パス長制約付き総アクセスコスト最小化問題に対する発見的解法の提案

堀江　祐介　（沼田　一道　准教授）

1　研究概要

1.1　研究背景

数理計画法において施設配置問題は代表的な問題として研究されてきた．施設とは，ある需要に対してサービスを提供するための建物や設備を指す．その目的に応じて施設の形状は異なり，例えば電車路線や石油のパイプラインの場合，施設全体は線として捉えられる．これらの線施設の場合，初期投資が大きく，配置後の変更が困難なので，小さな無駄であっても，長期間利用されることにより大きな損失をもたらす．そのため，計画に要する時間が大きくても，出来るだけ優れた配置場所を求めることが望まれる．

1.2　対象とする問題

本研究では，平面上に需要量を持つ点が存在し，そこに 1 本のパスを配置するモデルを扱う．配置計画の目的を，各点と施設までの距離の総和（以下総アクセスコスト）を出来るだけ小さくすることとする．また，配置するパスの長さに制約がある状況を考える（以下許容パス長）．この問題は文献[1]で取り上げられ，パス長制約付き総アクセスコスト最小化問題（Bounded Length Median Path Problem, 以下 BLMPP）と呼ばれている．

1.3　研究目的

BLMPP を解く上での重要な点は，総アクセスコストとパス長である．文献[1]では，2 つの発見的解法（以下既存解法）を提案している．既存解法は“パス長”，“総アクセスコスト”の順に考慮しているため，実行可能性を優先したものである．本研究では“総アクセスコスト”，“パス長”の順に考慮して，最適性を優先した解法（以下提案解法）を提案する．具体的な方法としては，BLMPP と古典的な施設配置問題である p メディアン問題との類似性に着目する．

2　問題の定義

2.1　状況設定

図 1 のように，平面上に n 個の点 $V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$ が存在し，v_i は需要量を w_i を持つ．v_i と v_j の距離を d_{ij} とする．パスにおける両端点 v_o，$v_d\,(\in V)$ は所与のものとする．また，許容パス長を b とする．

2.2　定式化

BLMPP では，V からいくつかの点を選び，v_o と v_d を両端点とするようなパスを配置する．そのため，パス上の点（以下パス点）の集合を X とおく．BLMPP では，パス点の個数 $|X|$ は固定されていない．X の全点をつなぐ最短パスの長さを $l(X)$ とする．この問題では，それぞれの点が最寄のパス点にてサービスを受けると仮定する．したがって，v_i の最寄りのパス点が v_j である場合，アクセスコストは $w_i \times d_{ij}$ と表せる．以上より，総アクセスコストを $c(X)$ とすると，以下のように定式化できる．

$$
\left|\begin{array}{lll}
\text{minmize} & c(X) & (1)\\
\text{subject to} & l(X)\le b & (2)\\
 & X\subset V,\quad v_o,v_d\in X & (3)
\end{array}\right.
$$

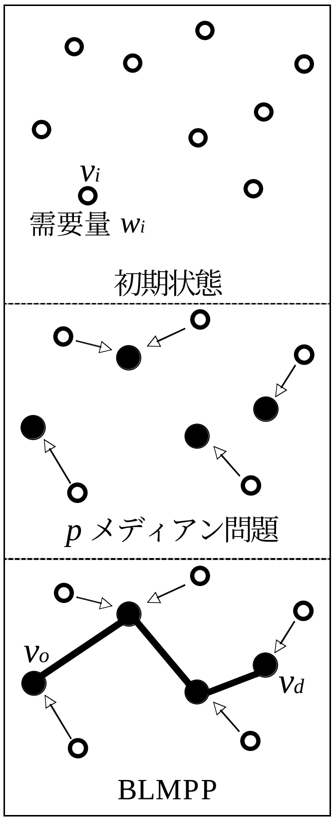


図 1：2 つの問題の類似性

3 既存解法[1]

