

多期間巡回型ナップサック問題に関する研究

神保 智行 (沼田 一道 教授, 松浦 隆文 助教)

1. はじめに

1.1. 研究背景

巡回活動に関する最適化は、「与えられた点をできるだけ短い時間（移動距離）で訪問する」のが通常の目標である。しかし、ある状況では「与えられた時間内に対象とする点を（重複を許して）できるだけ多数回訪問する」ことが目標になることもある。例えば、製薬メーカーの医薬情報担当者（Medical Representative : 以下 MR）の営業活動である。各 MR は、30~120 程度の個人医院を営業対象として担当する。医院への訪問は、医薬品情報の提供、患者情報の収集、医師との情報交換などが目的であり、非常に重要なものである。医薬品情報を届けるため、ある期間に、少なくとも 1 回は各医院を訪問しなければならないが、薬の使用量やエリア内での医師の影響力などの様々な要素によって 2 回以上訪問する必要がある医院も存在する。しかしながら訪問に費やすことができる時間は有限であるため、限られた時間を余すことなく有効に使い、できるだけ多くの訪問を行う必要がある。

1.2. 本研究の目的

本研究では、この問題を「多期間巡回型ナップサック問題」と呼ぶ。ここでは、医院の訪問を期間内にうまく振分け、決められた時間を余すことなく使い、より多くの医院を訪問できるように能率よく巡回することが目的となる。この問題を数理計画化問題として定式化し、その準最適解を求めるための発見的解法を提案する。実際の MR の営業活動を反映した問題例を解いて、提起した問題、提案する解法の有効性を検証する。

2. 問題

MR の訪問対象は、多数の担当医院と MR の所属する会社の支社（営業所）である。ここで、MR 活動の拠点となる支社は、1 ヶ所に固定されているものとする。MR は、まず支社に出勤し、自動車で行くつかの医院を訪問し、再び支社に戻る。訪問時間と移動時間の合計は、1 日の最大稼働時間を越えてはならない。医院にはそれぞれ 3 段階で重要度が決められており、その重要度に対応した予定訪問回数に従って訪問しなければならない。ただし、各医院へは必ず 1 回は訪問しなければならないものとする。また、短い期間での再訪問は好ましくないため、ある一定の日数を空けなければ、再訪問できないものとする。医院を訪問することにより当該医院の重要度をポイントとして獲得するものとし、獲得ポイントの総和が最大となるように、日数と稼働時間制限の下、日数分の訪問医院とそれに対する巡回路を決定する。これが本研究で扱う問題である。

3. 定式化

医院訪問の各日の集合を $k \in T, T = \{1, 2, \dots, d\}$, 訪問する医院の集合を $i = \{1, 2, \dots, n\}$ とし、0 を支社とする。医院の訪問重要度は 3 段階とし、各医院は重要度の降順に A, B, C の 3 グループに分けられる。各グループの予定訪問回数を、重要度に応じて $A: p \leq w_i, B: q \leq w_i \leq p, C: 1 \leq w_i \leq q$ と設定する。ただし w_i は医院 i の訪問回数である。ここで各グループの訪問を考慮する優先度（重要度）を重み

$\alpha(A), \beta(B), \gamma(C)$ で表す. また, 医院 i と医院 j との移動時間と滞在時間の半分を加えたものを τ_{ij} とする. ただし移動時間は医院 i, j 間の移動距離に比例するものとし, 医院での滞在時間は一律に等しく与え, 支社での滞在時間は 0 とする. 決定変数は, MR が第 T 日に医院 i を訪れる(1)か否(0)かを表す y_{ik} と, MR が第 T 日に医院 i の次に医院 j を訪れる(1)か否(0)かを表す x_{ijk} である. 以上の記号を用いると提起した問題は次のように定式化できる.

