使用頻度と重さを考慮した二次元格納問題に関する研究

佐藤　悠介　（沼田　一道　教授，松浦　隆文　助教）

1　はじめに

長方形詰込み問題 [1] は, 大きさの異なる四角形を二次元平面上に重なりなく配置する NP 困難な問題である．長方形詰込み問題は，倉庫など限られた空間に多くの物を格納するときなどに応用できることもあり，盛んに研究が行われている．しかし，日常で頻繁に使用する物を倉庫に格納する場合，多くの荷物を詰込むだけでなく，荷物の使用頻度やその重さを考慮して格納することが重要である．例えば，頻繁に使用する物を奥に格納してしまうと，その荷物を取出す度に，手前に置いてある荷物を全て退避させてから取り出さなければならない．また，重い荷物が取出し口付近に格納されていると，他の荷物を取出す際の退避作業に手間がかかり効率的ではない．従って，頻繁に使用する物を倉庫に格納する場合はいかに多くの荷物を格納するかだけではなく，使用頻度と重さを考慮して格納する必要がある．そこで，本研究では既存の長方形詰込み問題とは異なる，使用頻度と重さを考慮し期待取出しコストの総和を最小化する二次元格納問題を提起し，その解法を提案することを目的とする．

2　使用頻度と重さを考慮した二次元格納問題

倉庫の大きさを縦 a，横 b と設定し，倉庫の下部を取出し口とする (図 1)．倉庫内に格納する荷物は n 個とし，縦 y_i，横 x_i の四角形とする．荷物 i の使用頻度を f_i，重さを w_i とし，その値は既知とする (図 2)．荷物は，互いに重ならないように配置され．斜めに配置することはできないものとする．また，倉庫に格納された荷物を取出すためには，その荷物と倉庫の取出し口の間に格納されている全ての荷物を退避させる必要があり，そのコストを「取出しコスト」と呼ぶ．

取出しコストを求めるために，ある配置 X において各荷物が他の荷物の取出しを妨害している関係を表した邪魔グラフ $G(X)$ を導入する．$G(X)$ の点は荷物であり，枝は荷物 j が i の取出しを妨害する場合に生成され，以下の式で表される．

$$G(X) = (V, E(X)) \tag{1}$$

$$V = \{i | i = 1, 2, \cdots, n\} \tag{2}$$

$$E(X) = \{(i,j) | \forall i, j \in V, \quad \text{s.t. } j \text{ は } i \text{ の取出しを妨害 } \} \tag{3}$$

図 3 に邪魔グラフ $G(X)$ の例を示す．

ある配置 X において，荷物 i を取出すために退避させた荷物の総重量 $g(i,X)$ を $G(X)$ を用いて以下のように定義する．

$$g(i,X) \triangleq \begin{cases} \displaystyle\sum_{(i,j)\in E(X)} (g(j,X) + w_j) & \exists j,\ (i,j) \in E(X) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4}$$

また，その取出しコストを

$$f_i \times g(i,X) \tag{5}$$

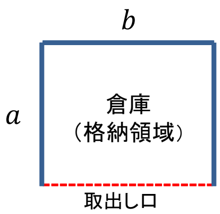


図 1　倉庫の設定例

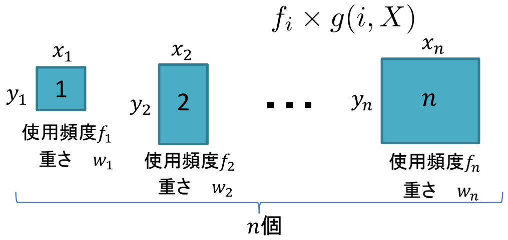


図 2　荷物の設定例

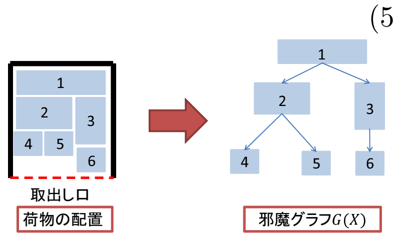


図 3　配置 X における $G(X)$ の例

と定義する．その結果，例えば，図 3 における荷物 1 の取り出しコストは，

$$
\begin{aligned}
g(1,X) &= \{g(2,X)+w_2\}+\{g(3,X)+w_3\} &(6)\\
&= \{g(4,X)+w_4\}+\{g(5,X)+w_5\}+w_2+\{g(6,X)+w_6\}+w_3 &(7)\\
&= w_2+w_3+w_4+w_5+w_6 &(8)
\end{aligned}
$$

