アクセスコスト制約付きメディアンサイクル問題に対する発見的解法の研究

沼田研　４４０６０６４
浪川　大輔

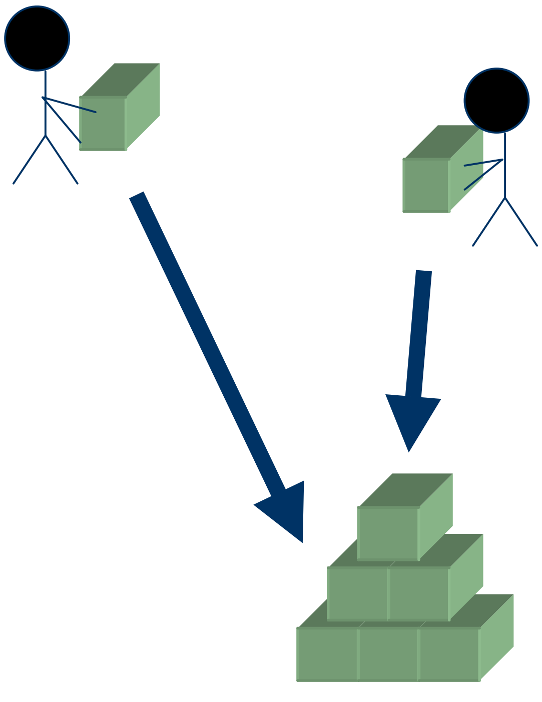
2009年度卒業研究発表審査会

目次

1　はじめに
1.1研究背景

- 工場では出荷する前の製品を，ひとつの保管場所にまとめして保管していることが多い．

- 製品を保管場所に効率的に集める問題．

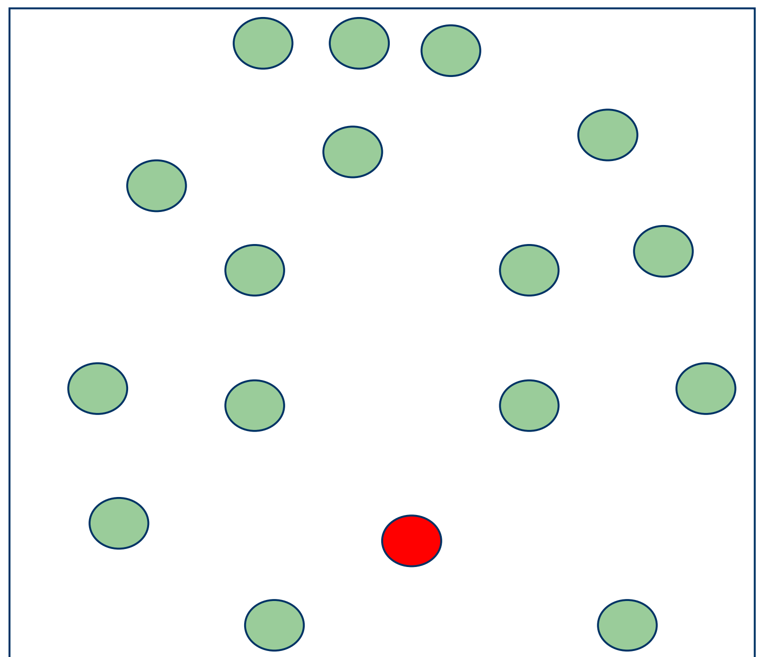


1.2 工場における製品収集 (1)