$$\max z = \alpha \sum_{i \in A} w_i + \beta \sum_{i \in B} w_i + \gamma \sum_{i \in C} w_i \quad (1)$$

$$\text{s.t. } w_i = \sum_{k=1}^d y_{ik} \geq 1 \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (2)$$

$$\sum_{l=0}^S y_{i, k+l} \leq 1 \quad k \in \{1, \dots, d-S\} \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n x_{ijk} \tau_{ij} \leq R \quad k \in \{1, \dots, d\} \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^k \sum_{j=0}^n x_{ijk} = 1 \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^k \sum_{i=0}^n x_{ijk} = 1 \quad j \in \{1, \dots, n\} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijk} = \sum_{j=1}^n x_{jik} = 1 \quad i=0 \quad k \in \{1, \dots, d\} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in U} \sum_{j \in U} x_{ijk} \leq \sum_{i \in U} y_{ik} - 1 \quad 1 < \sum_{i \in U} y_{ik} < \sum_{i=1}^n y_{ik} \quad \forall U \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, d\} \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i, j \in \{0, 1, \dots, n\} \quad i \neq j \quad k \in \{1, \dots, d\} \quad (9)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad i \in \{0, 1, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, d\} \quad (10)$$

(1)式は訪問する医院の重要度の合計を最大化する目的関数である. (2)式は, 各医院への訪問回数が 1 回以上であることを示す. (3)式は, 同じ医院を訪れる際, 最低 S 日間あけること (以下 S 日制約) を示す. (4)式は, MR の活動時間が 1 日の最大稼働時間 R 以下になることを示す. (5)(6)式は, 医院へ巡回することを示す. (7)式は, 支社から出発して各医院を回り, 再び支社へ戻ることを示す. (8)式は, 部分巡回路を除去することを示す.

4. 解法

4.1. 解法の概要

本研究では, 扱う医院の数が多いため, 厳密な最適解を求めるのは困難である. そのため, 発見的解法によって準最適解を求める. 提案手法は 3 段階に分かれ, 第一段階では, 手法(A),(B)の 2 種類の方法で初期解の生成を行う. 第二段階では巡回路の改善を行い, 第三段階で医院の追加を行う.

Phase 1: 最低予定訪問回数は訪れるように各訪問日に医院を割当て, 初期巡回路を構築.

手法(A) 重要度の高い医院を S 日後に訪問する割当て方法.

step 1: A グループに属する医院を順に選び, 無作為に d 日に割振る.

step 2: step 1 で選ばれた医院を S 日後にも再訪問するように割振る.

step 3: A グループに属する全ての医院がある日に割振られるまで, step 1, step 2 を繰り返す.

step 4: 最低予定訪問回数訪れるように B, C グループについても同様に step1, step2 を繰り返す.

手法(B) 重要度の高い医院を S 日後以降に無作為に訪問する割当て方法.

step 1: A グループに属する医院を順に選び, 無作為に d 日に割振る.

step 2: step 1 で選ばれた医院を S 日後以降に再訪問するように, $d+S$ 日後以降に訪問するように無作為に割振る.

step 3: A グループに属する全ての医院がある日に割振られるまで, step 1, step 2 を繰り返す.

step 4: 最低予定訪問回数訪れるように B, C グループについても同様に step1,step2 を繰り返す.

各訪問日に割当てられた医院に対して巡回路を構築する. 支社を出発して病院番号が小さい順に訪問し, 各訪問日に割当てられた全ての医院を訪問して再び支社へ戻ってくる巡回路を構築する.

Phase 2: 巡回路の改善を行う.

step 1: 各訪問日の巡回路に対して, 2-opt 法を用いて巡回路の改善を行う.

step 2: 最大巡回路長の訪問日を d' とし, 巡回時間を λ とする.

step 3: d' に訪問する医院 i を, d' 以外の日に割振る. d' 以外に訪問する全ての医院間に医院 i を挿入し, 巡回時間の増加量を求める. このとき, S 日制約を満たす改善のみ増加量を求め, 新たに医院 i を担当する場合に巡回時間が λ 以下で, 増加時間が最小となる医院間に医院 i を挿入する.

step 4: 改善が行われなくなるまで, step 1~step 3 を繰り返す.

Phase 3: 予定訪問回数の上限に達していない医院を巡回路に追加する.

step 1: 予定訪問回数の上限に達していない医院の中で, 重要度が最も高いグループの医院を \hat{i} とする.

step 2: 医院 \hat{i} を, S 日制約を満たす日の巡回路中の医院間に医院 \hat{i} を挿入し, 巡回時間の増加量を求める. 制限時間を満たし, 増加時間が最小となる医院間を決定する.

step 3: 制限時間を越えない挿入場所が見つからない, または, 上限に達していない医院がなくなれば終了する. 挿入カ所がある場合, 医院を挿入し Phase2 に戻る.