と計算でき，その取出しコストは $f_1(w_2+w_3+w_4+w_5+w_6)$ である．以上より，ある配置 X における期待取出しコストの総和は

$$
A(X)=\sum_{i=1}^{n} f_i \times g(i,X) \tag{9}
$$

となり，$A(X)$ の値を最小化する配置 X を求めることが使用頻度と重さを考慮した二次元格納問題の目的である．

3　提案解法

n 個の荷物に 1 から n の番号付けをし，全ての荷物を北西隅のルールで倉庫に格納することである一つの配置が決定する．この時，荷物を格納する順番を表す順列を格納順列 $\boldsymbol{\sigma}$ と呼び，一つの格納順列に対して一つの配置 X が対応する．例えば，図 3 の配置に対応する格納順列は $\boldsymbol{\sigma}=\{1,2,3,4,5,6\}$ である．荷物 n 個に対し $n!$ 通りの格納順列が存在し，その中には $A(X)$ が最小となる順列が必ず存在する．従って，$n!$ 個の順列全てについて配置のコストを調べれば，厳密な最適配置が求まる．しかし，順列の数は n の増加にともない指数関数的に増加してしまい，全ての組合せを列挙して厳密解を見つけることは困難である．そこで，局所探索法を用いて解の改善を行う発見的解法を提案する．

提案する局所探索法では，まず，初期格納順列 $\boldsymbol{\sigma}$ をランダムに作成する．次に，格納順列 $\boldsymbol{\sigma}$ の中から i 番目の荷物，荷物 $\boldsymbol{\sigma}(i)$ と j 番目の荷物，荷物 $\boldsymbol{\sigma}(j)$ を選択，選択した荷物の格納順を交換することで解の改善を行う．このとき，2 つの荷物を交換する全ての組合せについて交換後の期待取り出しコストを求め，最も解が改善される交換を実行する．しかし，この方法で得られる解のほとんどは最適解ではなく局所最適解である．そこで，探索の過程で局所最適解から抜け出し，更に良い解を探索するためにメタヒューリスティック戦略の 1 つであるタブーサーチ法を用いた解法を提案する [2].

タブーサーチ法では，改悪であっても常に近傍解で最も良い解へ遷移する．このとき，周期的に解が遷移することを防ぐために，解の遷移時に行なった操作をタブーリストと呼ばれるリストに保存し，リスト内に含まれる操作を一定期間禁止する．タブーサーチ法を用いることで，周期的な解への遷移を防ぎ，局所解から抜け出し探索を継続することができる．提案解法では「i 番目と j 番目の荷物が交換された場合，$(i,\boldsymbol{\sigma}(i))$ と $(j,\boldsymbol{\sigma}(j))$ をタブーリストに記憶し，i 番目に荷物 $\boldsymbol{\sigma}(i)$ を格納すること，j 番目に $\boldsymbol{\sigma}(j)$ の荷物を格納することを一定期間禁止する」と設定した．また，解の探索を終了する条件は「解の更新を s 回行なっても，最良解が更新されない場合に探索を終了すること」とする．

4　数値実験

4.1　列挙法と提案解法の比較

列挙法による厳密解と提案解法による近似解の性能を比較するために計算機実験を行なった．それぞれのプログラムは Delphi6 を用いて実装した．倉庫の大きさを $a=12$，$b=12$，荷物の大きさ x_i，y_i は 1 以上 5 以下の一様な乱数 (整数値)，使用頻度 f_i は 1 以上 10 以下の一様な乱数 (整数値)，重さは w_i は 1 以上 15 以下の一様な乱数 (整数値) で与え，タブー期間を 10, 終了条件 $s=100$ と設定した．

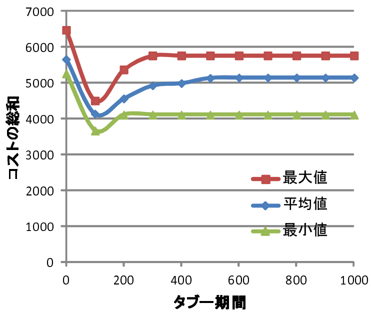
提案解法により初期解を 100 回変化させて実験すると，厳密解と同じ値が 67 回求まった．また，列挙法の計算時間が 902 秒であったのに対し，提案解法では平均 0.22 秒であった．提案解法が計算時間の短

