自動倉庫の
入出庫スケジューリング問題
に対する厳密解法

沼田研究室
４４０４０３６ 久保田善経

目次

1. はじめに
2. 提案法の基礎となる定式化
3. 提案する厳密解法
4. 実験と考察
5. まとめ

1. はじめに

大規模な物流センター

- 短時間に多くの品物を正確に処理する必要がある
- その多くは<u>自動倉庫</u>を導入し効率化を図っている

図1.1 自動倉庫の写真

自動倉庫 (Automated Storage/Retrieval System；AS/RS)

立体棚 (storage rack)

- 品物を収納する棚
- 並列に複数設置される

スタッカークレーン(Stacker Crane；SC)

- 品物を指定した場所に自動的に運搬する
- 棚と棚の間の通路に沿って移動可能

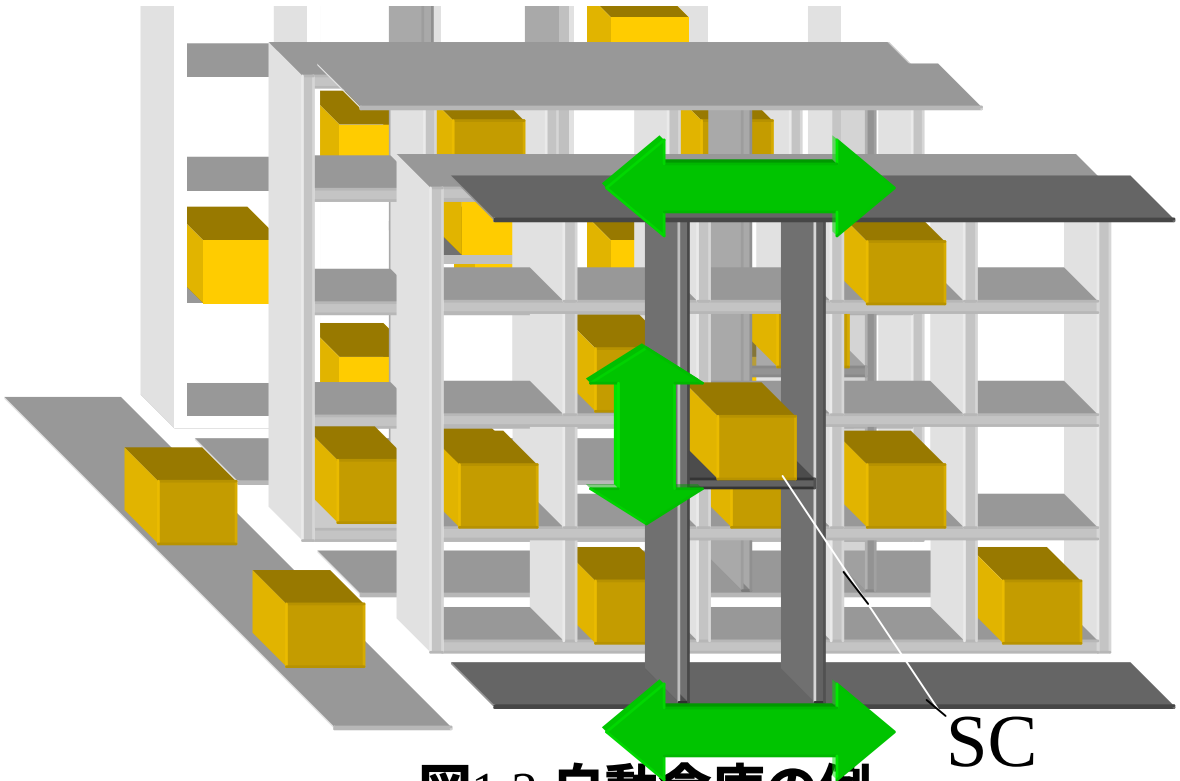


図1.2 自動倉庫の例

自動倉庫はSC1台の運行計画のみ考えれば十分

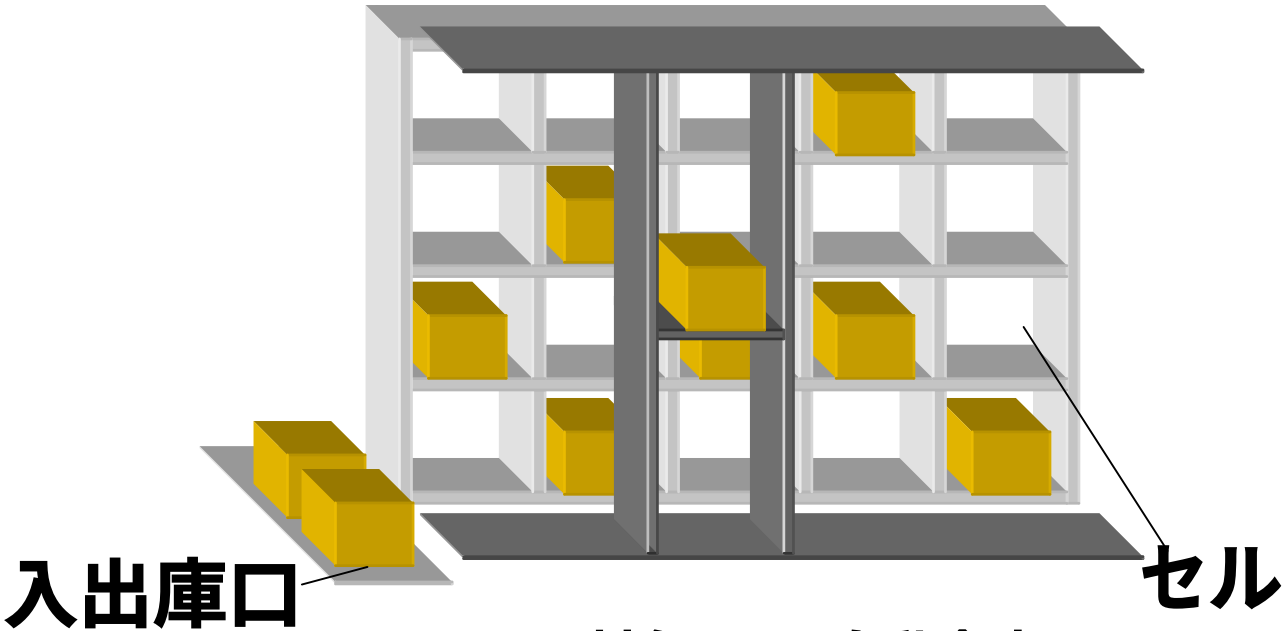


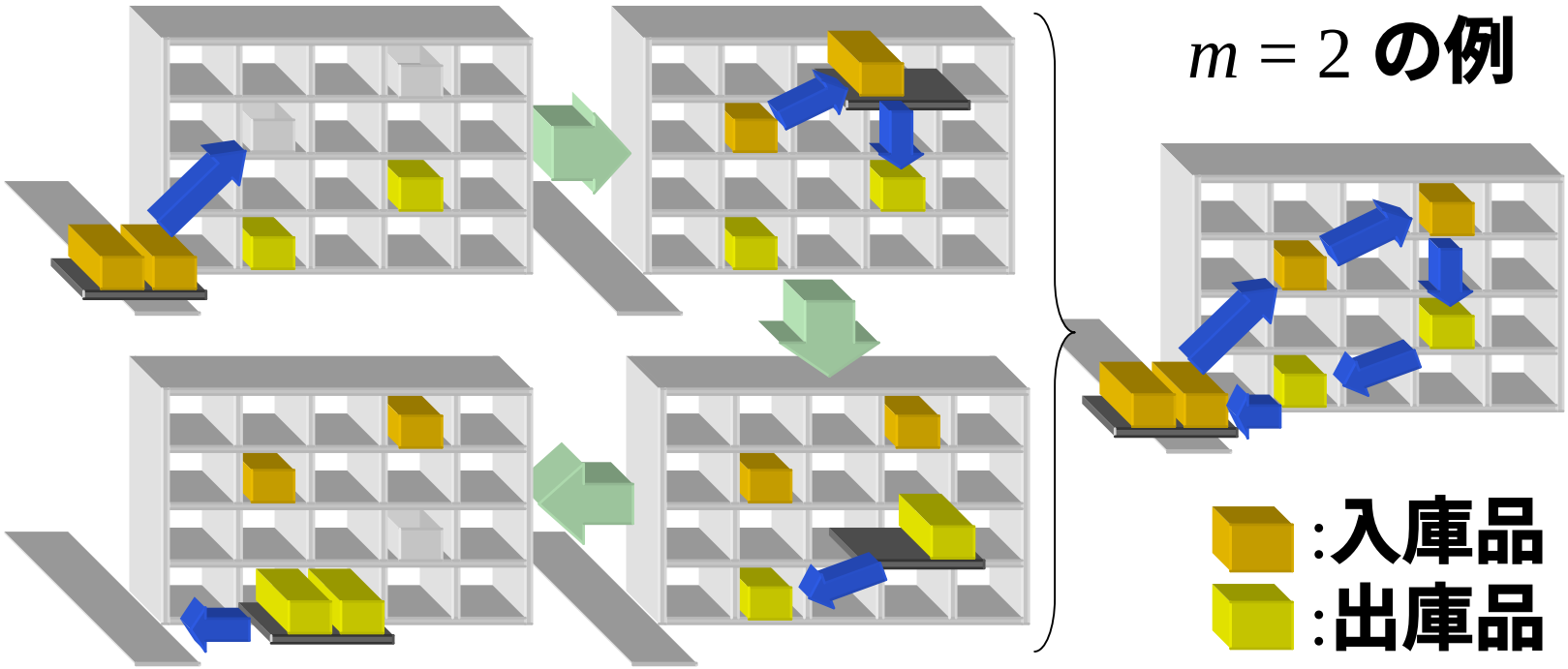
