立寄り型施設の配置問題に対する解法の研究

羽鳥　映子　（沼田　一道　准教授）

1　研究背景と目的

ある地域にある種の施設を配置する時，その最適な配置場所を求める問題を施設配置問題という．施設配置問題は，オペレーションズリサーチの分野で古くから研究されてきた問題であり，施設への移動距離や時間などの利用コスト最小化を目的とする．利用コストは顧客の出発点と施設との間の移動時間等で与えられる．しかし実際には，顧客が別の目的地へ移動する途中で施設に立ち寄るケースも多い．コンビニエンスストアや ATM がこのような施設の代表例といえよう．このような施設における利用コストは，顧客が普段利用している通勤経路等の移動経路と施設との間の移動時間等で与えられる．

後者のような性質をもつ施設は「立寄り型施設」と呼ばれる．通勤経路のように予め決まっている顧客の移動経路（以下，パスと呼ぶ）を基にし，顧客数が最大化されるように立寄り型施設を配置する問題を，Flow Capturing Location-Allocation Problem（以下 FCLAP）と呼ぶ．この問題は Berman[1] などによって研究が行われているが，NP 困難であり，整数計画問題や文献 [1] で紹介されている分枝限定法による厳密解法では，パスと施設配置候補点の数が大きくなると求解に時間がかかってしまう．また文献 [1] では，全ての施設配置候補点について獲得できる顧客数を算出し，それが大きいものから順に施設配置場所として解に取り入れる貪欲解法を用いて求解を行っている．しかし，この解法ではあまり良い解を得ることができない．

そこで本研究では，FCLAP に対しより良い解を目指す解法を提案し，既存解法と比較しその性能を評価する．

2　問題

2.1　FCLAP の概要

本研究では，立寄り型施設を配置したい区域に対し，点集合 N とパス集合 P を定義する．ここで言う点とは施設配置の候補点であり，パスとは前述したとおり顧客の移動経路を指す．また，配置可能な施設数を m とする．FCLAP では，点集合 N から m 箇所を施設配置場所として選択し，施設が獲得する総顧客数を最大化することを目的とする．

2.2　前提条件

各パスに対し，それを利用する顧客の総数が与えられているものとする．配置された施設は，後述するパスとの距離に応じてそのパスを利用する顧客を獲得する．一つの点に配置できる施設はただ一つとする．

パス j を利用する顧客が施設を訪ねる時，その顧客は施設へ向かうために寄り道する距離が最も小さい施設を訪問すると考える．この時の寄り道距離を，パスと施設の距離と言う．図 1 はあるパスとその近辺に配置された 4 つの施設 s, t, u, v を示したものである．この図のように最寄りの施設が t である時，顧客が施設を利用する場合は施設 t を利用し他の施設には訪れないものとする．この時施設 t はこのパスの顧客を獲得する可能性があり，これを施設 t がパスをカバーすると定義する．

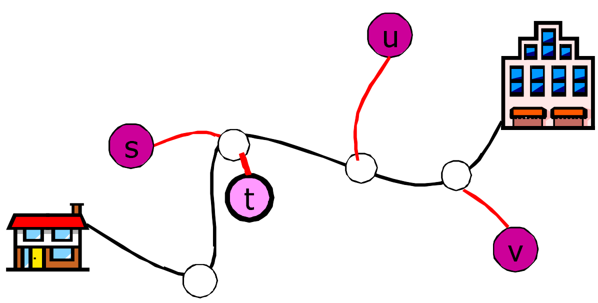

図 1：顧客が訪れる施設

また，顧客に対する施設の利便性はパスと施設の距離に依存する．顧客はパスと施設の距離が長くなる

と施設の利便性が低いと感じ，最寄りであっても施設に訪れない可能性が高まると考える．すなわち，ある施設がパス j をカバーする時，この施設がパス j から獲得できる顧客数はパスとの距離が長い程少なくなる．この顧客獲得割合を関数 g で表すと，関数 g は凸減少関数である．図 2 は関数 g の概要を示したものであり，縦軸は関数 g，横軸はパスと施設の距離に対応する．この図のように，g は $d=0$ の時 1 をとり，d が大きくなるにつれて 0 に近づく．

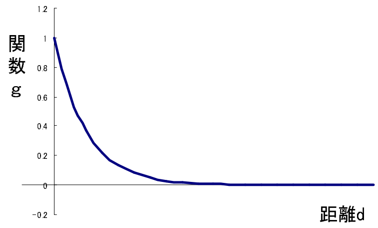

図 2：関数 g の概形

3　定式化

前節で示した FCLAP は，次のように定式化される．

施設配置可能な点の数を n，配置可能な施設数を m，パスの数を p とする．パス j の利用者数を q_j で表し，施設配置候補点 i とパス j の距離を d_{ij} と表す．点 i に配置された施設がパス j をカバーする時，点 i の施設がパス j から獲得する顧客の割合を関数 $g_{(d_{ij})}$ で表す．この関数は前節で述べたものである．