- 機械の部品などの小物を作っている工場を考える．
- 効率よく製品を収集したい

生産地点：生産をする点

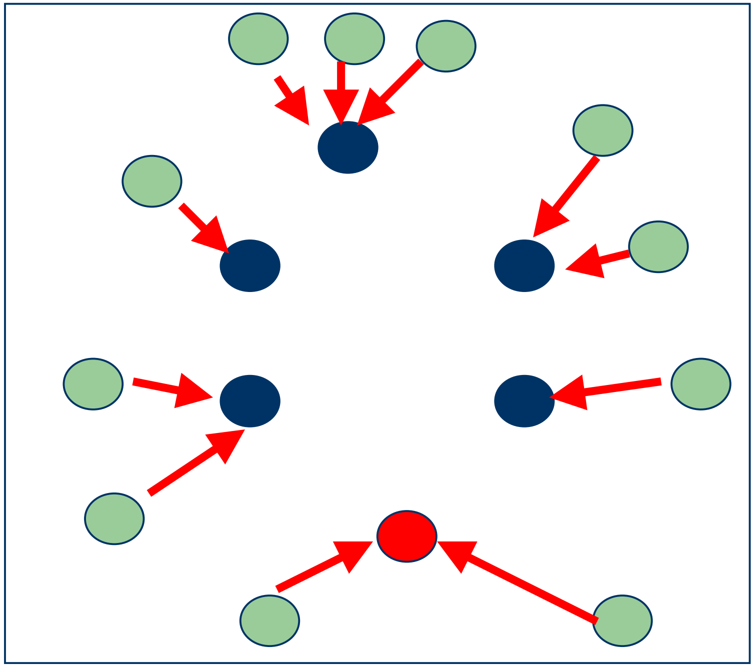
保管場所：生産された製品を保管する点



1.2　工場における製品収集（2）

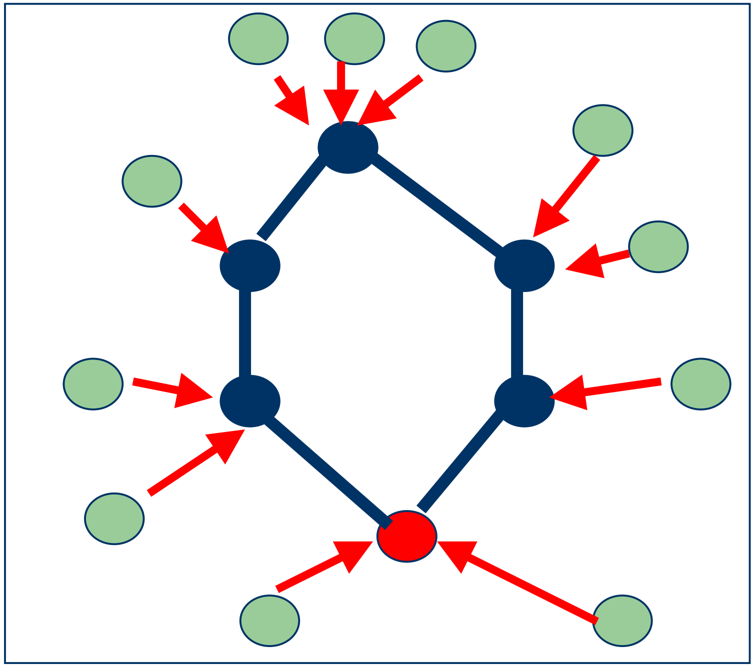
- 最寄の収集地点に製品を集める

●収集地点：
製品を一時的に集める点



1.2 工場における製品収集 (3)

- 収集地点を巡回してすべての製品を収集する



：巡回移動距離

：収集移動距離

1.3　巡回製品収集問題

- 巡回移動距離の総和と，収集移動距離の総和を短くしたい．
- 巡回移動距離の総和と，収集移動距離の総和はトレードオフの関係になっている．
- 収集移動距離の総和をある値以下に制限し，巡回移動距離の総和を最小化する問題として扱う．

2 研究目的
2.1 BCMCP

- 巡回製品収集問題は「アクセスコスト制約付きメディアンサイクル問題（以下ＢＣＭＣＰとする）」と呼ばれている。
- ＢＣＭＣＰの解法
  - 厳密解法のbranch-and-cut法[2]
  - 発見的解法のVariable Neighborhood Tabu Search法[3]、Random Keys Evolutionary Algorithm法[1]

2.2 本研究の目的

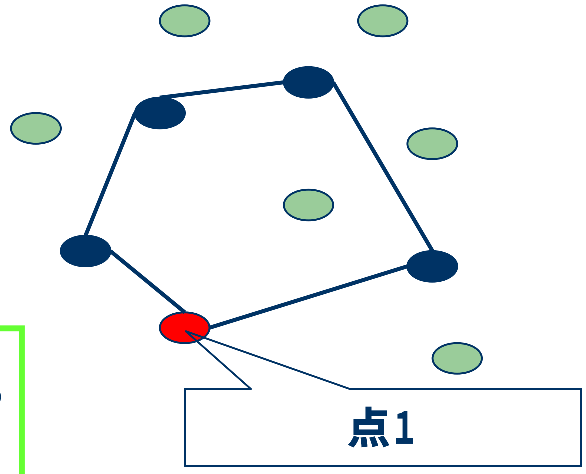
- 厳密解法では，規模の大きい問題 (生産地点の数150 以上) を解くとき計算時間が膨大になってしまう．
- 解の精度が多少悪くなっても，計算時間が短いアルゴリズムが必要である．
- そこで今回ＢＣＭＣＰの発見的解法について研究を行う．

3　ＢＣＭＣＰの問題設定
3.1　ＢＣＭＣＰの巡回路

- 点集合 $V(|V| = n)$
- サイクル点集合V'