図1.3 対象とする自動倉庫

保管場所指定方式

（各入庫品の収納場所が 決まっている，空きセルである）

SCが同時に載せられる品物の個数

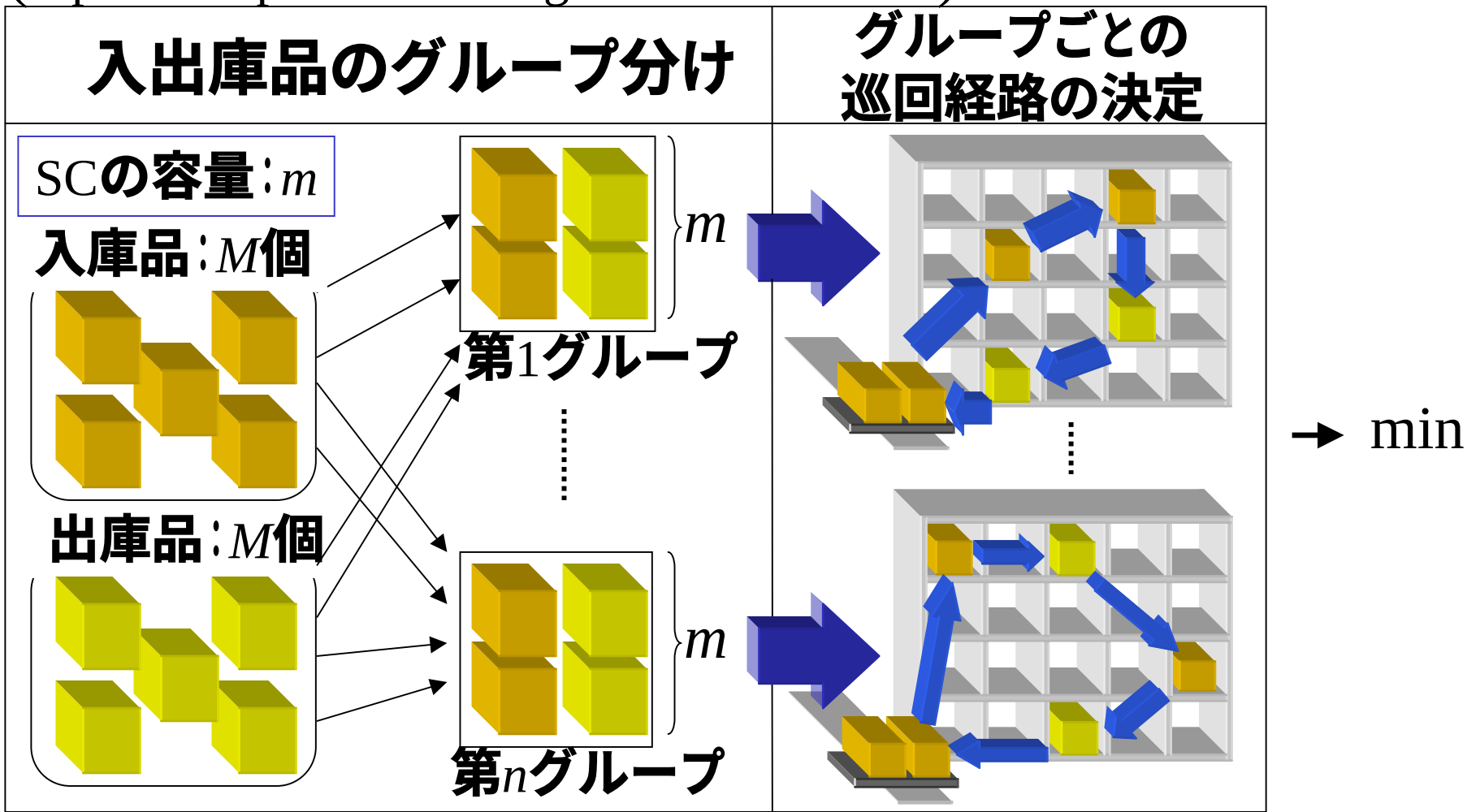
SCの容量mは小さい(2か3程度)ため



何度も巡回を繰り返し処理を行う

うまく組み合わせて短時間で
全ての入出庫要求を処理する必要がある

入出庫スケジューリング問題
(Input / Output Scheduling Problem：IOSP)



※ダミー仕事を追加し，一般性を失うことなく
入出庫品の数は等しく，nは整数と仮定する

：入庫品
：出庫品

IOSPに対する先行研究

- 良い近似解を求めるための発見的解法
  胡ら (2005)：立体自動倉庫における入出庫スケジューリングの最適化 [1]
  濱川ら (2006)：自動倉庫の入出庫スケジューリング問題に対する発見的解法の研究 [4]

- 最適解を求めるための厳密解法
  田中ら (2006)：立体自動倉庫の入出庫スケジューリング問題に対する厳密解法 [2]