変数は 2 つの 0-1 変数 x，y を用いる．x_i は点 i に施設を配置する (1) か否 (0) かを表す．y_{ij} は点 i の施設がパス j をカバーする (1) か否か (0) を表す．ゆえに，点 i に施設を配置しない時，$\forall j \in P$ に対して $y_{ij}=0$ である．

これらの記号を用いて FCLAP は次のように定式化される．

$$
\text{(FCLAP)}\quad\left|\begin{array}{lll}
\text{maximize} & \displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p} q_j g_{(d_{ij})} y_{ij} & (1)\\
\text{subject to} & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i \le m & (2)\\
 & x_i - y_{ij} \ge 0 \quad \forall i \in \{1,..,n\} \quad \forall j \in \{1,..,p\} & (3)\\
 & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in \{1,..,p\} & (4)\\
 & x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \{1,..,n\} & (5)\\
 & y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \{1,..,n\} \quad \forall j \in \{1,..,p\} & (6)
\end{array}\right.
$$

目的関数である (1) 式は，配置した施設が獲得する顧客の総和を表している．この数式に $g_{(d_{ij})}$ が掛けられていることによって，点 i の施設がパス j をカバーしていてもこのパスの全ての顧客を獲得できるわけではないという条件が反映されている．(2) 式は，配置した施設数は配置可能な施設数 m を超えないという制約を示している．(3) 式は，パス j は施設のない点にカバーされないことを表している．(4) 式は，一つのパスに対してそれをカバーする施設はただ一つであることを表している．すなわち，同じパスを利用する顧客は施設を利用するならば同じ施設を訪れる．この式は図 1 の前提条件を反映している．

4　既存解法

前述したとおり FCLAP は NP 困難であるため，現実的な規模の問題に対しては発見的解法による求解が必要である．既存解法 [1] では，獲得できる顧客が多い点，すなわち目的関数値に対し貢献度の高い点から順に施設を配置していく貪欲法を用いて解を構成していく．以下に既存解法 [1] の手順を示す．解法の概要は，獲得できる顧客数最大の点を探索し，その点に施設を配置し，施設を配置した点とその点との距離が 0 であるパスを対象区域から削除するという作業を繰り返すものである．

＜既存解法（貪欲解法）＞

Step1: 対象区域を点とパスの集合で表す．解集合を X とし，$X := \phi$ とする．

また，反復回数を t とし，$t := 1$ とおく．

Step2: 条件を満たしていれば終了する．

Step3: 解集合 X に新しく点を追加しても目的関数値が増加しなければ Step2 へ．
そうでなければ，その段階で獲得していない顧客を最も多く獲得できる点 i_{max} を選択し，解集合 X に追加する．対象区域からその点 i_{max} と $d_{i_{max}j} = 0$ を満たす全てのパス j を削除する．

Step4: $t = m$ であれば Step2 へ．
そうでなければ $t := t + 1$ とし，step3 へ戻る．

5　提案解法

既存解法では，評価値の高い順に要素を解に取り込んでいく貪欲法を用いて解を求めている．しかしこの問題では解集合全体で対象区域のパスをカバーするため，目的関数値は選択した点の組み合わせによって決定する．ゆえに，実際には各点に対し評価値を単独で正確に算出することは不可能である．これより，既存解法で得られた解には改善の余地があると考えられる．そこで，以下で示す解法では，互換近傍探索を用いた発見的解法で解を更新し，より良い解の探索を行う．

提案解法で用いる記号を以下のように定義する．

X: 解集合．$X \subset N$，$|X| = m$ である．

$\bar{X}$: 解集合に属さない点の集合．$\bar{X} \subset N$，$N = X + \bar{X}$ である．

$U(X)$: 解集合 X の近傍．$U(X) = \left\{X' \subset N | X' = X + \{v\} - \{w\}, v \in \left\{\bar{X}\right\}, w \in \{X\}\right\}$ で定義する．

$f(X)$: 目的関数．3 で示した式 (1) を表す．

以下で示す解法では，既存解法で得られた解を初期解とし，解集合 X の近傍 $U(X)$ 内で解の入れ替えを行う．この時，目的関数 $f(X')$ の値が大きくなるように解集合 X 内の点 w と解集合に属さない点 v を探索し，その中で最大の $f(X')$ を与える w と v を交換する．目的関数が大きくなるような点 w，v の組み合わせが近傍 $U(X)$ に存在しなくなったら求解を終了し，その時の解を準最適解とみなす．

＜提案解法（局所探索法）＞

Step1: 既存解法を用いて初期解を得る．解集合を X，目的関数を $f(X)$ とする．

Step2: $X^* = \arg\, max f(X')$, $X' \in U(X)$ を算出する．

Step3: $f(X^*) > f(X)$ であれば解集合 X を X^* とし，Step2 へ戻る．そうでなければ終了する．

6　実験・考察

施設配置候補点 n と配置可能な施設数 m を与え，パスと点の距離 d_{ij} とパスの利用者数 q_j をランダムに作成した．また，Delphi6 で既存解法と提案解法のプログラムを作り，作成したデータを用いて実験を行った．なお，2 つの解法で用いる関数 g は，先行研究と同様，定数 c を用いて $g = exp(-c * d)$ とした．