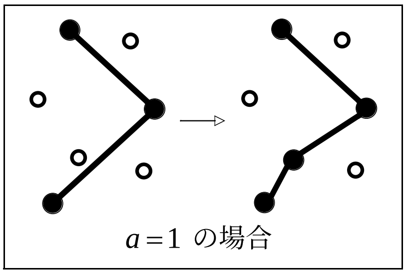


図 2：既存解法での局所探索

既存解法では, パスの局所的な改善を繰り返していく局所探索を基本とした 2 つのメタ戦略を提案している．まず，初期解を v_o と v_d の 2 点のみをつないだパスする．局所探索のための近傍は, 現状のパスから連続する a 本の部分パスを取り除き, 元のものと異なる最短の部分パスでつないだパスの集合としている．ここでの a は $|X|$ に依存する一様乱数である．また，$l(X)>b$ となるパスには推移しない．このように，既存解法における初期解と近傍は“パス長”に重点を置いたものとしている．次に 2 つのメタ戦略を記述する．

1 つ目はタブー探索法（Tabu Search，以下 TS）を用いた解法である．この解法では，過去に取り除いた部分パスを一定期間使用することを禁止する．この条件のもと，近傍内で総アクセスコストが最小になるようなパスに推移していく．

2 つ目は閾値受理法（Old Bachelor Acceptance，以下 OBA）を用いた解法である．この解法では，近傍内からパスをランダムに１つ選び，そのパスにおける総アクセスコストの値と，現状のパスの総アクセスコストを閾値分だけ改悪した値とを比較する．改善されている場合のみ新たなパスに推移する．閾値は探索の繰り返し回数や，パスの推移状況に依存するパラメータである．

4 提案解法

4.1 BLMPP と p メディアン問題の類似性

BLMPP は施設配置の代表的な問題である p メディアン問題と類似性を持つ． p メディアン問題とは, ある地域に総アクセスコストが最小になるように p 個の点施設を選択する NP 困難な問題である．提案解法では，初期解生成の段階で， p メディアン問題の発見的解法により求めた解を利用する．

4.2 解法の概略

提案解法の記述において，次の 2 つの関数を用いる．

$Med(p)$： v_o と v_d を含む p 個の点集合 $(\subset V)$ の中で，総アクセスコストを最小とするもの.

$c_{Exc}(X)$： X において，できるだけ総アクセスコストの上昇を抑えるようにして，$\overline{X}$ との点交換を繰り返してパス長の短縮を図り，最初に $l(X)\le b$ となったときの総アクセスコスト．$l(X)\le b$ とならないときには $+\infty$.

最小総アクセスコストを $c*$ として，以下に提案解法の概略を記述する．

Step0： 探索範囲を $2\sim n$， $P=\emptyset$ として Step1 へ.

Step1： 探索範囲の中央の値を p， $P=P\cup p$ として Step2 へ.

Step2： $X=Med(p)$ として Step3 へ.

Step3： $l(X)>b$ であれば $c(X)=c_{Exc}(X)$ とする．Step4 へ.

Step4： $c_p\leftarrow c(X)$ として Step5 へ.

Step5： $c(X)=+\infty$ であれば次回の探索範囲を左半分，そうでなければ右半分として Step1 へ．探索範囲が存在しなければ $c*\leftarrow\min_{p\subset P}c_p$ として終了する．