文献[2]の解法 (既存解法)の問題点

事後的に解の最適性を保証する解法

➡ 一般的な厳密解法を提案することが必要

本研究の目的

新たな厳密解法を提案し,
既存解法と比較,
今後の検討をすること

2．提案法の基礎となる定式化

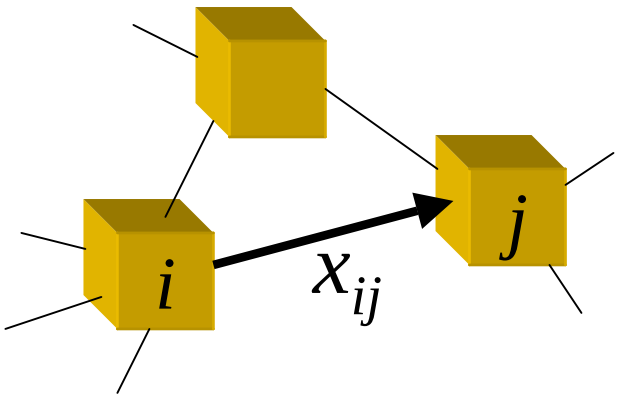
SC：小容量の搬送機

グループごとの最適な巡回経路は
簡単に求解可能

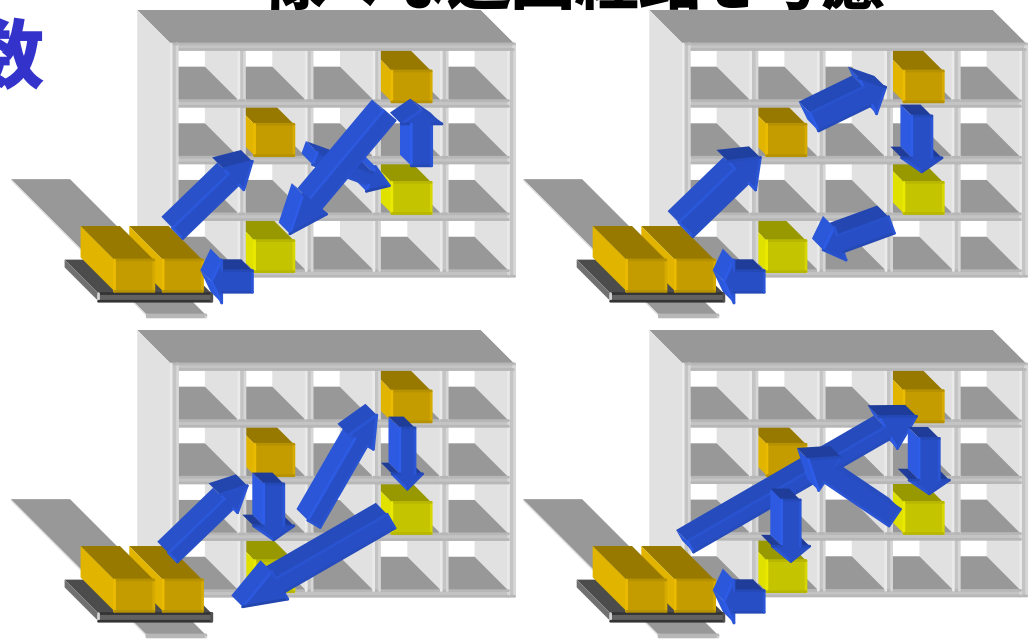
本研究では<u>グループ分け</u>を
中心とする定式化を行う

決定変数の取り方

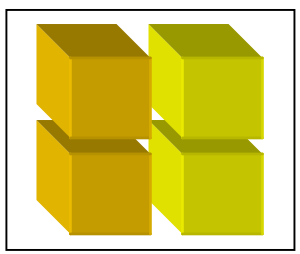
既存解法で用いる変数



同じグループ分けに対し
様々な巡回経路を考慮

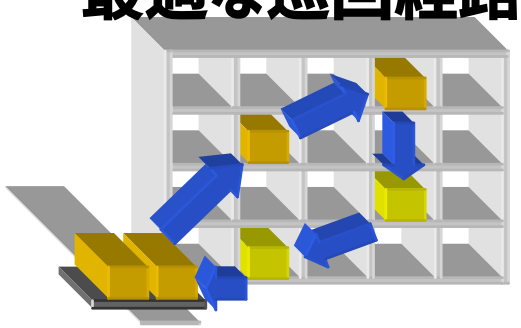


提案法で用いる変数



x_j

最適な巡回経路のみを考慮

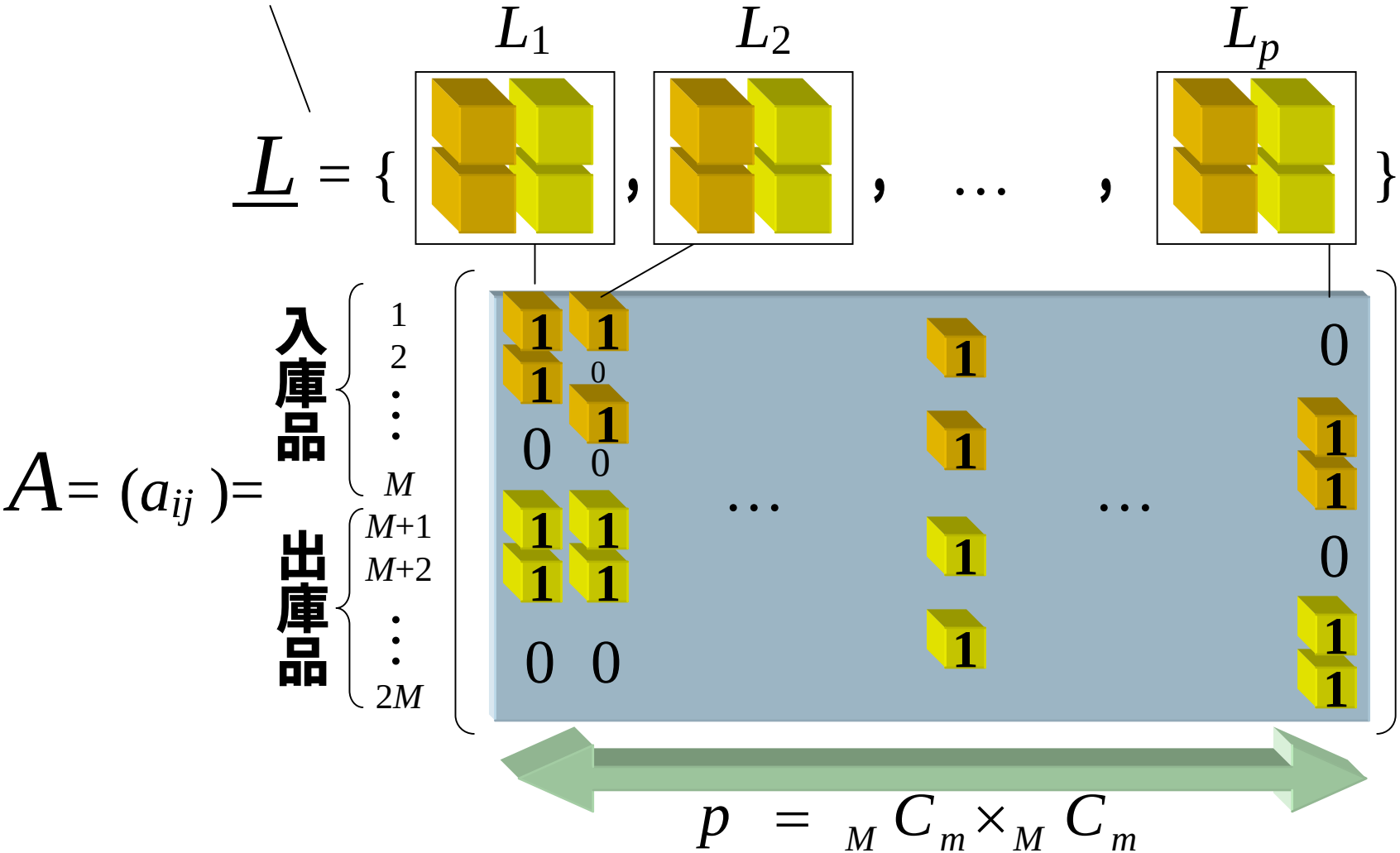


巡回時間：c_j

(:入庫品, :出庫品)

定式化に使う記号

入出庫品 m 個ずつを割り当てたグループ分け全体の集合



集合分割問題として定式化できる

(Set Partitioning Problem：SPP)

$$
(\mathrm{SPP})\left|\begin{array}{lll}
\text{minimize} & \displaystyle\sum_{j=1}^{p} c_j x_j & (1) \\
\text{subject to} & \displaystyle\sum_{j=1}^{p} a_{ij} x_j = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \ldots, 2M\} & (2) \\
 & x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \{1, 2, \ldots, p\} & (3)
\end{array}\right.
$$