始めに d_{ij} を 0〜50，q_j を 1〜50 の一様乱数とし，$n = 100$，$p = 100$，$m = 5$ として 4 個のデータを作成した．関数 g で用いる定数 c を $c = 1/10$ とし，作成したデータを用いて求解を行ったところ，提案解法での求解では全てのデータにおいて既存解法で得られた解より良い解を得ることができた．各実験で獲得した顧客総数とそれらの差，及び提案解法において局所探索が反復された回数 t を表 1 に示す．この表より，獲得された顧客は 1400〜1800 人程度であり，提案解法では既存解法と比較しておよそ 60〜120 人多くの顧客を獲得できていることがわかる．

表 1：実験結果 [1]

	既存解法	提案解法	差	t
no.1	1442	1533	91	1
no.2	1761	1821	60	2
no.3	1598	1710	112	3
no.4	1598	1662	64	3

表 2：実験結果 [2]

	既存解法	提案解法	差	t
no.5	185356	186385	1029	4
no.6	183056	184079	1023	7
no.7	185173	185901	729	3
no.8	184718	185306	588	2
no.9	184001	185018	1017	6

次に，$n = 100$，$p = 10000$，$m = 10$ として d_{ij}，q_j の条件は変えずにデータを 5 つ作成した．定数 c は初めの実験と同様 $c = 1/10$ とし，これらのデータを用いて行った実験結果を表 2 に示す．

これを見ると，全てのデータにおいて解は改善され，既存解法と提案解法の獲得顧客数の差は 500〜1000 人程程であることがわかる．

更に，2 つの解法における獲得顧客総数の差と提案解法における反復回数を表 1 及び表 2 から読み取ると，反復回数の変化と獲得顧客数の差の変化の間に関連は見出せない．このことから，解が改善される割合は反復回数に依存しないと考えられる．

表 3：求解時間（単位：sec）

	既存解法	提案解法
no.1	0.000	0.016
no.2	0.000	0.031
no.3	0.000	0.031
no.4	0.000	0.046
no.5	0.297	9.703
no.6	0.297	15.250
no.7	0.296	7.766
no.8	0.297	5.891
no.9	0.297	13.453

また，求解に掛かった時間を表 3 に示す．no.1〜4 はは $n = 100$, $p = 100$, $m = 5$, no.5〜9 は $n = 100$, $p = 10000$, $m = 10$ として作成したデータで実験した時の所要時間である．これらの表を見ると，提案解法の求解時間は既存解法の 10〜100 倍程であり，求解時間の大半が近傍探索に割かれていることがわかる．しかし提案解法における求解時間は $n = 100$，$p = 100$，$m = 5$ で 1/100 秒程度，$n = 100$，$p = 10000$，$m = 10$ で 5〜15 秒程であるため，実用的な問題はないと考えられる．

7 まとめ

本研究では，立ち寄り型施設配置問題に対して互換近傍探索を適用し，解の精度と求解にかかる時間の評価を行った．その結果，提案解法は既存解法と比較すると求解にかかる時間が長く，近傍探索の反復回数が多くなると求解時間が長くなることが分かった．しかしその所要時間は数秒〜数十秒程度であり，実用的には問題ない範囲内である．また解の精度は，$n = 100$，$p = 100$，$m = 5$ のデータを 4 種類，$n = 100$，$p = 10000$，$m = 10$ のデータを 5 種類用いて実験をすると，提案解法では全てのデータにおいて既存解法より良い解が得られた．更に，2 つの解法における獲得顧客総数の差と提案解法における反復回数の間に相関関係は見出せなかった．

今後の課題としては，個々の点に対してではなく点の組み合わせに対する評価値の設定及びそれを用いた求解，初期解をランダムに複数与えて互換近傍探索を行う多スタート局所探索法の適用とそれらの精度の評価が考えられる．

参考文献

[1] Oded Berman, Dimitris Bertsimas and Richard C. Larson: Locating discretionary service facilities,2: Maximizing market size, minimizing inconvenience, *Operations Research*, vol.43, No.4,July-August (1995)

[2] Igor Averbakh, Oded Berman: Locating flow-capturing units on a network with multi-counting and diminishing returns to scale, *European Journal of Operational Research*, vol.91,pp.495-506 (1996)

[3] Tai-Hsi Wo, Jen-Nan Lin: Solving the competitive discretionary service facility location problem, *European Journal of Operational Research*, vol.144,pp366-378 (2003)

[4] 柳浦睦憲，茨木俊秀: 組合せ最適化ーメタ戦略を中心としてー，朝倉書店 (2001)