:サイクル点

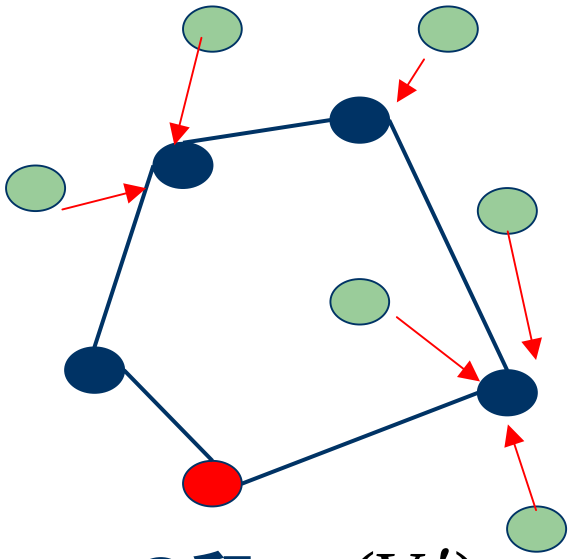
:非サイクル点



$l(V')$:全てのサイクル点を通る最短巡回路の巡回路長

3.2　BCMCPの非サイクル点

- アクセスコスト$a(V')$：アクセスする時の距離の総和
- アクセスコストは上限値 d_0 以下である．



← の和$= a(V')$

最短巡回路長$l(V')$が最小となるV'と$l(V')$を求める問題

4 定式化
4.1記号の定義

- **定数**　d_{ij} :点i, j間の距離

- **変数**　x_{ij} :点i, j間を巡回 $\begin{cases} \text{するとき} \cdots 1 \\ \text{しないとき} \cdots 0 \end{cases}$

y_i :点iがサイクル点で $\begin{cases} \text{あるとき} \cdots 1 \\ \text{ないとき} \cdots 0 \end{cases}$

z_{ij} :点iが点jに $\begin{cases} \text{アクセスするとき} \cdots 1 \\ \text{アクセスしないとき} \cdots 0 \end{cases}$

4.2目的関数とアクセスコストの制約条件

- アクセスコストをある一定の値 (d_0) 以下にして、巡回路長を最小化する。

$$\min \qquad f = l(V') = \sum_{v_i, v_j \in V} d_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \mathrm{a}(\mathrm{V}') = \sum_{v_i, v_j \in V} d_{ij} z_{ij} \le d_0 \qquad (2)$$

4.3制約式

$$\sum_{v_h \in V} x_{hi} + \sum_{v_j \in V} x_{ij} = 2y_i \quad (h < i < j) \qquad (3)$$

$$y_1 = 1 \qquad (4)$$

$$y_i = z_{ii} \qquad (5)$$

$$y_j \geq z_{ij} \quad (\forall v_i, v_j \in V) \qquad (6)$$

$$\sum_{v_j \in V} z_{ij} = 1 \quad (\forall v_i \in V) \qquad (7)$$

$$\sum_{v_i \in S} \sum_{v_j \in \overline{S}} x_{ij} \geq \min\{\sum_{v_i \in S} y_i, \sum_{v_j \in \overline{S}} y_j, 1\} \qquad (8)$$

$$S \subset V, 0 < |S| < |V|$$

5　既存解法
5.1既存解法の概要

- RKEA法を取り上げる.
- RKEA(Random Keys Evolutionary Algorithm)[1]
  - ＲＫＥＡ法はメタ戦略を用いた発見的解法である.
  - メタ戦略としては遺伝的アルゴリズムの系統に属するランダムキーアルゴリズムを用いている.

5.2 既存解法の問題点

- 巡回路長はサイクル点の数が少ないほうが短くなる傾向がある。

↓

- 既存解法はサイクル点の数を考えずに最適解を求めている。

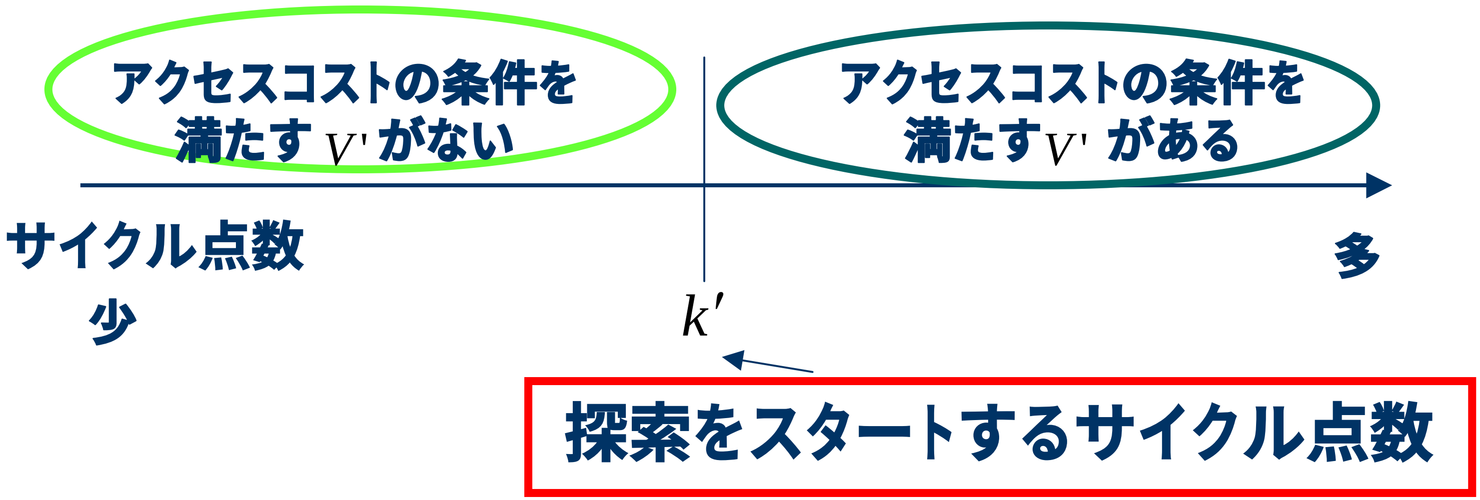
↓

- 効率よく最適解を求められていないのでは？

6 提案解法

6.1提案解法の狙い

- 提案解法ではサイクル点数に注目する.