(1)式：SCの総巡回時間の最小化

(2)式：全ての入出庫要求は一度ずつ処理されなければならない

(SPP)の特徴

定式化すると決定変数の数が多くなり扱いが困難

(制約条件が横長の形になる)

(SSP)

$$\min \sum c_j x_j$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$$

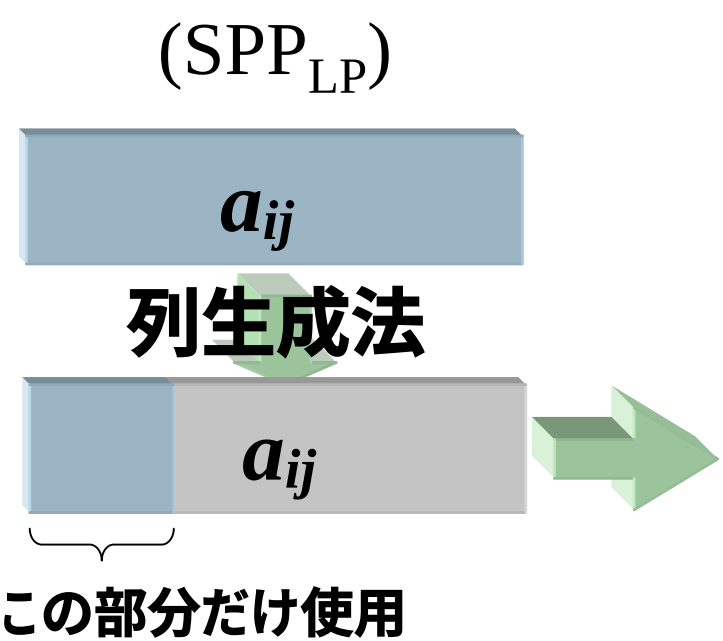
$$x_j \in \{0, 1\}$$

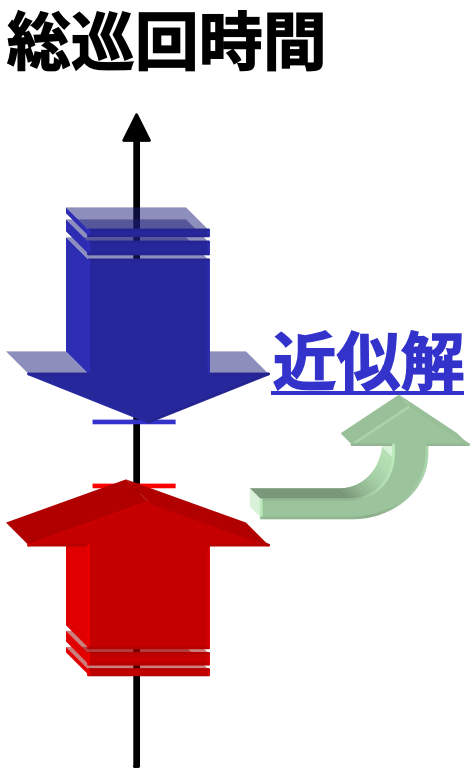
グループ分けの数に対応

連続緩和問題も直接解けない

3．提案する厳密解法

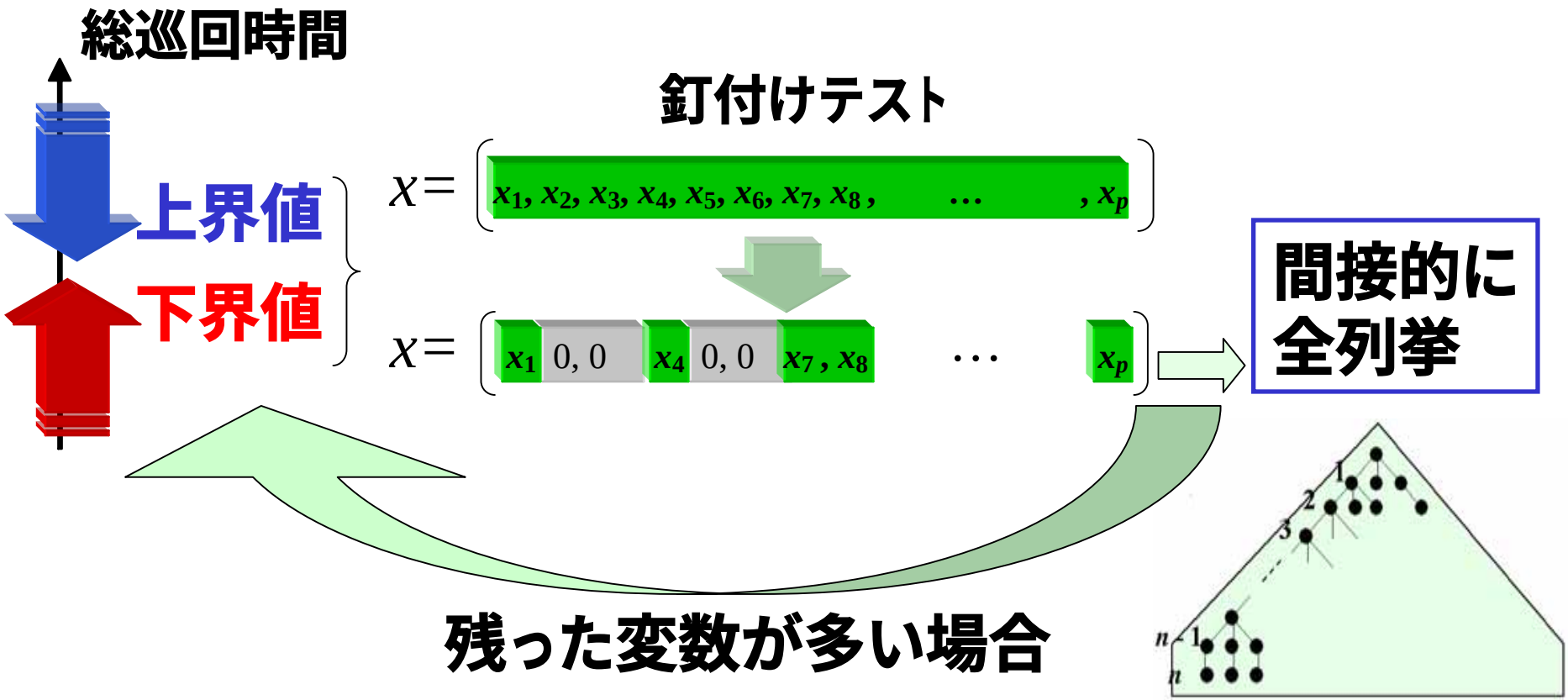
3．1 上下界値の更新
(既存解法と同じ枠組みを採用)





既存解法：近似解を緩和解と一致させ最適解を求めようとするアルゴリズム

3．2 提案法の流れ


総巡回時間
上界値
下界値
釘付けテスト
$x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, \ldots, x_p)$
$x = (x_1\ 0, 0\ x_4\ 0, 0\ x_7, x_8\ \ldots\ x_p)$
間接的に
全列挙
残った変数が多い場合
1
2
3
n-1
n