縮に効果があることがわかる．

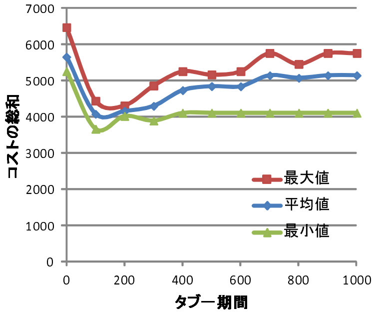
4.2　近似解法に関する実験結果と考察

荷物数 $n = 50$，倉庫の大きさを $a = 25$，$b = 25$ とし，タブー期間と終了条件回数 s を変え，コストの総和や計算時間の影響を調べた．図 4 はそれぞれの終了条件においてタブー期間を 0 ～ 1000 まで 100 刻みで変化させ，それぞれ初期解を変化させて 5 回変えて実験を行った時のコストの総和の平均値，最大値，最小値を表した結果である．

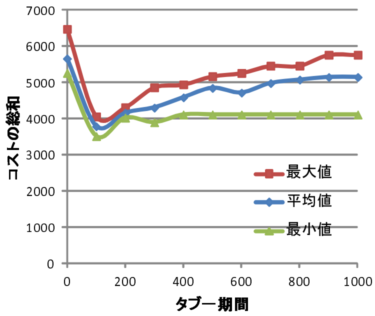
図 4 より，どの終了回数でもタブー期間を 0，つまり局所探索法のみではコストがあまり改善されないことがわかる．これは，局所最適解に陥り解が改善されないからである．また，同一の終了条件においてタブー期間を長く設定するとコストの総和が増加することがわかる．禁止期間が長いために交換可能となる組合せが減少し，探索範囲が狭まってしまい解が改善されにくくなるからだと考えられる．さらに，同一のタブー期間において終了条件回数が増加しても最小値はあまり変化が見られないが最大値が減少することがわかる．これは，探索回数が増加し広範囲な探索が可能となるのでより良い解が発見され，最大値が抑えられたためだと考えられる．最小値に変化がないのは初期解に結果が左右され，ある初期解ではタブー期間や終了条件を変化させても解があまり改善されないという場合もあり，禁止条件を見直す必要があると考えられる．



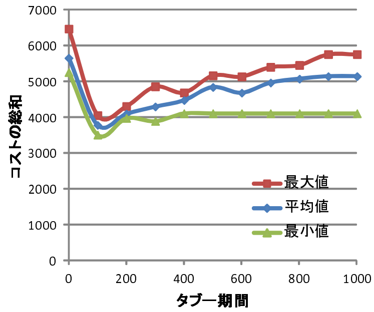
(a) 終了条件:500 回



(b) 終了条件:1000 回



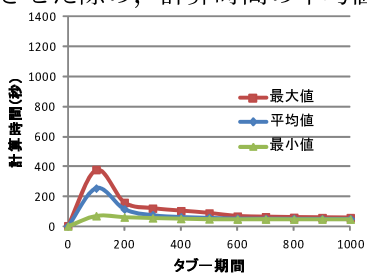
(c) 終了条件:1500 回



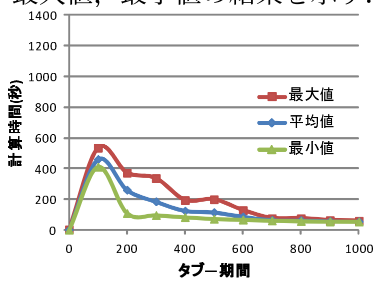
(d) 終了条件:2000 回

図 4　終了条件を変化させた場合のそれぞれのコスト

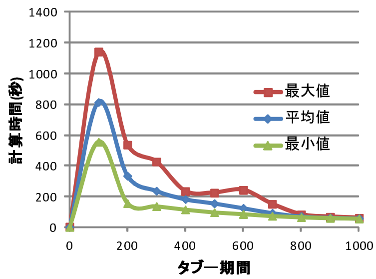
図 5 に，タブー期間と終了条件を変化させた際の，計算時間の平均値，最大値，最小値の結果を示す．図 5 より，終了条件回数の設定が大きい方が計算時間が長くなることがわかる．これは，単純に計算回数が増加することに加え，終了条件までの探索回数が多いと解が更新される可能性が高まり再度一定回数計算されるためである．また，タブー期間が長い方が計算時間が短くなっていることがわかる．これは，タブーとなる交換のコスト計算は行わないのでタブー期間が長いとタブーの組合せが多くなり，コスト計算の回数が減少するためである．