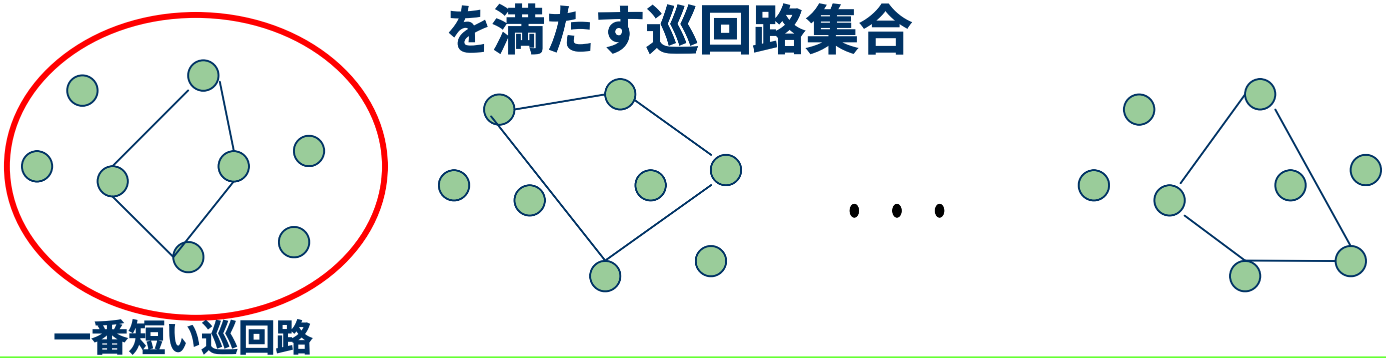
- サイクル点の数を固定して探索を行う.
- サイクル点数を徐々に増やしながら最適解を探索する.

6.2 $f(k)$の定義

$$f(k) = \min_{\substack{|V'|=k \\ a(V') \le d_0}} l(V')$$

$|V'|=k \quad a(V') \le d_0$
を満たす巡回路集合
が存在しないとき
$f(k) = \infty$

サイクル点数 k ，$a(V') \le d_0$
を満たす巡回路集合

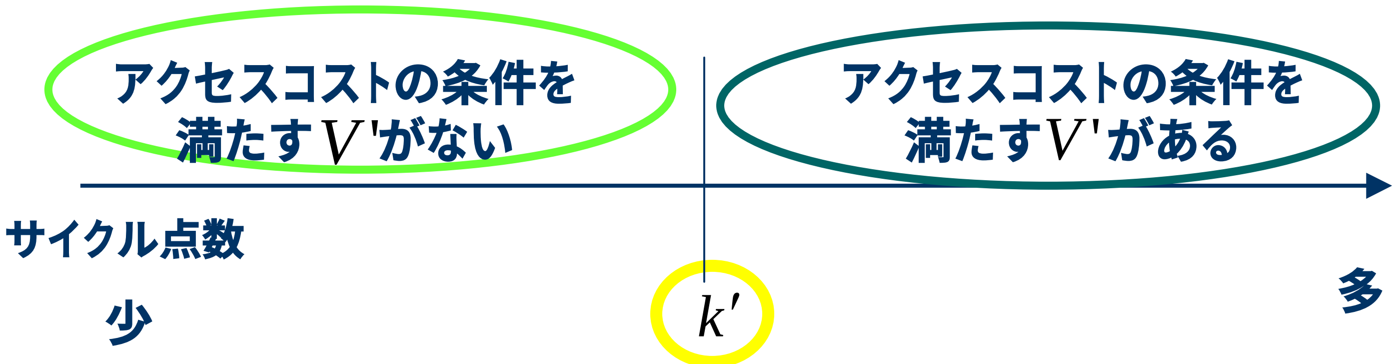


- 最も小さい $f(k)$を最適解の巡回路長となる.