3．3 導入するカット

原問題(SPP)

$$x_j \in \{\ 0,\ 1\ \}$$

採用しない　**採用する**

連続緩和

緩和問題(SPP_{LP})

$$0 \le x_j \le 1$$

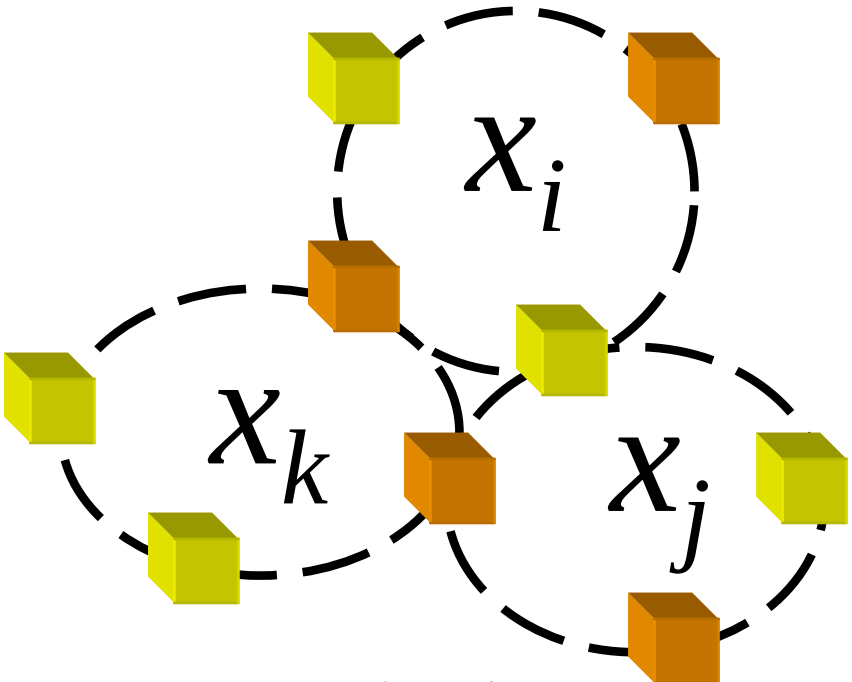


図3.1 **緩和解の一例**

$$x_i + x_j + x_k = 1.5$$

なども許してしまう

$$x_i + x_j + x_k \le 1.0$$

カット

4．実験と考察

自動倉庫に与える条件[1]

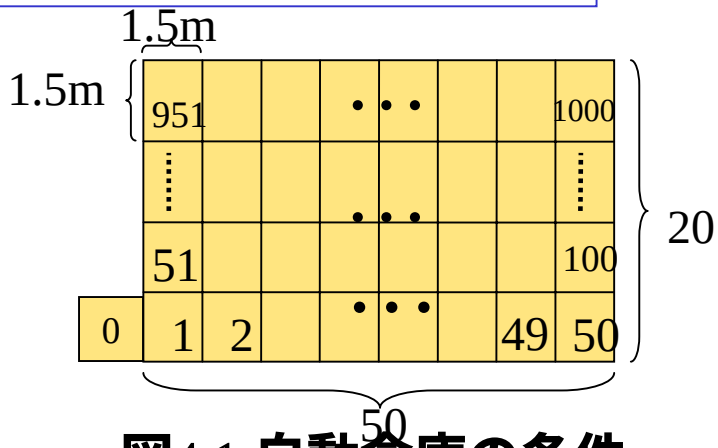


図4.1 自動倉庫の条件

SCに与える条件[1]

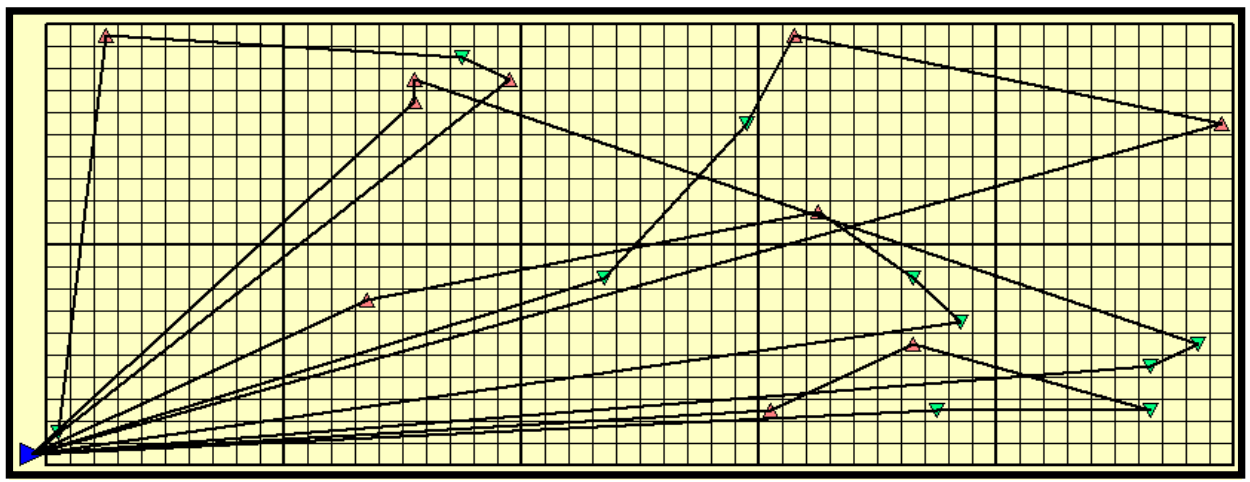
① SCの容量 m は2とする

② 水平方向、垂直方向の最高速度、加速度はそれぞれ

$$V_{X\max} = 1.67[\mathrm{m/s}] \quad a_X = 0.3[\mathrm{m/s^2}]$$

$$V_{Y\max} = 0.5[\mathrm{m/s}] \quad a_Y = 0.3[\mathrm{m/s^2}]$$ とする

③ 水平方向、垂直方法に独立に移動する



提案法のプログラムをDelphi6で作成，実装

文献[2]と同じ例題(各入出庫品数につき10題)を解き比較

表1 実験結果

	既存解法		提案法
入出庫品数	最適解が求まった例題数	time(sec)	実用時間内に最適解が求まった例題数
10	10	0.01	10
20	9	0.18	10
30	4	0.83	8
40	6	1.94	2
50	5	5.86	1
60	4	12.34	1

実験結果から

表2：両解法の比較

	既存解法	提案法
長所	最適解が求まる場合には高速に求めることが出来る	多くの時間を使えば必ず最適解を得ることが出来る
短所	入出庫品の数が多いと最適解が求まらないことがある	入出庫品の数が多いと現実的時間内に最適解が求まらないことが多い

実用面においては提案法は既存解法に劣る

考えられる原因

表3：既存解法の結果　　表4：提案法の結果

入出庫品数	columns	cuts	UB	columns	cuts	UB	除去できる変数の割合
10	45.1	3.7	10	61.1	18.3	6	0.97
20	147.5	107.7	10	190.0	120.0	9	0.92
30	250.9	271.6	10	343.8	223.2	7	0.86
40	347.4	488.5	10	520.0	374.6	5	0.69
50	474.5	687.0	10	711.7	473.5	5	0.56
60	591.3	816.3	10	835.8	659.3	7	0.42

	既存解法	提案法
上下界値の更新	多く見られる	起こりにくい

- 下界値：既存解法が用いるカットの効果が大きい
- 上界値：提案法の近似解生成の解法に改善の余地あり

提案法の利点

グループをまとめて扱う分，変数の数が $\frac{1}{8}$ で済む ($m = 2$の場合)

表5．変数の数の比較

入出庫品数	10	20	30	40	50	60
既存解法の変数の数	16200	288000	1513800	4867200	12005000	25063200
提案法の変数の数	2025	36100	189225	608400	1500625	3132900

$\frac{1}{8}$

新しい厳密解法のアイデア

- 既存解法で上下界値を求め
- 提案法で釘付けテストを施し最適解を求める

両方の解法の長所を活かせるのでは

5．まとめ

- 文献[2]で提案された既存解法の問題点を指摘
- IOSPに対する一般的な厳密解法を提案
- 実用面では既存解法の性能に及ばないが別のアプローチを適用しその可能性を検証した点で意義がある

<u>今後の課題</u>

上界値の更新を強化し，提案法を改善すること

参考文献

[1] 胡 貴彦,木瀬 洋,徐 悦東(2005)：“立体自動倉庫における入出庫スケジューリングの最適化” システム制御情報学会論文誌 Vol.18,No4,pp.156-163

[2] 田中 俊二, 荒木 光彦(2006)：“立体自動倉庫の入出庫スケジューリング問題に対する厳密解法”,計測自動制御学会論文集 Vol.42,No9,pp.1058-1066.

