広範囲に分布する需要点に対する分割巡回セールスマン問題の解法に関する研究

沼田研究室

4406071　林　大二郎

目次

1. はじめに
2. 本研究で扱う問題
3. 既存の構築法
4. 提案する改善法
5. 数値実験
6. まとめ
7. 今後の課題
8. 参考文献

1．はじめに

1．1 背景

複数の需要点を職員が一度ずつ訪問する

（例）　・運送会社における，荷物の配送，
　　　　・パッカー車による各地区のごみ回収．etc

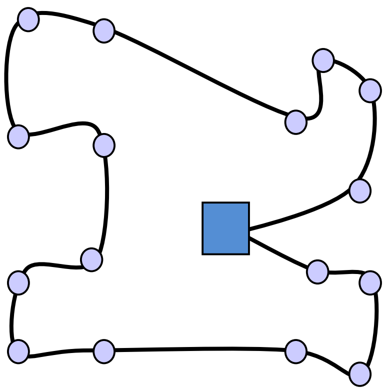
重要な課題

低コスト

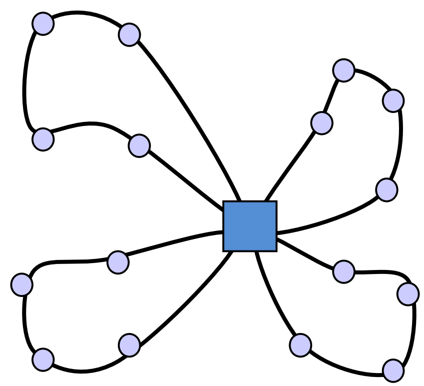
負担の均等化

1.2 研究背景

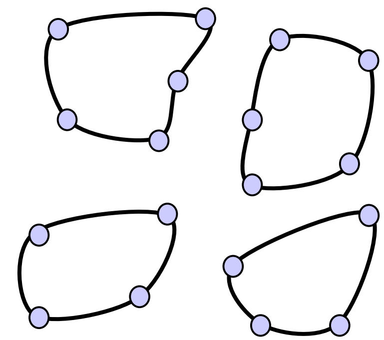
巡回セールスマン問題



複数巡回セールスマン問題



出発点をもたない巡回路決定問題



参考文献 [1]