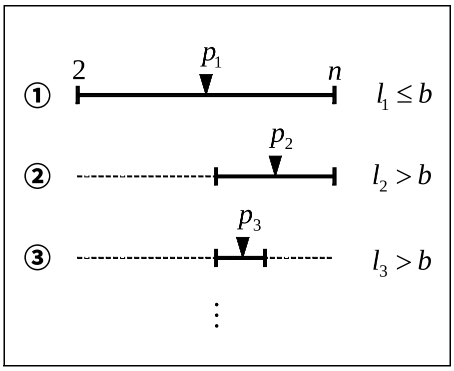


図 3：探索範囲と p の推移

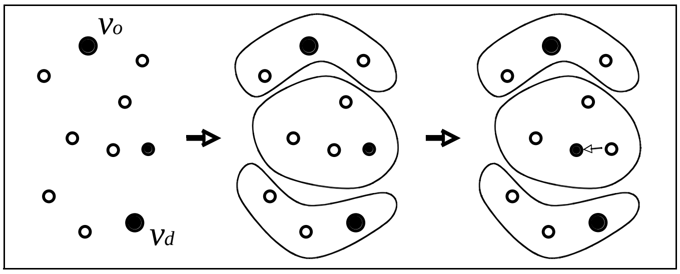


図４：pメディアン問題の発見的解法

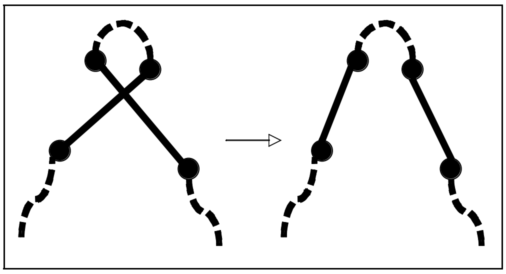


図５：短いパスの構築

4.3　p メディアン問題の発見的解法（ $Med(p)$ ）

提案解法では，次の発見的解法により p メディアン問題の解を得る．v_o と v_d を含む p 個のパス点をランダムに選び，それぞれのパス点を最寄りとする点ごとにグループ分けをする．そして，v_o と v_d のグループを除く全てのグループにおいて，グループ内のアクセスコストが最小になるようにパス点を移動していく．1 点でもパス点の移動があれば再度グループ分けから行い，これを繰り返す．パス点の移動がなくなった時点でのパス点を $Med(p)$ とする．

4.4　短いパスの構築（ $l(X)$ ）

パス点が定まったとしても，全点を結ぶ厳密に最短なパスを発見することは難しい．そのため，次の発見的解法によりパス長を求める．ランダムにつないだパスに対して，図５のように２つの辺を組み換えることで，より短いパスを構築する．これを繰り返し，局所最適なパスにおけるパス長を $l(X)$ とする．

4.5　パス長の短縮（ $c_{EXC}(X)$ ）

X において $l(X) > b$ となる場合にはパス長の短縮をする．まず，図６のように，X の中の１点と $\overline{X}$ の中の１点を交換して出来るパスを列挙する．パス長と総アクセスコストについて，交換後の値から交換前の値をひいたものを，それぞれ Δl，Δc とする．$\Delta l < 0$ かつ $\Delta c / \Delta l$ が最大となる点の組み合わせで交換を繰り返す．$c_{Exc}(X)$ は，最初に $l(X) \le b$ となったときの総アクセスコスト，$l(X) \le b$ となる前に短縮不能になったときは $+\infty$ とする．

5　数値実験

5.1　実験内容

本研究では，２つのデータを用いて数値実験を行う．データは TSPLIB[2]の eli76，ch130 を用いて，w_i はすべて 1 とする．データ名の数は点の個数 n を表している．それぞれのデータに対して，パスの両端点 (v_o, v_d) と b を異なる値に設定して解を比較する．表１に示したように，両端点を状況設定①では中央付近に設定し，②では離れた位置に設定している．また，参考として既存解法（TS，OBA）における実験結果を文献[1]から引用した．なお，文献[1]では v_o と v_d の座標は明示されていない．プログラムの実行環境は，本研究では C++，CPU が Pentium4，3GHz であり，文献[1]では C++，CPU が Pentium4，2GHz である．

表１：パスの両端点の座標 $\begin{Bmatrix} v_o \\ v_d \end{Bmatrix}$

eli76		ch130	
①	②	①	②
$\begin{Bmatrix} (40,37) \\ (40,40) \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} (10,70) \\ (66,8) \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} (296.972, 313.131) \\ (370.478, 332.539) \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} (21.7161, 660.974) \\ (688.461, 0.470231) \end{Bmatrix}$

