アクセスコスト制約付きメディアンサイクル問題に対する発見的解法の研究

浪川　大輔　（沼田　一道　准教授）

1　はじめに

1.1　研究背景

工場では生産した製品をひとつの場所にまとめて保管しておくことが多い．その際，生産地点から保管場所まで別々に運ぶのは効率が悪いので，いくつかの収集地点を設け，収集地点を巡回し, そこに集められた製品をまとめて保管場所に運ぶ.

以下では，機械の部品などの小物を作っている工場を想定する．多数の生産地点が存在しており，そのうちのいくつかを収集地点にすることを考える．収集地点を決めるとき，生産地点から収集地点への移動コストと，収集地点を巡回するコストの 2 つを考える必要がある．しかし巡回コストと移動コストはトレードオフの関係になっており，片方を小さくするともう片方が大きくなり, 双方を合わせて小さくすることは難しい．よって一方の各生産地点から収集地点までの距離の総和をある一定の距離以下に制限し，巡回コストを最小化する問題として扱う．この問題は「アクセスコスト制約付きメディアンサイクル問題（Bounded Cost Medeian Cycle Problem 以下 BCMCP）」と呼ばれている．

1.2　研究目的

BCMCP に対しては，文献 [2] で厳密解法，文献 [1]，文献 [3] で発見的解法が提案されている．問題の作業点数が 150 程度になると，厳密解法では膨大な時間がかかり，実質的に解けないことが報告されている．したがって，これ以上の規模の問題では解の精度が多少悪くても計算時間の早い解法が必要になる．本研究では，巡回する点の数に注目した発見的解法を提案し，既存の解法と比較する．

2　問題設定

2.1　BCMCP

点の集合 $V(|V|=n)$ と，点 i,j 間の 2 種類の距離（巡回距離とアクセス距離）が与えられる．V の部分集合 $V'(V'\subset V)$ を巡回する点として選びそれらをめぐる巡回路を $c(V')$ で表す．その巡回路の最短巡回路長を $\ell(V')$ で表す．以下点 1 は必ず V' に含まれるものとし，V' に含まれる点をサイクル点と呼ぶ．非サイクル点は最寄のサイクル点にアクセスする．V の各点のアクセス距離の総和をアクセスコスト $a(V')$ とする．ただしサイクル点は必ず自分自身にアクセスするのでアクセスコストは 0 である．BCMCP は，$a(V')$ がある値 (d_0) 以下という条件の下で，巡回路長 $\ell(V')$ を最小化する問題である．

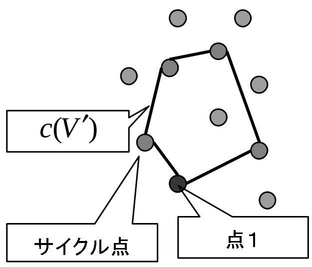

図 1：BCMCP の解の例

2.2　定式化

点 i, j 間の巡回距離を c_{ij}，アクセス距離を d_{ij} とする．次に変数を定義する．まず x_{ij} は，点 i,j 間を巡回するとき 1，そうでないときは 0 をとる決定変数，y_i は，点 i がサイクル点のとき 1，そうでないときは 0 をとる決定変数，z_{ij} は，点 i が点 j にアクセスするとき 1，そうでないときは 0 をとる決定変数とする．ここで，$V'=\{v_j|y_j=1, v_j\in V\}$ である．以上の変数を用いて，$a(V')<d_0$ の条件下で $\ell(V')$ を最小化する BCMCP は以下のように定式化される．