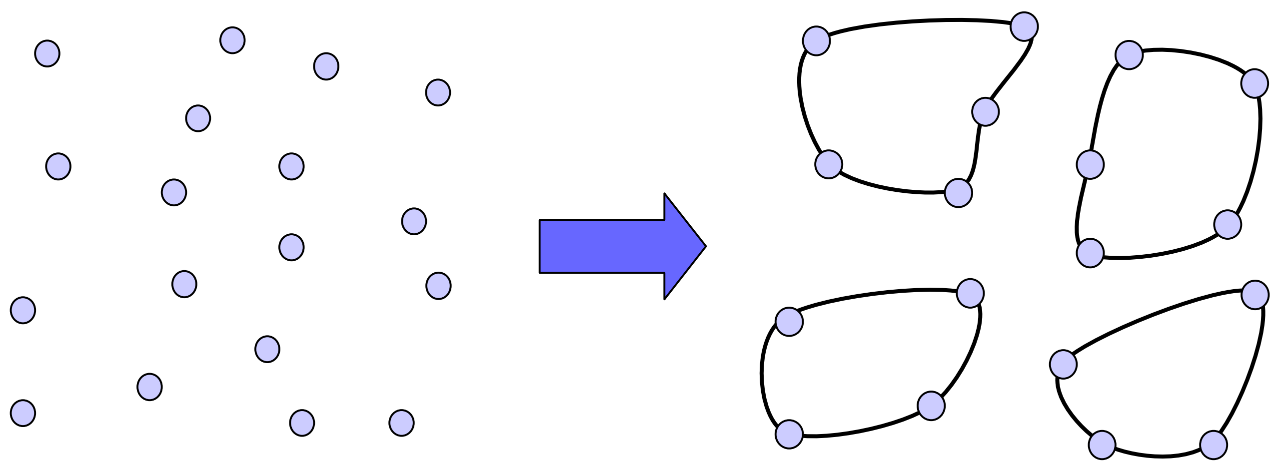
ファジィc-means法を用いた構築法による解法を提案

目的 ： 各セールスマンの担当経路長の均等化

1．3　本研究の目的

出発点を固定しない複数の巡回路をより低コストに決定する。
各セールスマンの担当経路長の均等化。

- 既存の解法にはいくらかの問題点がある。
- 問題点を指摘し、新しい解法を提案する。



2．本研究で扱う問題

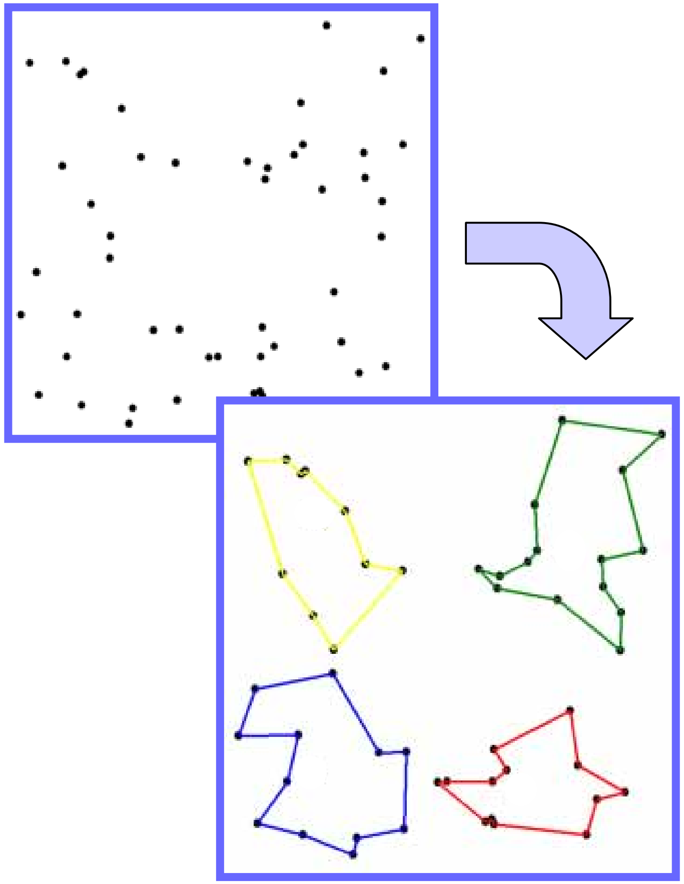
2．1　分割巡回セールスマン問題の概要
(Divided Traveling Salesman Problem：DTSP)

巡回方法

- 需要点n，セールスマンの人数m
- 各セールスマンは担当した需要点のみを一度ずつ訪問し,巡回する．
- 出発点は固定しない．
- 移動に伴うコストは移動距離．
- 訪問時に需要点で費やす時間や費用は考えない．
- 各セールスマンの担当経路は最短に決定する．

目的

- 総経路長の最小化と担当経路長の均等化を目指す．



n=50,m=4

2. 2 定式化で用いる記号

セールスマン数 m人、 需要点数 n個を与える

- 決定変数

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{:需要点 } j \text{ がセールスマン } i \text{ の巡回経路に含まれている} \\ 0 & \text{:その他} \end{cases}$$

$$X = (x_{ij}) = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \boxed{x_{i1}} & \boxed{\cdots} & \boxed{x_{ij}} & \boxed{\cdots} & \boxed{x_{in}} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & \cdots & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \boxed{\mathbf{x}_i} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m \end{pmatrix}$$

- 経路探索

$f(\mathbf{x}_i)$: セールスマンiの最短巡回経路長

2．3 定式化

$$\text{minimize} \quad \max_{1<i<m} f(\mathbf{x}_i) \qquad (2.1)$$

$$\text{sub.to} \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad (j = 1 \text{☹} n) \qquad (2.2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad (2.3)$$

3．既存の構築法

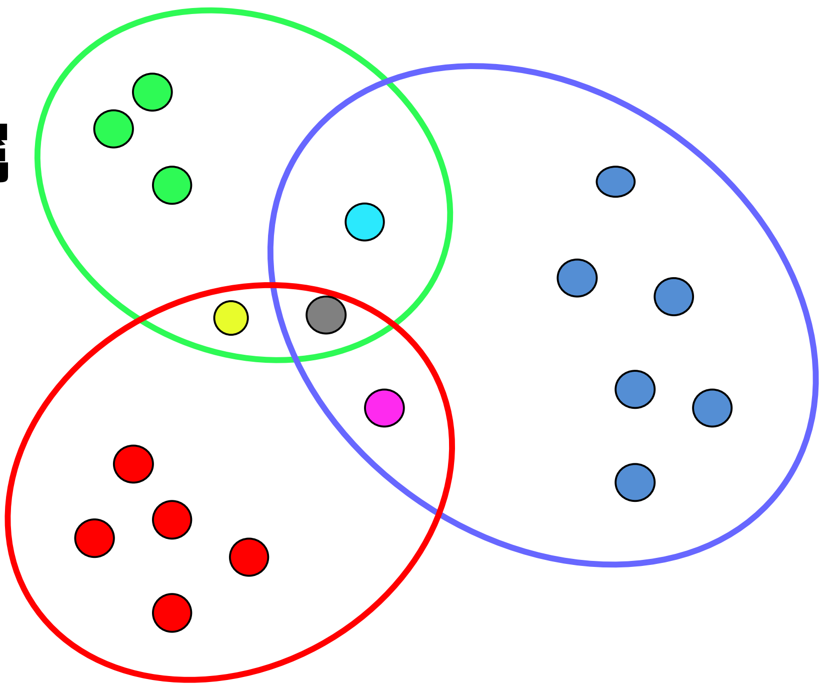
3. 1　既存解法 [1]