6.3提案解法の概要

Step1 $k=3$，解の暫定値 $\bar{f} = \infty$ とする．

Step2 k' を求める．



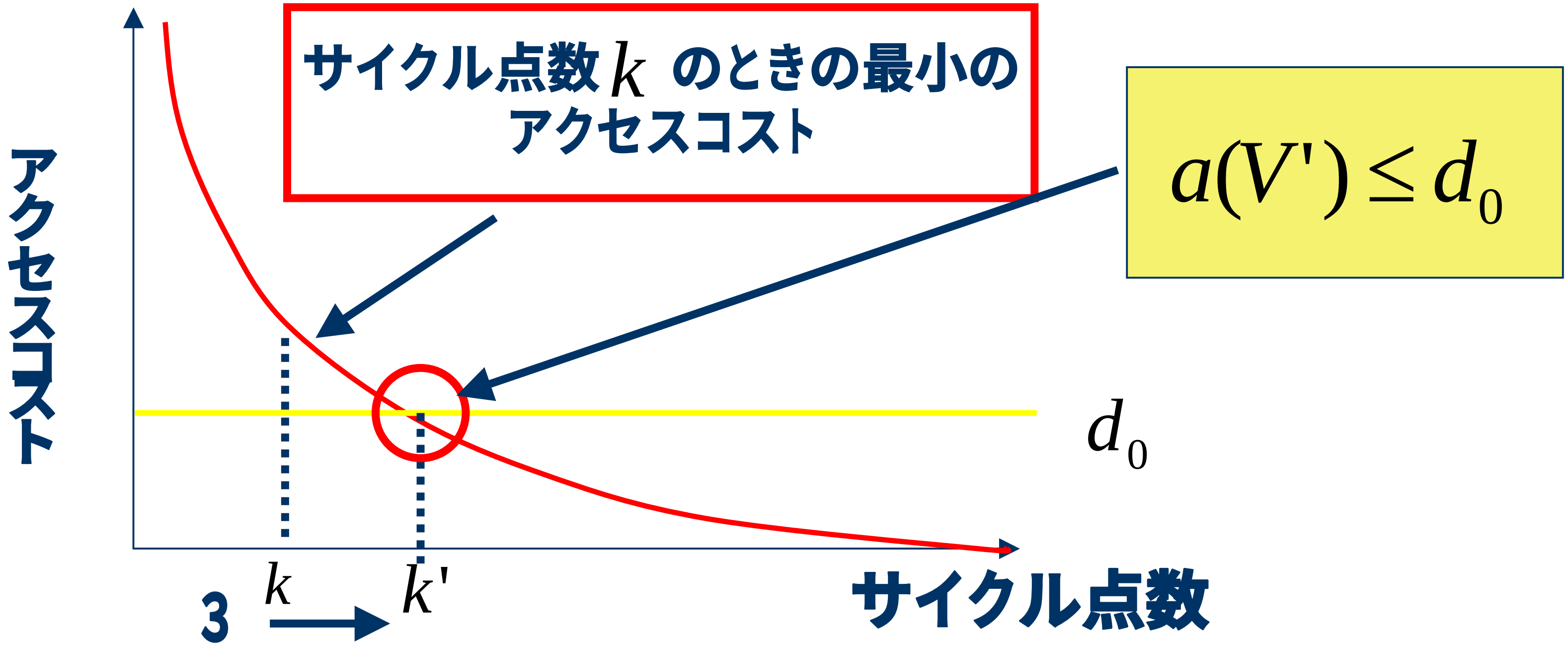
Step3　サイクル点数 k のときの最適解 $f(k)$ を探索する．

k を徐々に増やしながら行う．

$$\boxed{\begin{array}{l} f(k) < \bar{f} \\ \bar{f} = f(k) \end{array}}$$

終了条件：　5回連続で $\bar{f} < f(k)$ なったとき

6.4 k' の求め方



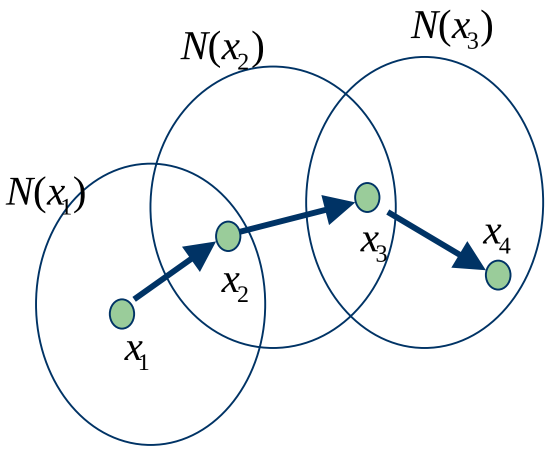
$a(V')\le d_0$ を満たす最小のサイクル点数を p-メディアン問題の単純な発見的解法を用いて求める．

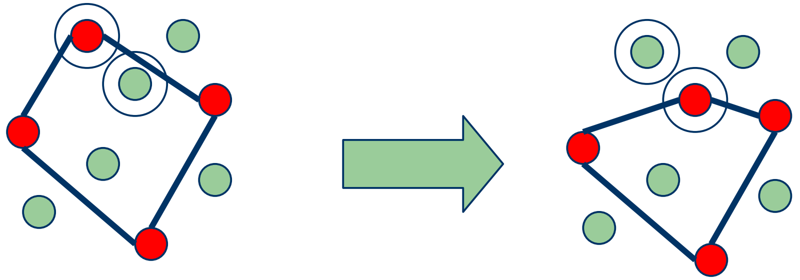
6.5 $f(k)$の探索

V' にくらべてより短い最短巡回路長を持つ点集合　V''を探す

局所探索法を用いる.