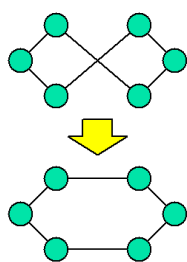


図 1 : 2-opt 法

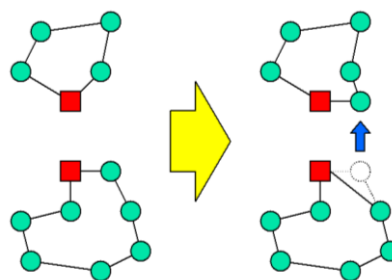


図 2 : 巡回路改善の交換操作のイメージ

5. 数値実験

5.1. 実験概要

Borland 社の Delphi6 で提案手法を実装し, 性能評価を行う. 1 人の MR が担当する営業エリアは一辺 40km の正方領域とし, 領域内の医院数は 30 (A グループ : 7, B グループ : 16, C グループ : 7) とする. 最低予定訪問回数は $A: 2 \leq w_i, B: 1 \leq w_i \leq 2, C: 1 \leq w_i \leq 1$ とし, 各グループの重要度 α, β, γ は 100, 10, 1 と設定する. MR の 1 日の最大稼働時間は 300 分とし, 6 日間分の巡回計画を

立てる。1度訪問した医院に再び訪問する際は2日以上あける（S日制約は2日）。医院間の移動速度は30km/hとし、各医院の訪問時間は15分間とする（ただし支社は0分）。

5.2. 結果・考察

提案手法の性能評価を行うため、医院の位置を変えた5種類のデータを用いて実験を行った。表1, 2に30試行の重要度の総和の平均, 残り時間の総和の平均を示す。図3に、提案手法で得られた巡回経路を示す。

表 1：重要度の総和の平均

	手法(A)	手法(B)
1	225	215
2	256	241
3	226	198
4	264	247
5	248	236

表 2：残り時間の総和の平均

	手法(A)	手法(B)
1	105	92
2	131	101
3	98	74
4	118	126
5	119	114

図3から、重要度の高いAグループの医院に頻繁に訪問していることがわかる。表1より、全てのデータに対して、手法(B)より手法(A)の値の方が大きく、多くの医院を訪問できていることがわかる。また、表1, 2から、データ4の場合を除き、手法(A)の値の方が多くの病院を訪問しているにも関わらず、残り時間が長いことが分かる。今回提案した方法に対しては、重要度の高い医院の再訪問日を無作為に決定するよりも、規則的な条件に基づいて決定し訪問する方がよい日程を立てることができると考えられる。

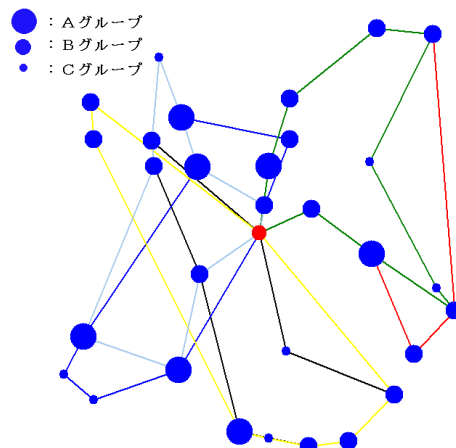


図 3：巡回経路図

6. まとめと今後の課題

本研究では、実際のMRの営業活動を「多期間巡回型ナップサック問題」として提起し、準最適解を求めるための手法を提案した。この問題の特徴は、少なくとも各医院を1度は訪問しなければならないが、担当する医師の影響などによって一定期間後に2回以上訪問する必要がある点であった。そこで、重要度の高い医院の再訪問日を無作為に決定する手法と、一定期間後に必ず訪問する手法で初期訪問巡回路を生成し性能比較を行った結果、今回用いた局所探索法に対しては一定期間後に必ず訪問する初期解の方が多くの医院を訪問できることが分かった。しかし、その理由については明らかにすることができなかつた。今後の課題は、この理由を解明し、さらにより初期解の生成方法、局所探索法を開発することである。また、実データを用いてシミュレーションを行い、提案法の有効性を確認することも必要である。

7. 参考文献

- [1] 加藤直樹著「数理計画法」 コロナ社 2008年
- [2] 今野浩・鈴木久敏「整数計画法と組み合わせ最適化」 1999年
- [3] 栗原高明「地方選挙区における街頭演説日程巡回計画の研究」 東京理科大学工学部経営工学科卒業論文 2008年