[3] 田中 俊二, 木瀬 洋 (2006)：“自動倉庫システムにおけるスケジューリング問題” システム/制御/情報 Vol.50,No11,pp.418-423

[4] 濱川 大志, 沼田 一道 (2006):“自動倉庫の入出庫スケジューリング問題に対する発見的解法の研究”, 平成18年度東京理科大学修士論文

[5] 今野 浩, 鈴木 久敏 編(1982)：「整数計画法と組合せ最適化」日科技連

[6] 福島 雅夫 システム制御情報学会 編(1996)：「数理計画入門」朝倉書店

[7] (1989)：「機械工学便覧 C編(エンジニアリング編) C3 運搬機械」(社)日本機械学会

[8] (2006): GNU Linear Programming Kit Reference Manual Version 4.9

抄録訂正

P103 19**行目 順回 → 巡回**

付録：初期列の生成

単純な貪欲解法を用いて実行可能解を生成する

初期列の生成[2]

第1巡回：入出庫口→13　t_1

第2巡回：入出庫口→3→11　t_2

第3巡回：入出庫口→1　t_3

⋮　⋮

第n巡回：入出庫口→7→2　t_n

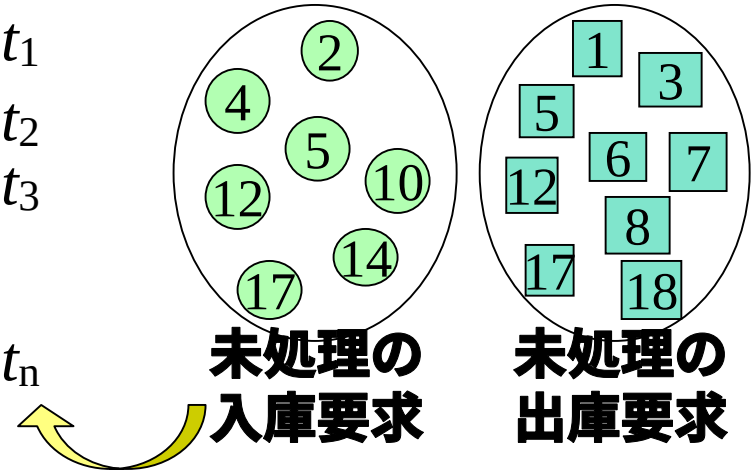


図3.2 初期列の生成

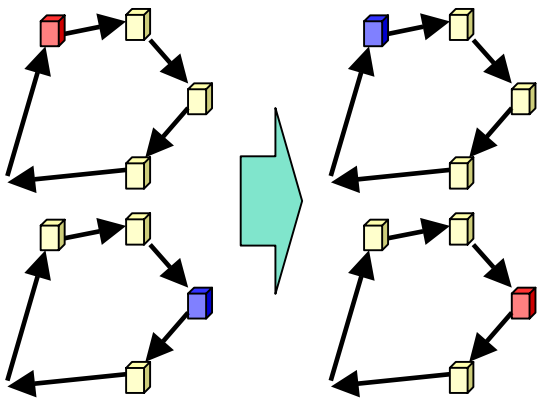
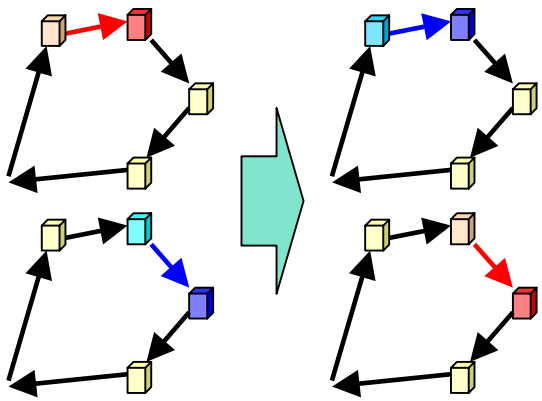
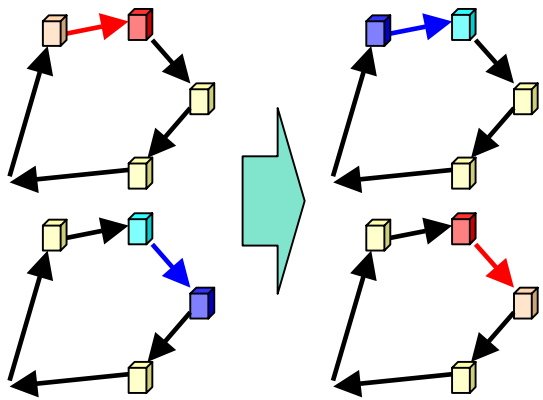
t_iの総和が最小になるように未処理の仕事を一つずつ追加

巡回の逆順に後ろから決定していく方法も適用し，
局所探索を適応し評価の良い方を採用する

付録：局所探索法

初期実行可能解を生成し、以下の近傍を探索していき
改良を繰り返して良い上界値を得る

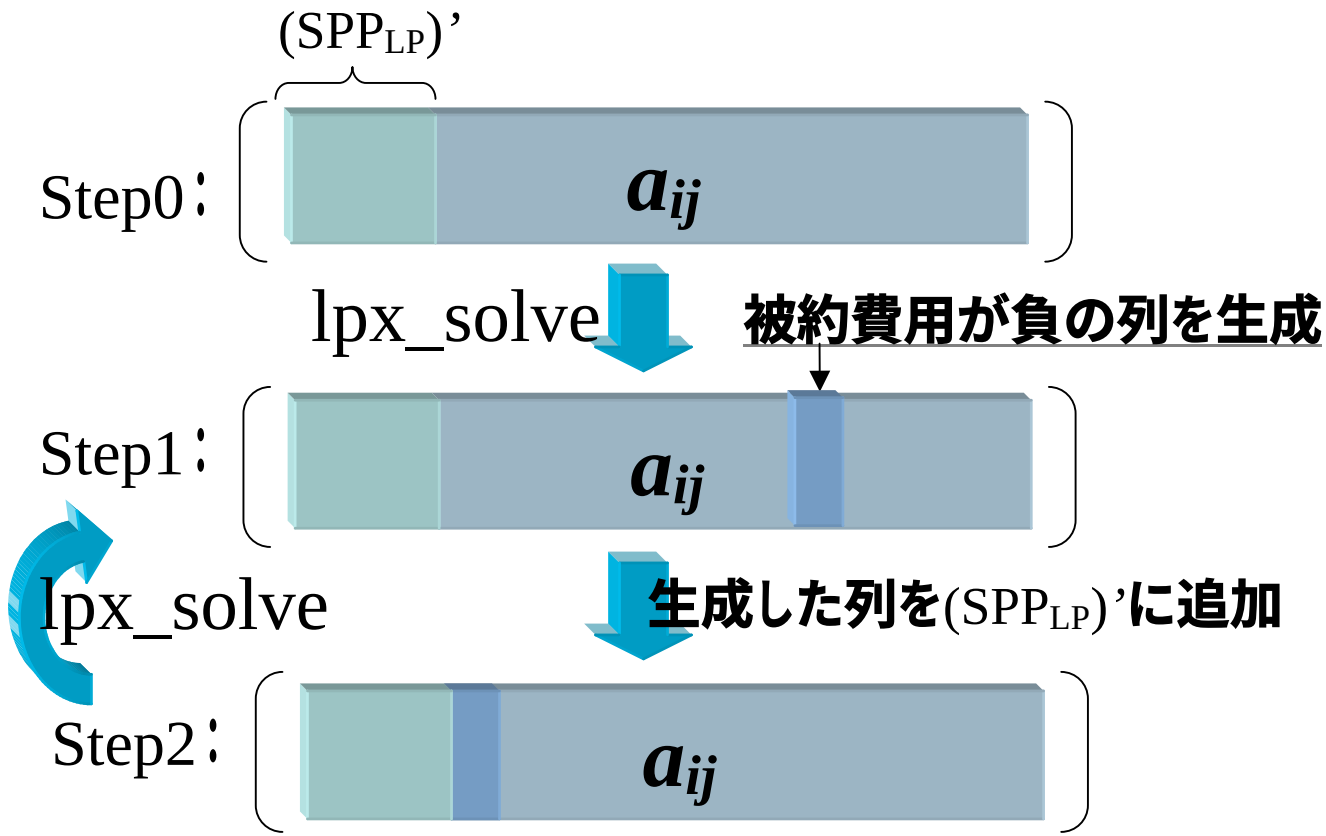
表3.1 局所探索における近傍 [2]