$$
\text{(BCMCP)}\quad\left|\begin{array}{lll}
\text{minimize} & \displaystyle\sum_{v_i,v_j\in V} c_{ij}x_{ij} & (1)\\
\text{subject to} & \displaystyle\sum_{v_i,v_j\in V} d_{ij}z_{ij}\le d_0 & (2)
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{array}{|ll}
\displaystyle\sum_{v_h, v_i \in V} x_{hi} + \sum_{v_i, v_h \in V} x_{ij} = 2y_i \quad \forall v_i \in V \quad (h < i < j) & (3) \\
y_1 = 1 \quad \forall v_i \in V & (4) \\
y_i = z_{ii} \quad \forall v_i \in V & (5) \\
y_i \geq z_{ij} \quad \forall v_i, v_j \in V & (6) \\
\displaystyle\sum_{v_i \in S} \sum_{v_j \in \bar{S}} x_{ij} \geq min(1, \sum_{v_i \in V} y_i, \sum_{v_j \in V} y_j) \quad S \subset V \quad 0 < |S| < |V| & (7) \\
x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \{1,...,n\} \quad \forall j \in \{1,...,n\} & (8) \\
y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \{1,...,n\} & (9) \\
z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \{1,...,n\} \quad \forall j \in \{1,...,n\} & (10)
\end{array}
$$

(1) 式は巡回路長の総和の最小化を表す式．(2) 式はアクセスコストの総和を一定値以下とする式である．(3) 式は点 i がサイクル点のとき，巡回路の枝が 2 本あることを表している．(4) 式は点 1 が必ずサイクル点であることを表している．(5) 式はサイクル点は自分にアクセスするということを表している．(6) 式はアクセス先の点は必ずサイクル点であることをあらわしている．(7) 式はすべてのサイクル点をひとつの巡回路で通るための制約式である．

3　既存解法 [1]

文献 [1] で提案された解法は，メタ戦略を用いた発見的解法である．メタ戦略としては，遺伝的アルゴリズムの系統に属する「ランダムキーアルゴリズム（Random keys evolutionary Algorithm:以下 RKEA 法)」を用いている．RKEA 法はすべてのサイクル点にそれぞれのランダムキー $r_i(0 < r_i < 1)$ を与える．その値は，巡回する順番が v_i, v_j となるとき，$r_i < r_j$ となるようにする．そしてそのランダムキーを基準に 2 つの解からに 1 つの解を構成することを基本操作とするアルゴリズムである．RKEA 法の概要は以下の通りである．

RKEA 法

Step1: $5n$ 個の初期解を生成する．

Step2: Step1 で生成した解の中で目的関数値が小さいものを n 個選び，この解の集合を P とする．

Step3: P に属する解の中で目的関数値の小さい解を（小さい順に）$0.3|P|$ 個選び，その解集合を P^* とし，$P' = P^*$ とする．

Step4: P の中から P^* に属さない 2 つの解を選び, ランダムキーアルゴリズムを用いて 1 つの解に統合し, 巡回路長を最適化した解を $0.7|P|$ 個生成し，その解を P' に加える．

Step5: P' の中で最も悪い解と，P^* に含まれない P の中で最もよい解を比べ目的関数値が小さくなるとき交換する．

Step6: $P = P'$ として Step3 へ移動する．

上の Step3 から Step6 を 5 回連続で繰り返して改善が見られなくなるまで行い，最もよい解を出力する．

4　提案解法

4.1　提案解法の概要

提案法はサイクル点の個数に注目した解法である．巡回路長は一般にサイクル点の数が少ないほど短くなる．そこでサイクル点の数を除々に増やしながら探索を行うことで，無駄な探索を省いてよい解を早く見出すことを期待する．次に提案解法で用いる関数を定義する．

$f(k) = \displaystyle\min_{|V'|=k,\ a(V') \leq d_0} \ell(V')$： アクセスコストが d_0 以下である k 個のサイクル点の組み合わせで作られる巡回路の中で巡回路長が最も短い巡回路の巡回路長.

$best\_\ell = \displaystyle\min_{3 \leq k \leq n} f(k)$： $f(k)(3 \leq k \leq n)$ の中で最小の $f(k)$ の値.