ファジィクラスタリングを用いた構築法

ファジィクラスタリング

- 各点にセールスマンに属する帰属度を与えることにより，曖昧にクラスタリングを行う方法.
- 帰属度算出方法

ファジィc-means法



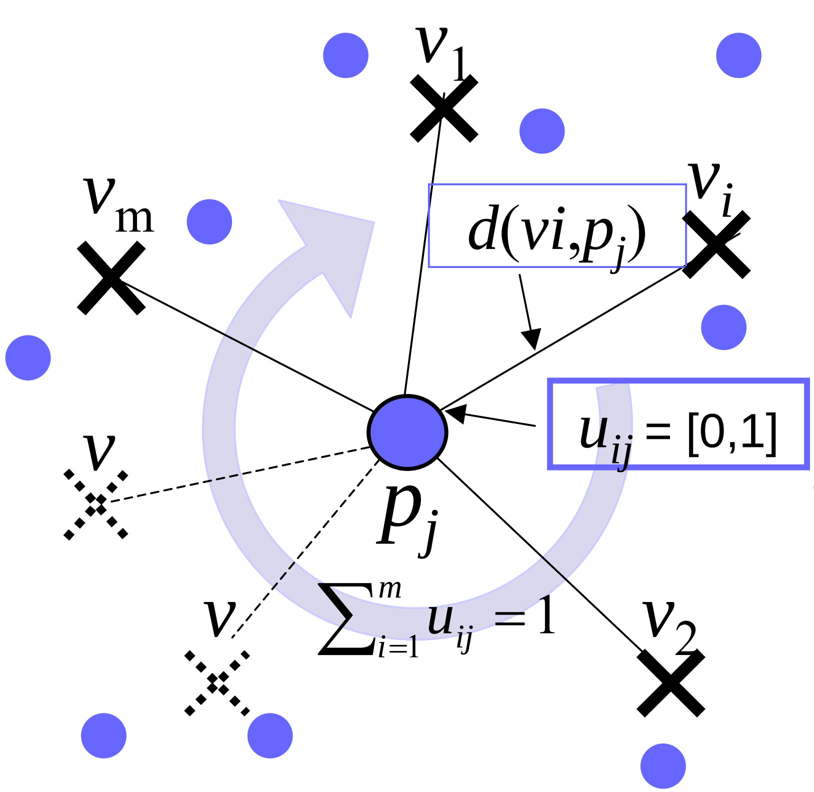
ファジィクラスタリング

3．2　ファジィc-means法の概略

セールスマン i が担当する点の集合の代表点　：　v_i

点 p_j がセールスマン i に所属する度合い（帰属度）：　$u_{ij} = [0,1]$

（1に近いほどそのセールスマンに属している度合いが高い）



$$\text{minimize}\ \ J_M(\mathbf{U},v) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}(u_{ij})^M d^2(v_i, p_j)$$

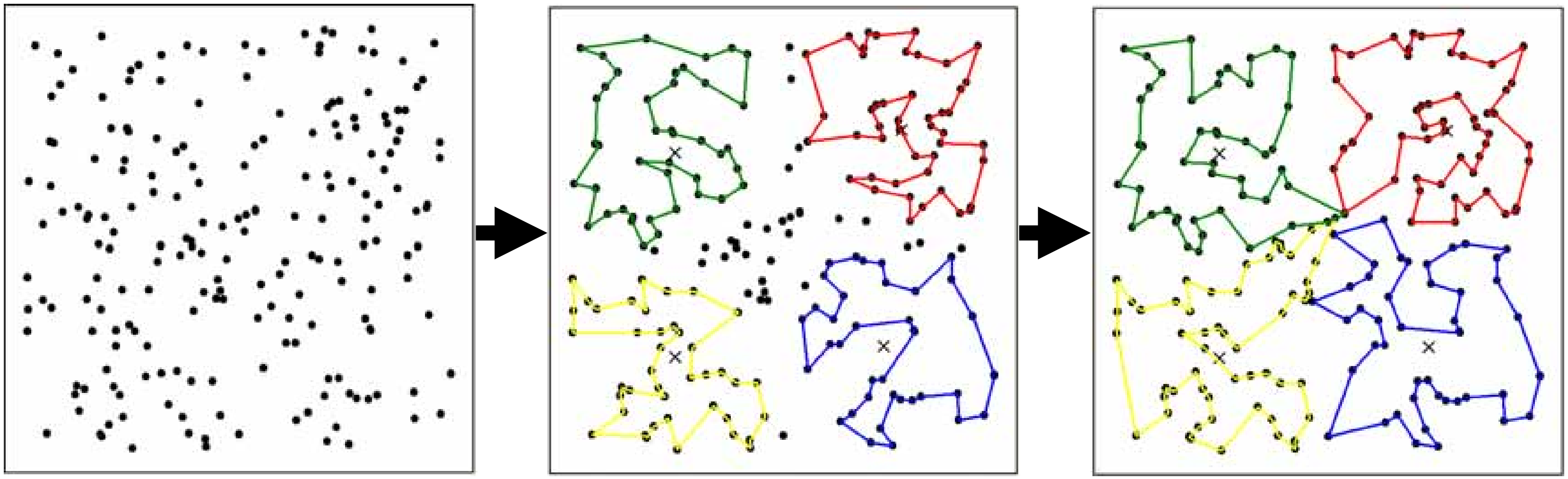
$$\text{sub.to}\quad \sum_{i=1}^{m} u_{ij} = 1 \quad (j = 1 \cdots n)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1j} & \cdots & u_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ u_{i1} & \cdots & u_{ij} & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ u_{m1} & \cdots & u_{mj} & \cdots & u_{mn} \end{bmatrix}$$