近傍は「サイクル点と非サイクル点の交換」



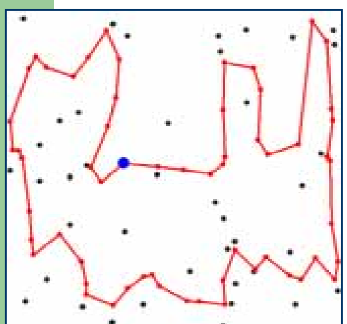


$$f(k) = l(V'')$$

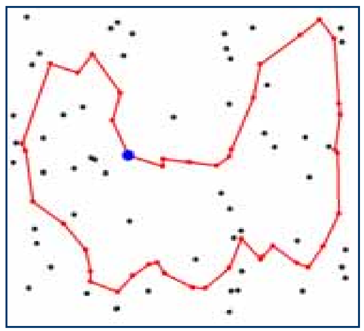
7.実験
7.1実験1

- アクセスコストの上限値が解に与える影響を調べた.
- 問題はＴＳＰＬＩＢのkroA100, kroB100
- アクセスコストの上限値は$d_0 = \alpha d'$
- d' は $|V'| = 3$ 個の点集合 V' からなるの最小のアクセスコスト
- $\alpha = [0.1, 0.2, .., 0.9]$ として実験を行った.