1. 節点交換近傍 2つの巡回で節点を交換	2. 枝交換近傍 2つの巡回で枝を交換	3. 枝反転交換近傍 2つの巡回で枝を逆向きに交換
		

付録　下界値の計算

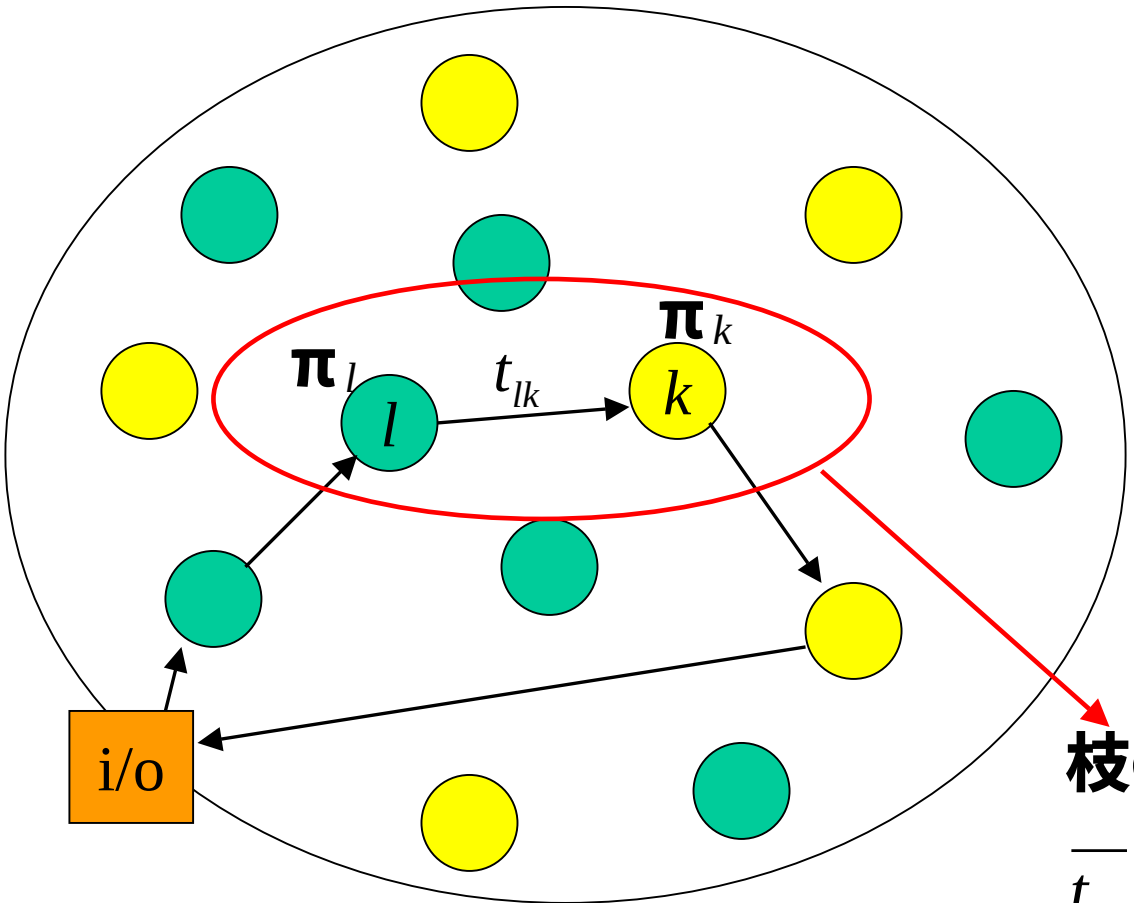
列生成法

適当な実行可能解を見つけ$(SPP_{LP})'$ **とする**



付録：列生成法における列の生成方法

枝の被約費用を利用してカラムジェネレーションを行う



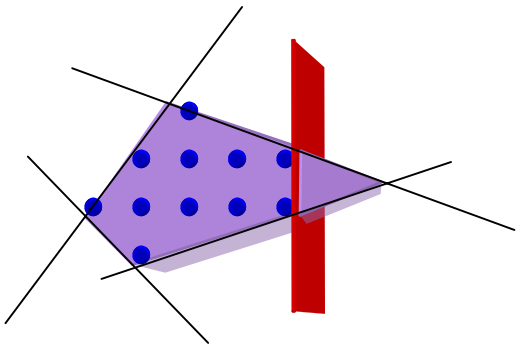
:入庫品

:出庫品

枝の被約費用：$\overline{t_{lk}}$

$$\overline{t_{lk}} = t_{lk} - \frac{\pi_l}{2} - \frac{\pi_k}{2}$$

付録 カットの追加



：カット

：緩和問題の
実行可能領域

：実際の実行可能領域

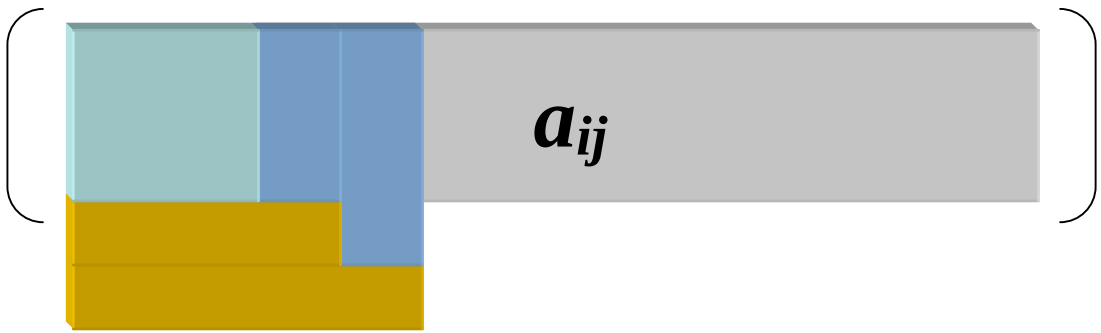
提案法で用いる制約条件

グループ分けの特徴を活かしたカットを導入し追加

既存解法が用いる制約条件

巡回経路に関するカットを自動的に生成
するソフトを用いて下界値の強化を図っている

付録：列生成とカット生成



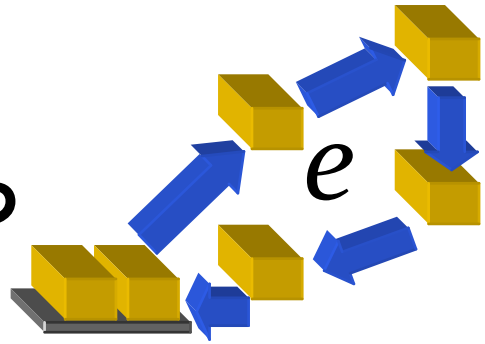
Step0 : 適当な実行可能解を生成.
Step1 : 列生成法を実行. 生成されればStep2へ
生成されなければ終了
Step2 : カット生成を実行. 生成されればStep1へ
生成されなければ終了