3. 3 既存の構築法

- ファジィc-means法を適用
- θ以上の帰属度の点で、初期担当を形成
- 担当経路長の最も短いセールスマンに, 残っている残存需要点の中で最も近い (帰属度の高い) 需要点を投入
- 残存需要点が無くなれば終了

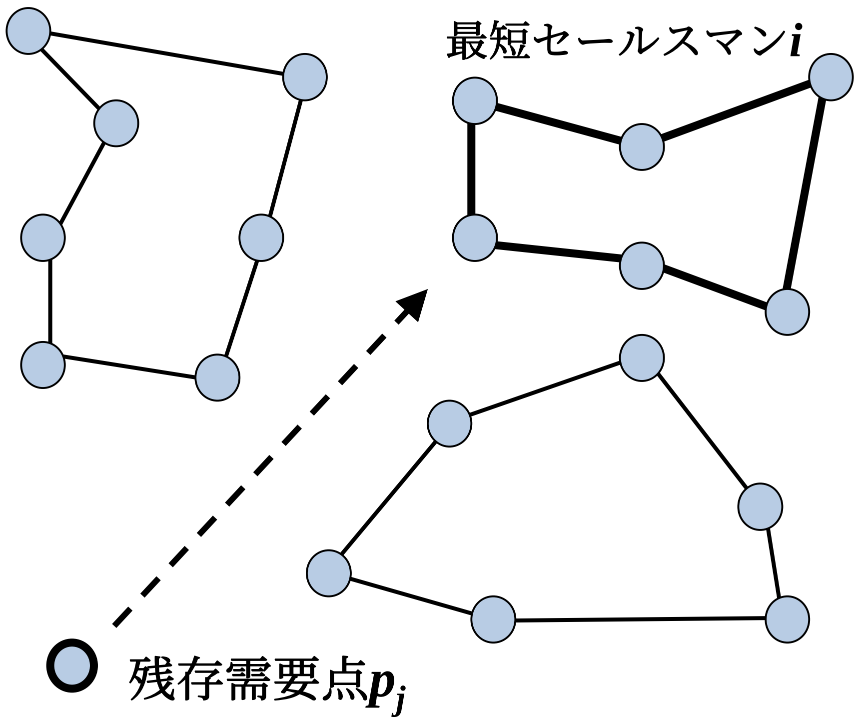
※θ, Mに関しては, 0.5＜θ＜0.9, 1＜M＜2.5の範囲で選ぶ.

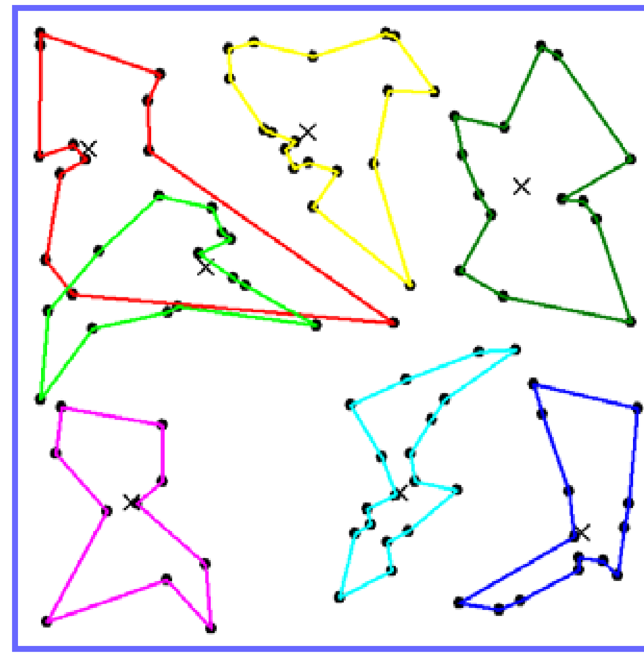


点ランダム200　セールスマン数4

3．4 問題点

残存需要点が最短セールスマンから遠い場所に存在している場合、
その点が最も近い残存需要点ならば，それを受け入れざるを得ない．





実際の問題例
(n=100,m=7)