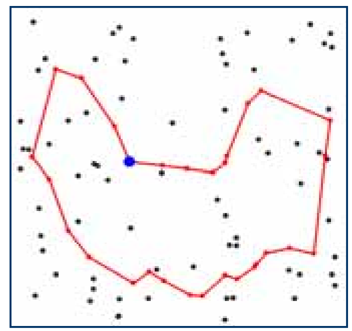
7.2実験1 kroA100 結果



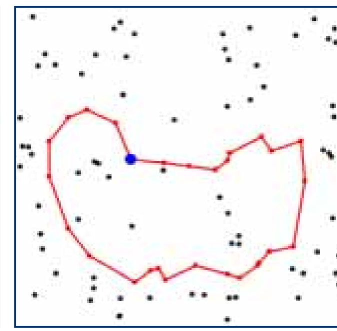
$\alpha = 0.1$



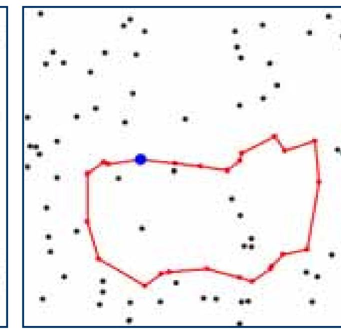
$\alpha = 0.2$



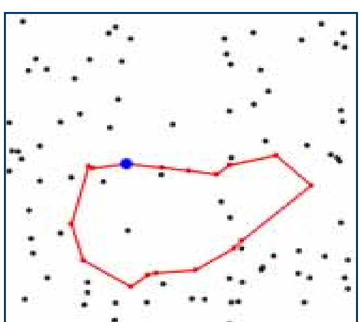
$\alpha = 0.3$



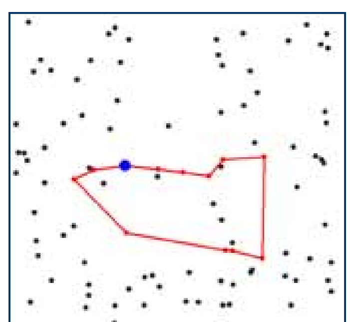
$\alpha = 0.4$



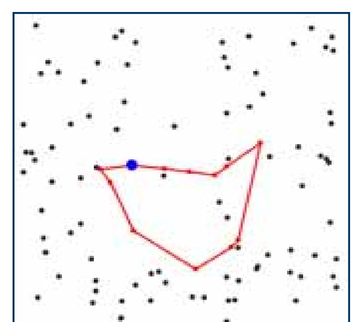
$\alpha = 0.5$



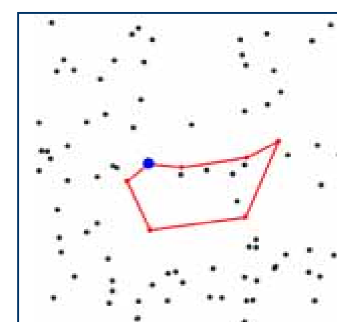
$\alpha = 0.6$



$\alpha = 0.7$

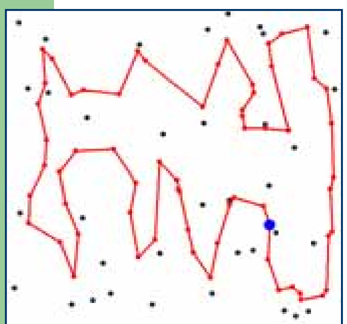


$\alpha = 0.8$

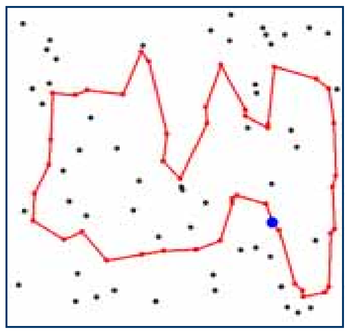


$\alpha = 0.9$

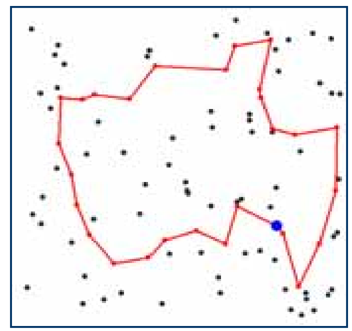
7.3実験1　kroB100 結果



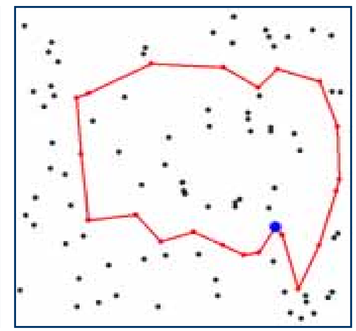
$\alpha = 0.1$



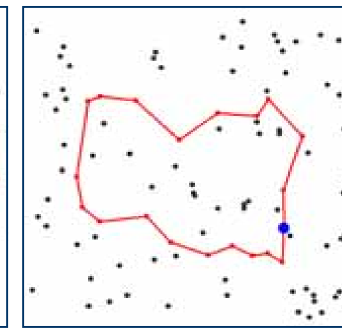
$\alpha = 0.2$



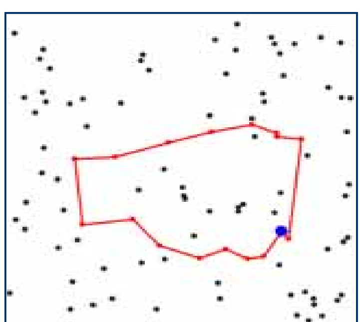
$\alpha = 0.3$



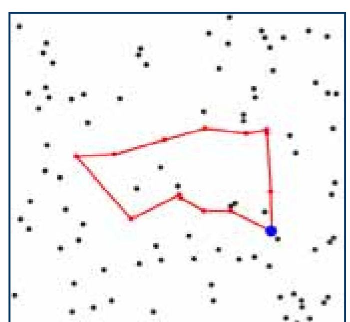
$\alpha = 0.4$



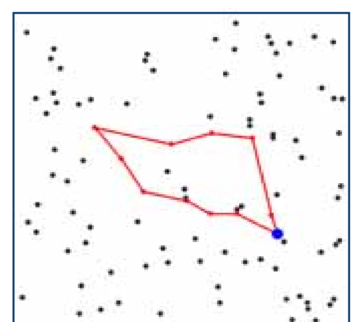
$\alpha = 0.5$



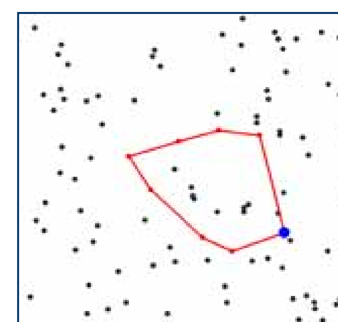
$\alpha = 0.6$



$\alpha = 0.7$



$\alpha = 0.8$



$\alpha = 0.9$

7.4実験2（1）

- 提案解法の性能を調べる.
- 先行研究が扱っているTSPLIBのうち，kroA100,kroB100,kroA150,kroB150を解いた.
- $\alpha = [0.08, 0.22, 0.42]$ とする.
- 今回は提案解法を同一問題に3回ずつ適用した.
- 平均の計算時間（単位：秒），最適解との平均誤差（単位：%）を調べた.

7.4実験2（2）

- 提案解法はdelphi6.0でプログラムし，windows XP，pentium M 1.1GHzの環境で実行した．
- 既存解法の結果はdelphi3.0でプログラムし，windows 2000，pentiam 3 900MHz上で実行されたものである．
- 計算時間は，既存解法の計算時間にCPUのクロック数の比をかけたもの s' と比較する．

$$s' = (\text{計算時間}) \times (900/1100)$$

7.5実験2の結果

問題	α	提案解法		既存解法	
		計算時間	誤差	計算時間	誤差
kroA100	0.08	**80.3**	**0.48**	**128**	**0.02**
kroA100	0.22	**35.5**	**1.12**	**198**	**0.09**
kroA100	0.42	**17.6**	**1.40**	**169**	**0.00**
kroB100	0.08	**63.3**	**0.91**	**134**	**0.51**
kroB100	0.22	**56**	**2.93**	**259**	**0.11**
kroB100	0.42	**18.7**	**3.90**	**222**	**0.12**
kroA150	0.22	**115**	**2.14**	**2805**	**0.11**
kroB150	0.08	**348**	**1.75**	**1404**	**0.73**
kroB150	0.22	**118**	**1.81**	**1413**	**0.15**