提案法

Step1: $k=3$，$best\_\ell=\infty$ とする．（k はサイクル点の個数.）

Step2: p -メディアン問題を $p=k$ のときについて解き，最小の $a(V')$ を与える $V'(|V'|=k)$ を求める．このとき $a(V')\leq d_0$ ならば Step3 へ，そうでなければ $k=k+1$ として Step2 をもう一度行う．

Step3: Step2 で得られた V' に対して，3-opt 法を適用し巡回路を最適化する．

Step4: V' を初期解とし，局所探索法により，$\ell(V'')$ がより小さくなる k 点集合 V'' を探す．近傍としてはサイクル点 i と，非サイクル点 j を交換する交換近傍を用いる．

Step5: Step4 で k 点集合の巡回路長を $f(k)$ とする．

Step6: $f(k)<best\_\ell$ のとき $best\_\ell=f(k)$ とする．

Step7: Step6 で $best\_\ell$ が５回連続で更新されなかったとき，$best\_\ell$ と，そのサイクル点集合を巡回順に表示して終了．そうでなければ $\Delta\ell(V'')$ が最小になる非サイクル点を V'' に加え, $k=k+1$,$V'=V''$ として Step4 を行う．

4.2　p -メディアン問題の解法

step2 では p -メディアン問題の発見的解法を用いる．その解法は，まず点１を含む k 個のサイクル点をランダムに選び．それぞれのサイクル点を最寄とするグループに分ける．そして点１以外のグループの中でアクセスコストが最小になる点にサイクル点を移す．そして再びグループ分けを行い，サイクル点の移動がなくなるまでこれを続ける．

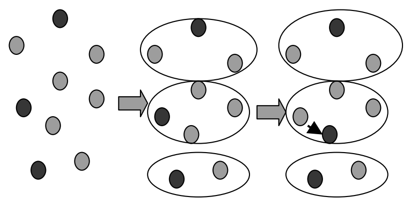

図２：p -メディアン問題の解法

4.3　3-opt 法

元の巡回路から３本の枝を交換して新しい巡回路を作る．そのときもとの巡回路より巡回路長が短くなったとき枝の交換を適用する．巡回路長を短くできなくなるまで続ける．

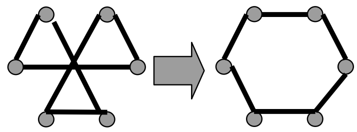

図３：3-opt 法

4.4　局所探索法

現在の解の近傍（解の１部分を変更して得られる解の集合）を探索して, 現在の解よりよい解があれば解を更新する, これを更新されなくなるまで行う方法である．今回サイクル点 i, 非サイクル点 j の２つの点を交換するという近傍を用いて $\Delta\ell(V')$ が最も大きい解へ移動する．しかし，このとき $a(V')>d_0$ となる近傍には移動しない．

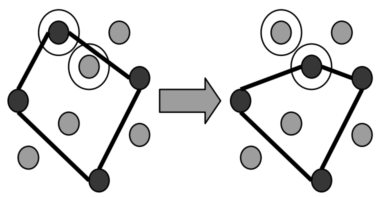

図４：今回用いる近傍

5　数値実験

5.1　実験内容

比較のために先行研究が扱っている TSP のベンチマーク問題である TSPLIB のうち kroA100, kroB100，KroA150，kroB150 を解いた．これらの最適値は文献 [2] で与えられている．点 ij 間の距離を $c_{ij}=d_{ij}$ とし，TSPLIB で与えられている距離を用いる．d_0 は３点からなるサイクル点集合の中で最小のアクセスコストに $\alpha=[0.08,\ 0.22,\ 0.42]$ をかけたものとする．提案解法を同一問題に３回ずつ適用し，その平均の計算時間（単位：秒）と最適解との平均誤差（単位：%)，出力した解の平均のサイクル点数 (k) を調べた．また k_{opt} は最適解のサイクル点数である．