⇒ **セールスマン数の多い場合に多く見られる。**

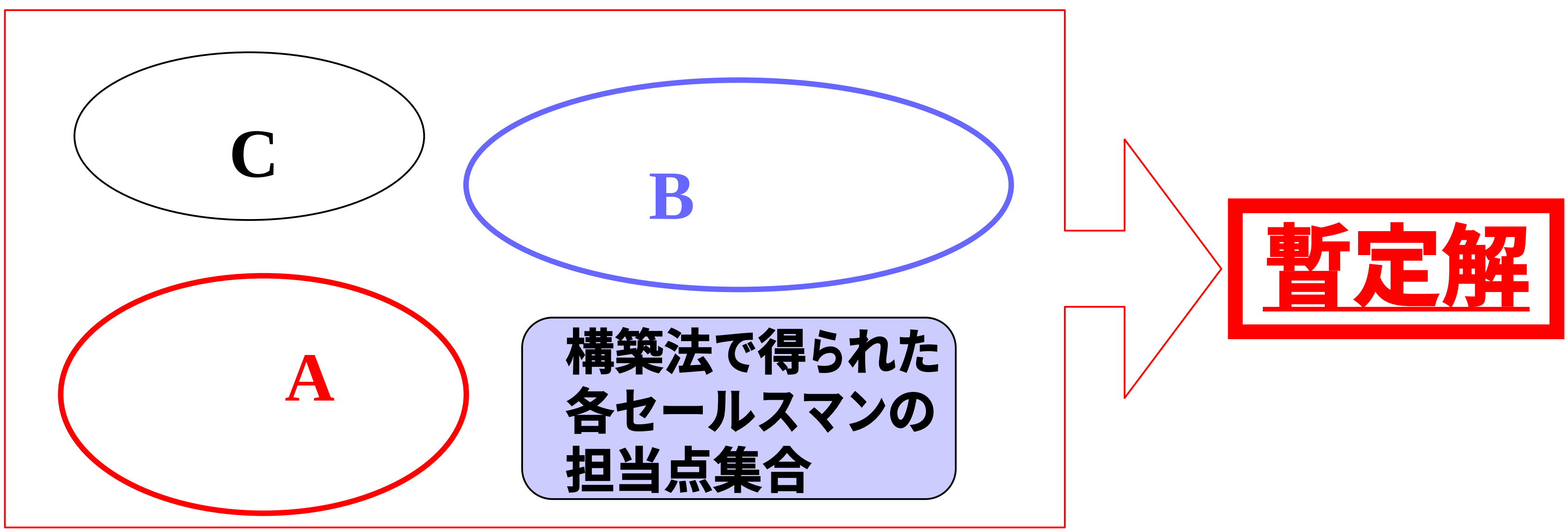
４．提案する改善法

提案する解法

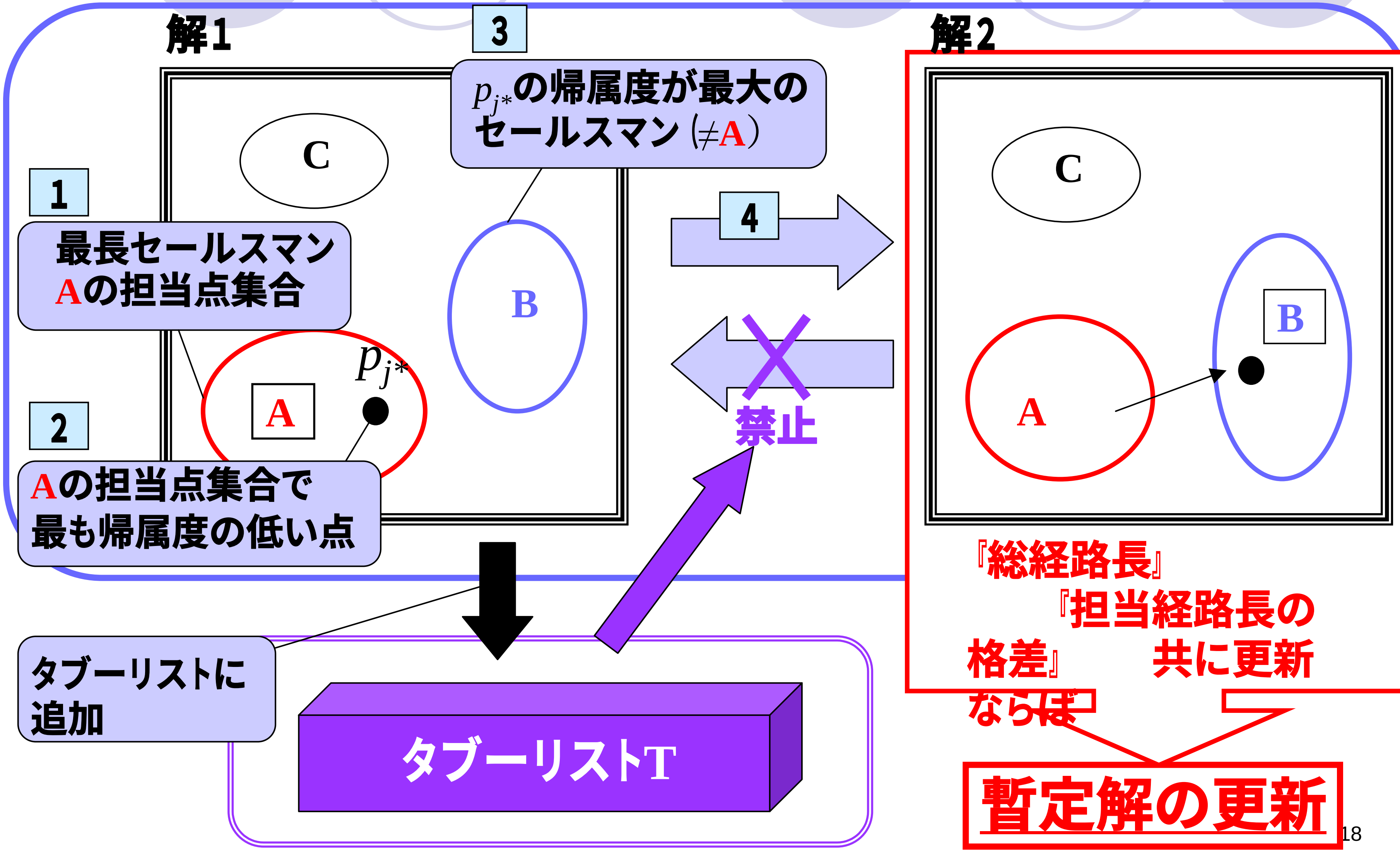
タブーリストを用いた逐次改善法

解法の概要1

既存の構築法で得られた解を初期暫定解とする

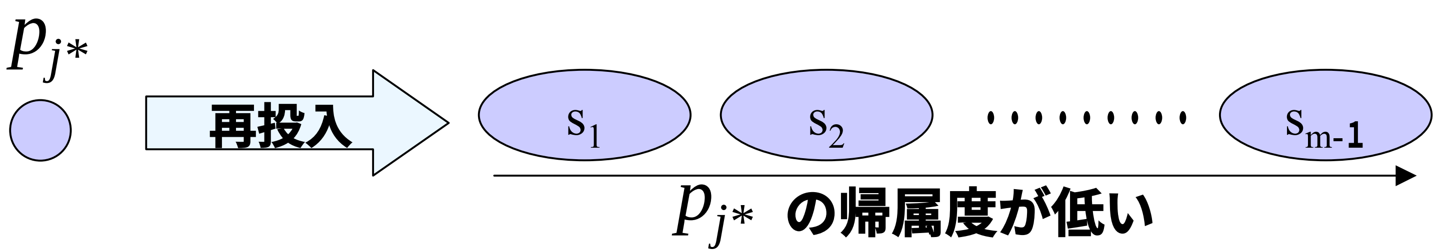


解法の概要２（繰り返し部）

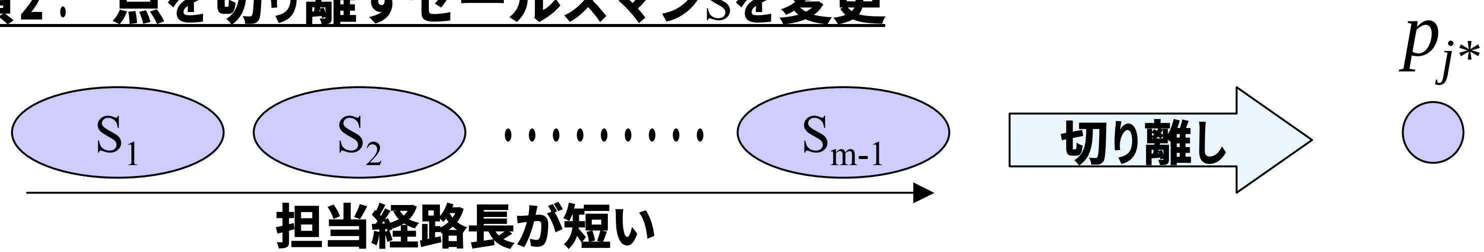


解法の概要3 (禁止された場合)

手順1： 点を再投入するセールスマンsを変更



手順2： 点を切り離すセールスマンSを変更



手順1、2の変更が無理ならば現在の解を最適解として終了

終了条件

操作を一定の回数 (C回) 繰り返しても暫定解の更新がない.

5．数値実験

5.1 実験内容

- 50, 100, 200, 250個の点を与える
- セールスマン数は4, 7, 10人

ファジィc-means法の適用で用いる値

- M=1.3, 2

初期解を得るうえで用いる値

- θ=0.5

提案解法に用いる値

- 連続非改善回数C=500

5. 2 実験結果 (n=50)

n=50

		既存の構築法		提案する改善法	
セールスマン数m	M	総経路長	担当経路長格差	総経路長	担当経路長格差
4	1.3	3074	332	3074	332
4	2	3089	277	3089	277
7	1.3	3226	349	3169	286
7	2	4064	447	3526	102
10	1.3	4080	594	3063	239
10	2	3820	344	3217	165

- **点数、セールスマン数が共に小さい場合、改善されにくい。**

5．2　実験結果 (n=250)