7.6考察

- 既存解法との比較
  - 既存研究は時間をかけても，解の精度を良くするというメタ戦略を用いている．
  - 巡回路の最適化に3-opt法より高性能なLin-Kerninghan法を用いている．

8．まとめと今後の課題

- 本研究ではサイクル点に注目することにより，ＢＣＭＣＰの高速なアルゴリズムを提案することができた．
- 今後の課題としては，解の精度を向上させるため，巡回路長の最適化と，解の探索法を工夫する必要がある．

9. 参考文献

[1] J Renaud,FF Bocotr,G Laporte: Efficient heuristics for Median Cycle Problem, *Joural of Op-eration Research Society* vol.55,no.2, pp.179-186(2004)

[2] M Labbe、G Laporte,I R Martin,J J S Gonzalez: The Median Cycle Problem,URL http://eprintskfupm.edu.sa/70508/1/70508.pdf **最終閲覧日**2009 **年**10 **月**5 **日**

[3] M Perez,J Marcos Moreno-Vega,I R Martin: Variable Neighborhood Tabu Search and its Application to Median Cycle Problem,*European Journal of Operational Research*, vol.151, issue.2,pp365-378(2003)

[4] **加藤直樹**:『**数理計画法**』, **コロナ社**(2008)

[5] **山本芳嗣, 久保幹雄**:『**巡回セールスマン問題への招待**』, **朝倉書店**(1997)

9. 参考文献

[6] 柳浦睦憲, 茨木俊秀:『組合せ最適化―メタ戦略を中心として』, 朝倉書店(2001)

[7] 掌田津耶乃:『Delphi パーソナルプログラミング』, 毎日コミュニケーションズ(2002)

[8] 堀江祐介(2008):パス長制約付き総アクセスコスト最小化問題に対する発見的解法の提案, 東京理科大学工学部経営工学科卒業研究論文.

[9] 内田麻衣子(2004):ネットワークボロノイ図を用いたp メディアン問題の近似解法について, 南山大学院情報理工学部数理情報研究科修士論文

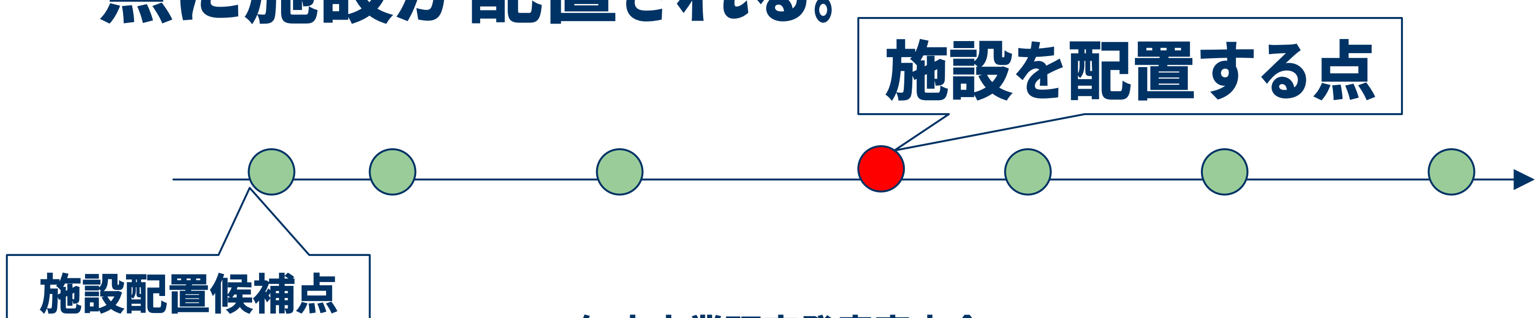
[10] TSP-LIB URL http://comopt.ifi.uniheidelberg.de/software/TSPLIB95/ 最終閲覧日2010年1月26日

ご清聴ありがとうございました。

付録

メディアン (中央値) との関係

- 数理計画の分野でのメディアン問題
  - アクセスコストの総和が最小となる施設の配置を求める問題
- 下の図のように、1次元 (直線) 上の施設配置候補点に1つ施設を配置するメディアン問題を考える。
- このメディアン問題を解くと候補点の中の中央の点に施設が配置される。



ランダムキーアルゴリズム

- ランダムキー$r_i \in [0,1]$を巡回路のi,j番目の点に(i<j)

  $$r_i < r_j$$

  となるように割り当てる。
- ここで2つの巡回路{1, 4, 2, 6, 1}、{1, 3, 5, 4, 1}を考える。
- 右の表のようにランダムキーで2つの解を結びつけ、新しい巡回路を作るアルゴリズム。
- 例では{1, 5, 2, 4}という新しい巡回路が出来る。

1	2	3	4	5	6
0	0.5		0.2		0.7

1	2	3	4	5	6
0		0.3	0.8	0.1	

1	2	3	4	5	6
0	0.5		0.8	0.1	