付録　上界値の計算

緩和解から利用する情報

提案法

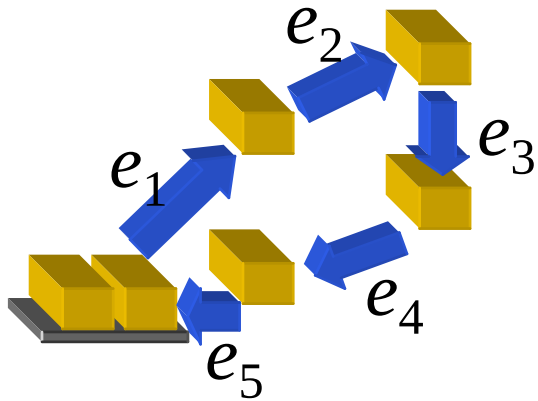
緩和解において非零の値を持つ
<u>グループ分け</u>に重みを付ける



実行可能解を生成

既存解法

<u>各仕事間の枝</u>に重みを付ける



付録：問題規模の縮小

釘付けテスト

総巡回時間

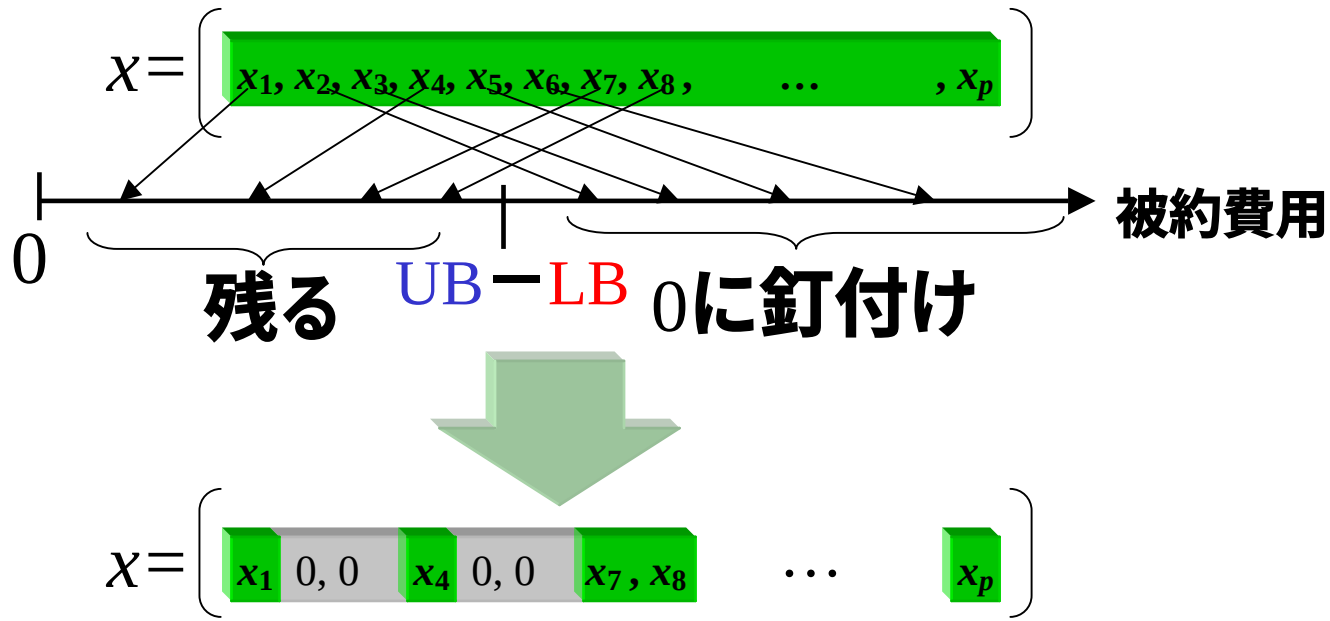
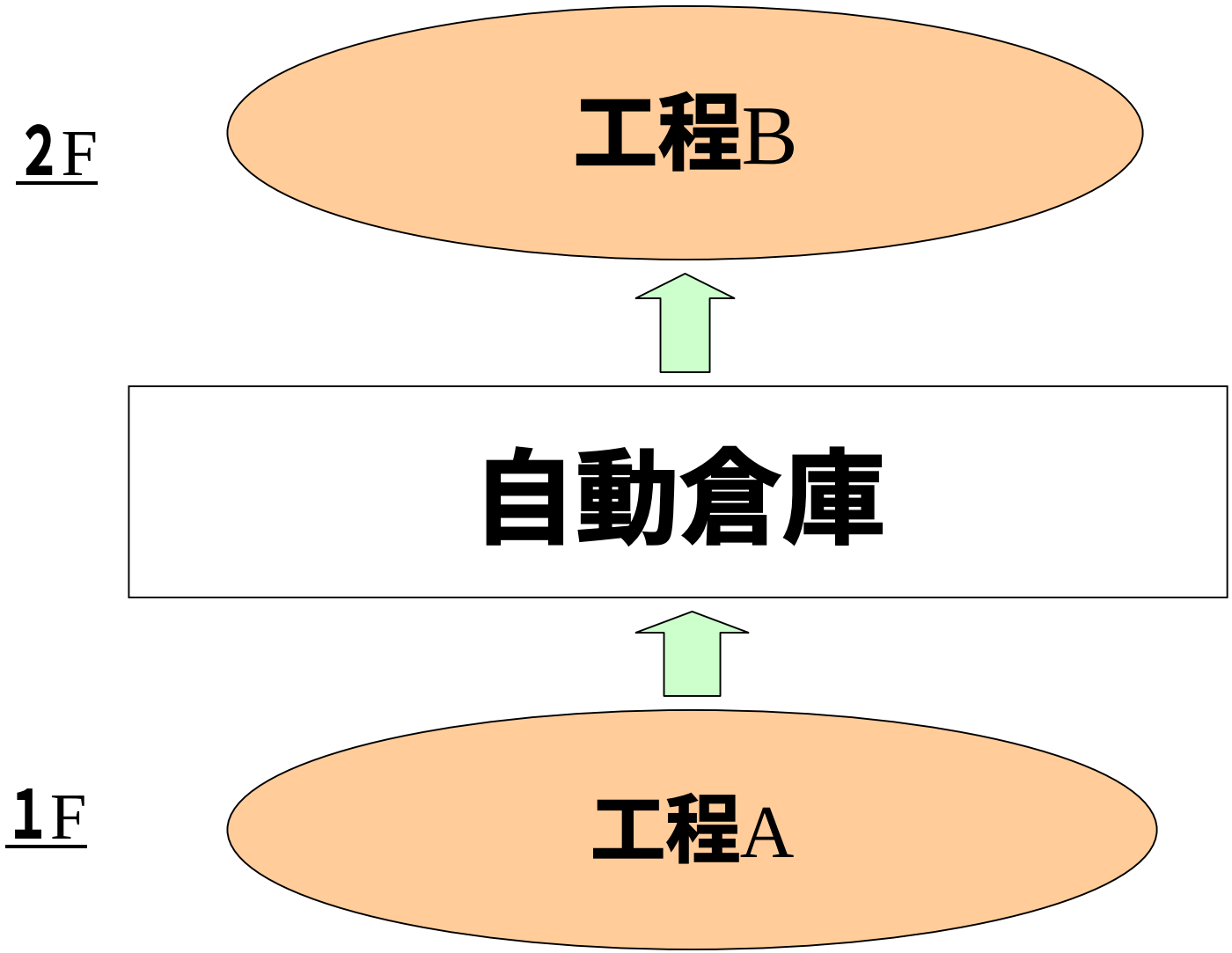
上界値(UB)

下界値(LB)

$\pi_j \geqq$ UB − LB ⇒ 0 に釘付け (削除)

$\pi_j <$ UB − LB ⇒ 採用されるかも知れない

※ π_j ；列 a_j の被約費用



付録 インテリジェンス自動倉庫