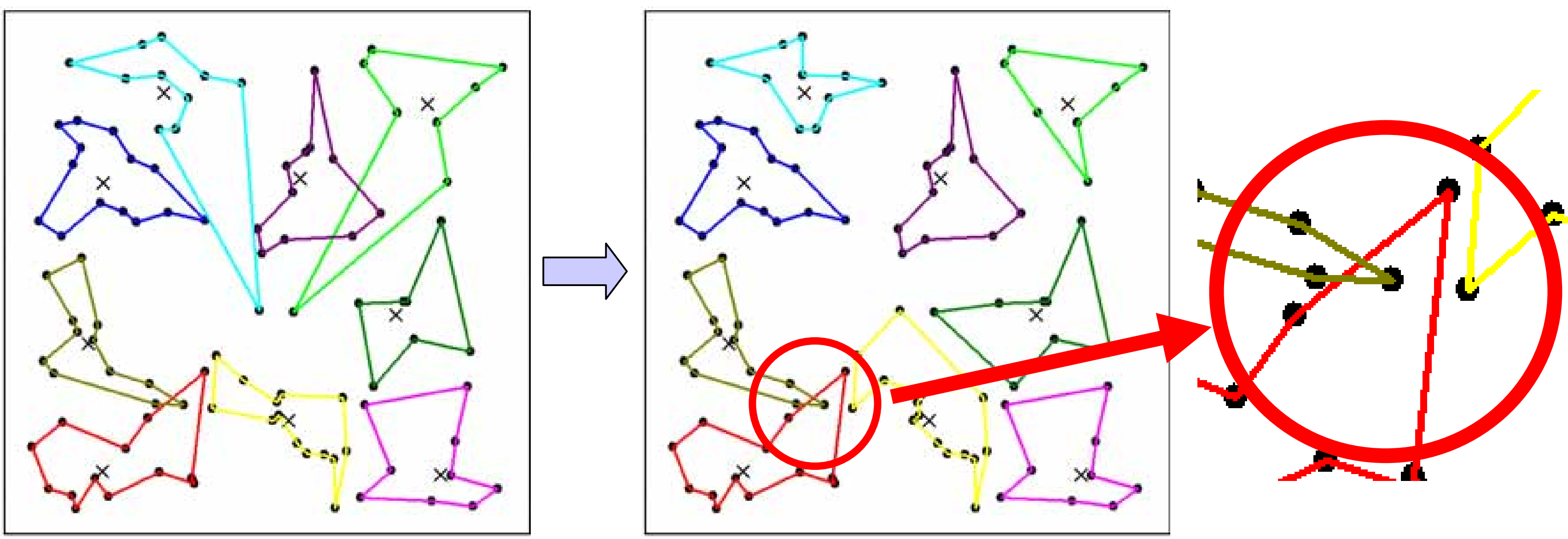
n=250

		既存の構築法		提案する改善法	
セールスマン数m	M	総経路長	担当経路長格差	総経路長	担当経路長格差
4	1.3	6913	152	6841	46
4	2	7188	95	6886	41
7	1.3	7991	335	7311	248
7	2	8441	423	7372	105
10	1.3	7780	611	7076	151
10	2	8828	445	7601	106

- **全ての条件で、改善が認められる。**
- **セールスマン数の増加にしたがって、担当経路長の改善が著しい**

5．3 観察

- 約8割の確率で、既存解法を上回る.
- m=9以上で、明らかに非効率な分割になっていても改善されずに終了する場合が見られた.



既存の構築法解 (n=100,m=9)

提案する改善法解

6 まとめ

- 数値実験から、
  多くの場合で**既存の構築法を上回る結果**を得た.

- 250個で約数十秒の計算時間であったことから,
  大規模問題にも対応できる.

- 出発点を固定して巡回訪問する問題に対しても, 出発点を各セールスマンの担当点集合の中に強制的に代入することで対応が可能.
  汎用性のある方法であると言える.

7　今後の課題

- 提案解法の問題点の改善
- より高速・高精度な解法を構築する

8 参考文献

[1] **渡邊浩和, 小野勉, 松永昭浩, 金川明弘, 高橋浩光**：“**ファジィ**c-means**法を用いた複数巡回セールスマン問題の一解法**”, **日本ファジイ学会誌,** Vol.13, No.1, pp.119-126 （2001）