提案解法は delphi6.0 でプログラムし，windows XP，pentium M 1.1GHz の環境で実行した．既存

研究の結果は delphi3.0 でプログラムし，windows 2000，pentiam III 900MHz 上で実行されたものである．

5.2 結果と考察

提案法の実行結果をまとめたものを表 1，既存解法の結果をまとめたものを表 2 に示す．

表 1：提案解法の結果

問題	α	計算時間	誤差	k	k_{opt}
kroA100	0.08	80.3	0.48	70.3	68
kroA100	0.22	35.5	1.12	41.3	38
kroA100	0.42	17.6	1.40	24.7	25
kroB100	0.08	63.3	0.91	76.3	73
kroB100	0.22	56	2.93	42.6	40
kroB100	0.42	18.7	3.90	24	26
kroA150	0.22	115	2.14	50.3	54
kroB150	0.08	348	1.75	103.3	100
kroB150	0.22	118	1.81	54	53

表 2：既存解法の結果

問題	α	計算時間	誤差
kroA100	0.08	157	0.02
kroA100	0.22	243	0.09
kroA100	0.42	207	0.00
kroB100	0.08	164	0.51
kroB100	0.22	317	0.11
kroB100	0.42	272	0.12
kroA150	0.08	3429	0.11
kroB150	0.08	1717	0.73
kroB150	0.22	1728	0.15

図 5 を見ると，$\alpha = 0.08$ のときには，巡回路が全体的に広がっているが，$\alpha = 0.42$ のときには，巡回路が中央部分に偏っていることがわかる．これは α が大きいときほど，点 1 とその付近にある点を巡回する傾向があるためだと考えられる．表 1，2 を見ると，提案解法は既存解法に比べて解の精度に関しては劣っているものの，計算時間は優れていることがわかる．これは既存解法では，時間がかかっても解の精度上げるというメタ戦略を用いていることと，巡回路の最適化を 3-opt 法より高性能な Lin-Kerninghan 法で行っていることによると考えられる．同一問題の 0.08,0.22,0.42 の結果を見比べると，提案解法では d_0 の値が小さいとき最適解との誤差が少なくなっていて，サイクル点の数は最適解より多くなっている，また d_0 の値が大きいときは，小さいときと比べて誤差が大きくなるものの計算時間が短くなっているのが見て取れる．これはサイクル点数が少ないときサイクル点を 1 つ加えると，サイクル点数が多いときに比べて $\ell(V'')$ の増加量が多くなる傾向があり，探索が不十分に終わってしまったとき，$f(k-1) < f(k)$ となることが多くなるためだと考えられる．

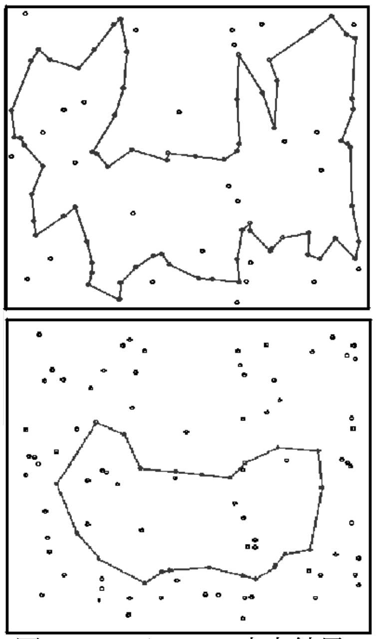

図 5：KroA100 の出力結果
(上 $\alpha = 0.08$，下 $\alpha = 0.42$)

6 まとめと今後の課題

本研究ではサイクル点数に注目することにより，BCMCP に対する高速なアルゴリズムを提案することができた．ただ精度の点で既存解法より劣る．解の精度を向上させるために，巡回路の計算と，解の探索法をもっと工夫する必要があるが，これらは今後の課題である．

参考文献

[1] J Renaud,FF Bocotr,G Laporte: Efficient heuristics for Median Cycle Problem, *Joural of Operation Research Society* vol.55,no.2, pp.179-186(2004)

[2] M Labbe、G Laporte,I R Martin,J J S Gonzalez: The Median Cycle Problem, URL http://eprints. kfupm.edu.sa/70508/1/70508.pdf 最終閲覧日 2009 年 10 月 5 日

[3] M Perez,J Marcos Moreno-Vega,I R Martin: Variable Neighborhood Tabu Search and its Application to Median Cycle Problem,*European Journal of Operational Research*, vol.151, issue.2, pp365-378(2003)