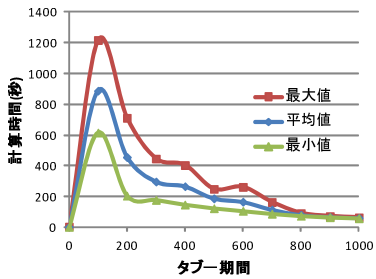
(a) 終了条件:500 回



(b) 終了条件:1000 回



(c) 終了条件:1500 回

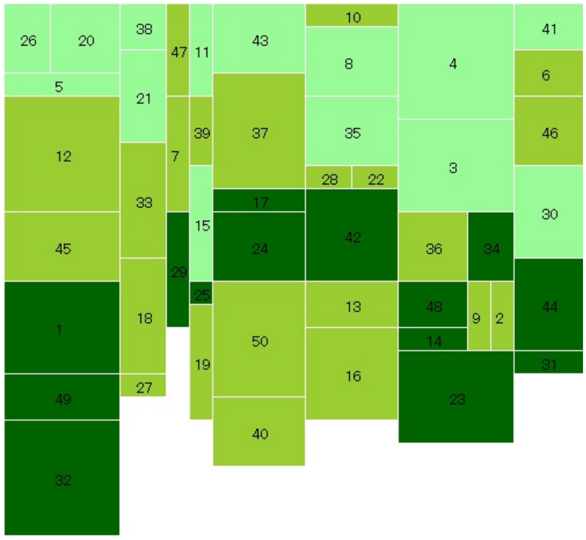


(d) 終了条件:2000 回

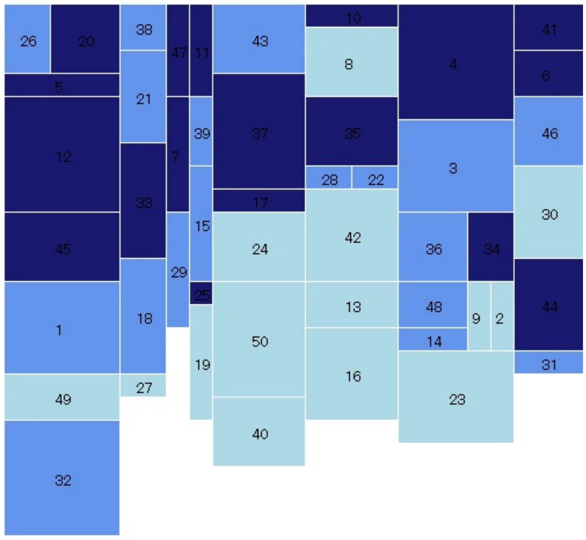
図 5　終了条件を変化させた場合のそれぞれの計算時間

図 6 に提案解法で求めた格納順列の順に配置した倉庫内の様子を使用頻度と重さでそれぞれ 3 段階に分類したものを示す．色が濃い方が使用頻度が高い，または重い荷物である．また，各数字は荷物番号を表している．

図 6 より，使用頻度が高い荷物は倉庫の取出し口に近い場所に格納され，重い荷物は倉庫の奥に格納されていることがわかる．また，使用頻度が高く，重い荷物は倉庫の中央付近に格納されていることが分かる．さらに，倉庫の縦列を見ると横幅が同じ荷物で統一されていることがわかる．以上の事から提案解法による配置では使用頻度と重さが考慮され，他の荷物の取出しをできる限り阻害しないよう荷物の横幅が揃えられていることがわかる．



(a) 倉庫内 (使用頻度表示)



(b) 倉庫内 (重さ表示)

図 6　提案解法による配置

5　まとめ・今後の課題

本研究では従来の長方形詰込み問題とは異なる，使用頻度と重さを考慮した二次元格納問題という新たな問題を提起した．この問題に対して，二つの荷物の格納順を交換して解を改善していく局所探索を行った．その際，局所最適解に陥らないようにタブーサーチ法を用いて繰り返し交換を行い近似解を求めるという解法を提案した．数値実験の結果，n の値が小さい問題では提案解法は高い確率で列挙法よりも短い計算時間で厳密解と同じ解が得られることがわかった．また，提案解法はタブー期間が長いと計算時間は短縮されるが取出しコストの総和が増加する傾向にあること，終了条件回数が長い方が広い範囲の探索が可能で，さらに良い解が求められるが計算時間が長くなるといったトレードオフの関係が発見された．今後はタブー条件を見直し，さらに精度の高い解法を開発すること，荷物の 90 度回転を可能にしたプログラムの実装などが課題となる．

参考文献

[1] 今堀慎治，梅谷俊治 (2005)，切り出し・詰込み問題とその応用—(2) 長方形詰込み問題—，オペレーションズ・リサーチ 経営の科学 Vol.50，no.5，pp.335-340.

[2] 柳浦睦憲，茨木俊秀 (2001)，組合わせ最適化—メタ戦略を中心として—，朝倉書店，237pp.