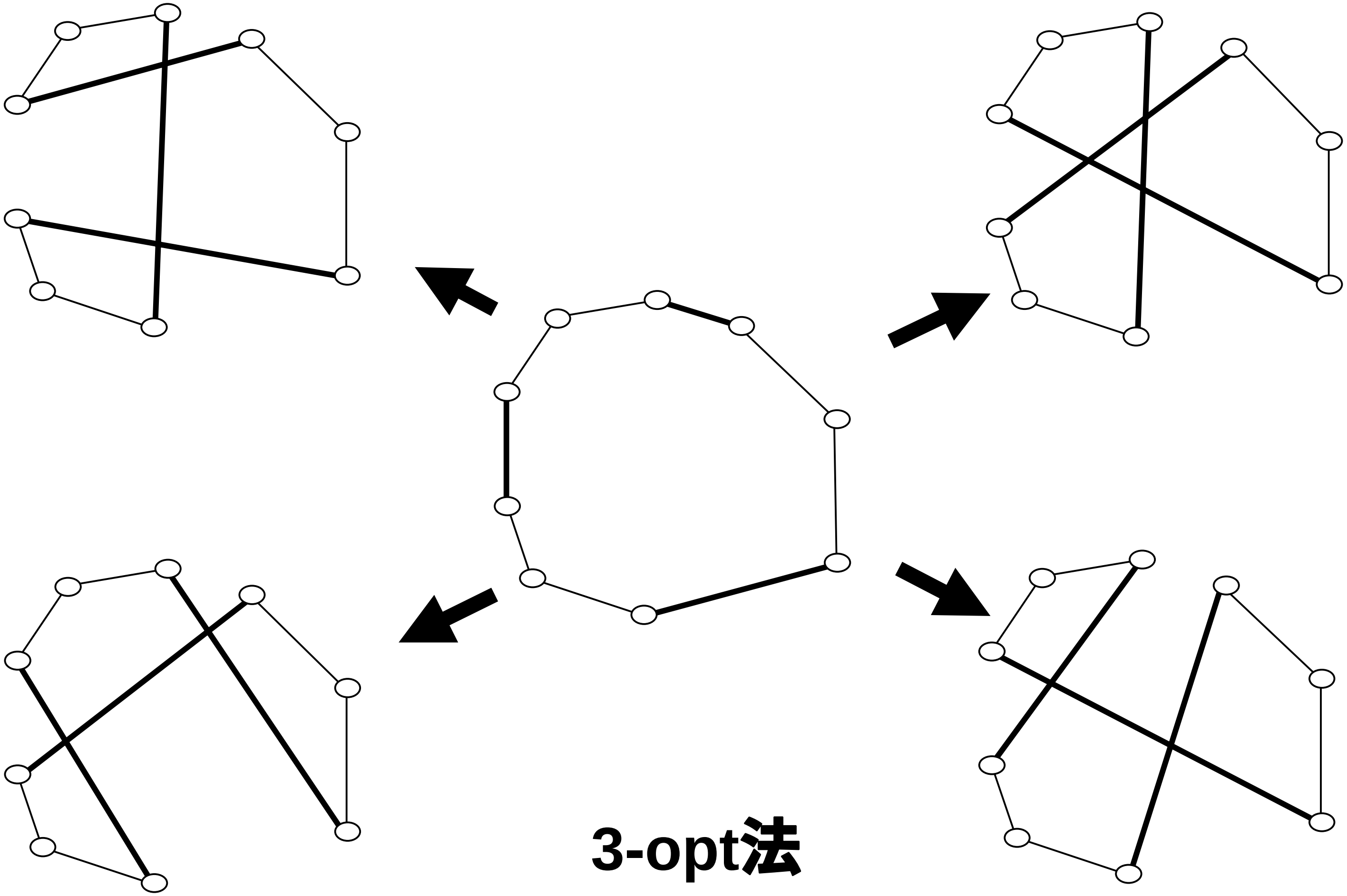
[2] **柳浦睦憲, 茨木俊秀**：“**組合せ最適化ーメタ戦略を中心としてー**”, **朝倉書店**, pp.105-116 (2001)

[3] **福島雅夫**：“**数理計画入門**”, **朝倉書店**, pp.160-161 (1996)

ご清聴ありがとうございました。

3-opt法

巡回路の総コストが小さくなるように3つの枝を交換する



3-opt法

ファジィc-means法　詳細

- 代表点

$$v_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{(u_{ij})^M}{\sum_{l=1}^{n} (u_{il})^M} p_j$$

- 帰属度行列

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{m} \left(\frac{d^2(v_i, p_j)}{d^2(v_k, p_j)} \right)^{\frac{1}{M-1}}} \quad ; 1 \le j \le m, 1 \le i \le n$$

$$u_{ij} \in [0,1], \sum_{i=1}^{m} u_{ij} = 1$$

5. 2 実験結果 (n=100)

n=100

		既存の構築法		提案する改善法	
セールスマン数m	M	総経路長	担当経路長格差	総経路長	担当経路長格差
4	1.3	4989	211	4956	145
4	2	4910	30	4910	30
7	1.3	4934	289	4929	286
7	2	5485	371	5133	134
10	1.3	5383	560	4872	1524
10	2	5760	406	4872	154

5. 2 実験結果 (n=200)

n=200

		既存の構築法		提案する改善法	
セールスマン数m	M	総経路長	担当経路長格差	総経路長	担当経路長格差
4	1.3	6481	204	6191	45
4	2	6509	42	6336	4
7	1.3	7056	414	6249	88
7	2	6657	66	6657	66
10	1.3	7289	426	6246	416
10	2	8014	367	6820	101