行動に着目した新規店舗の最適立地問題，東京理科大学工学研究科修士論文.

[3] 国土地理院(2002)：『数値地図 25000 平成 13 年度版』.