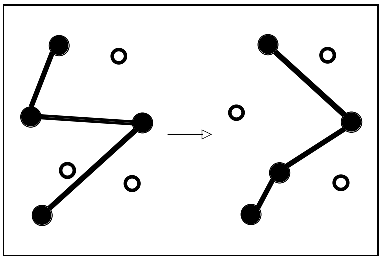


図６：１点交換によるパス短縮

表 2：eli76 における実験結果

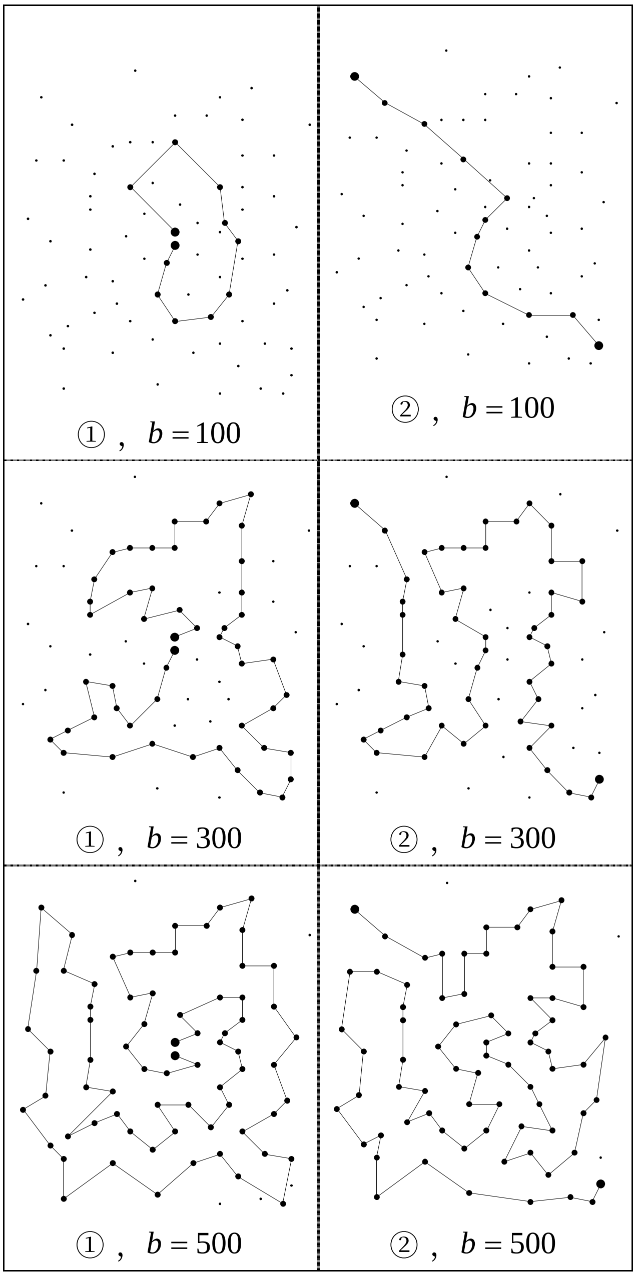
b		$l(X)$	$\lvert X\rvert$	$c(X)$	$time(s)$
100	①	100	12	856	8
	②	99	12	868	7
300	①	299	50	229	29
	②	299	50	212	31
	TS	299	―	268	128
	OBA	299	―	227	184
500	①	496	71	40	2
	②	498	73	30	2

表 3：ch130 における実験結果

b		$l(X)$	$\lvert X\rvert$	$c(X)$	$time(s)$
1000	①	967	19	16509	182
	②	999	17	17697	162
3500	①	3499	75	2930	862
	②	3486	67	2546	880
6000	①	5994	33	123	33
	②	5988	129	40	19
	TS	4367	―	4253	315
	OBA	5998	―	1246	534

5.2 実験結果と考察

図 7 より，①，②ともにbが大きくなるほど，地域全体を通過するようなパスとなることが分かる．bが小さいとき，①の場合にはサイクル状，②の場合には直線上のパスとなり，両端点の違いによるパスの性質も見てとれる．表 2，3 より，$\lvert X\rvert$が$(n-2)/2$に近い場合ほど，計算時間が長くなっている．これは，パスの短縮時に，点の交換の組み合わせが多いためだと考えられる．



6 まとめ

本研究では，施設配置問題の一つである BLMPP を取り上げ，pメディアン問題との類似性に着目した解法を提案した．提案解法のアプローチは，実験結果からも有効であることが確認でき，パスの両端点や，許容パス長を様々な値に設定して，現実問題と照らし合わせることで，多くの知見が得られると考える．また，このアプローチは BLMPP に限らず，その他の線施設を扱う問題でも有効である可能性があり，今後検討すべきである．

謝辞

本研究では，田中健一先生（電気通信大学）に多大なご指導をいただきました．心より御礼申し上げます．

参考文献

[1] Isabella Lari, Federica Ricca, Andrea Scozzari. Comparing different metaheuristic approaches for the median path problem with bounded length. European Journal of Operational Research 190 (2008) 587-597

[2] TSPLIB, http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/