

# 使用頻度と重さを考慮した 二次元格納問題に関する研究

東京理科大学 工学部第一部 経営工学科  
沼田研究室 4408040 佐藤悠介

# 目次

1. はじめに
2. 問題設定
3. 提案解法
4. 数値実験
5. まとめ・今後の課題
6. 参考文献

# 1.はじめに

## 1.1 倉庫について

- 長期保管を目的とした倉庫 → 荷物を多く格納



詰込み問題<sup>[1]</sup>として研究されている

- 日常的に取出しを想定した倉庫  
→ 所望のものを取出しやすいように格納



使用頻度や重さを考慮する必要がある

本研究で扱う

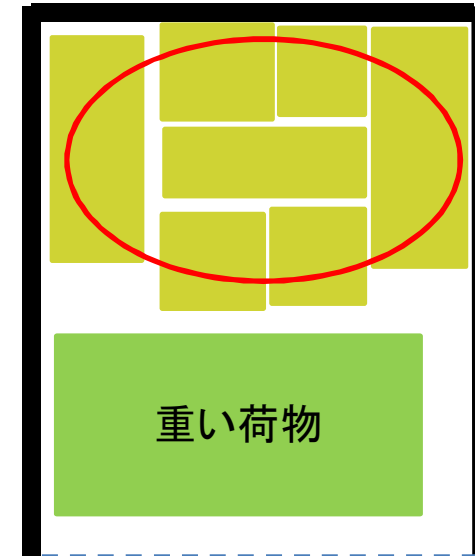
# 1.はじめに

## 1.2 効率的でない配置例



取り出し口

頻度を考慮していない配置例



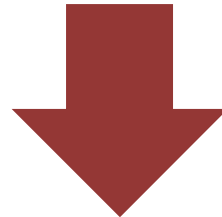
取り出し口

重さを考慮していない配置例

# 1.はじめに

## 1.3 研究目的

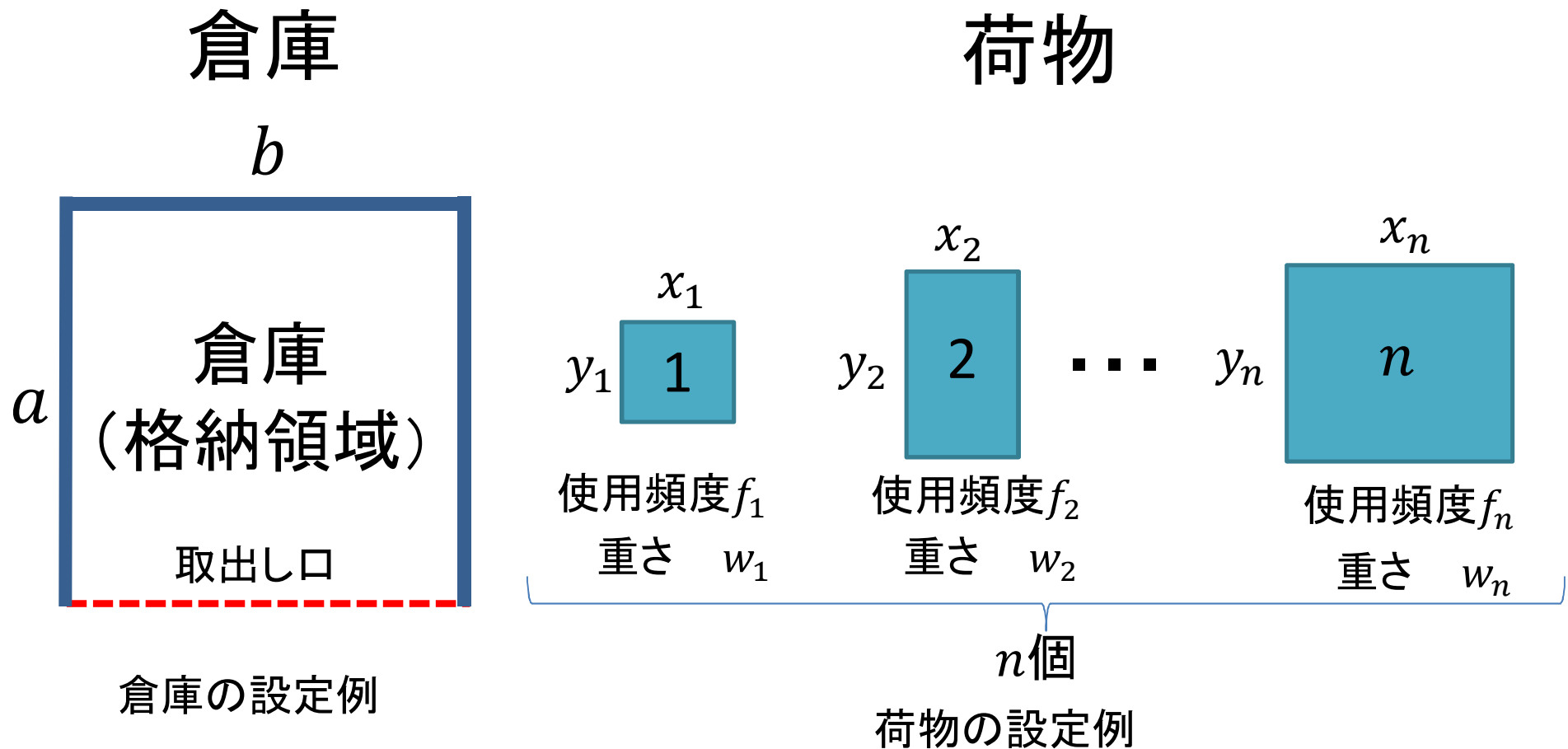
使用頻度と重さを考慮し  
個別の荷物の取出しを想定した  
能率的な配置を考える



期待取出しコストの総和を最小化する  
二次元格納問題を提起し  
その解法を提案することを目的とする

# 2.問題設定

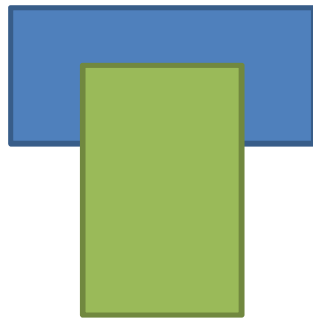
## 2.1 倉庫と荷物の条件



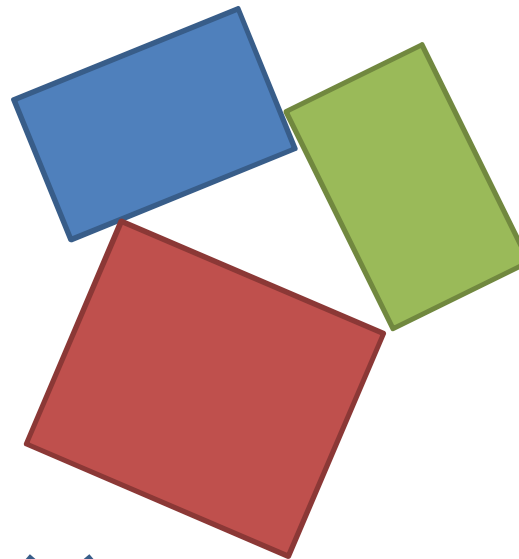
## 2.問題設定

### 2.2 格納条件

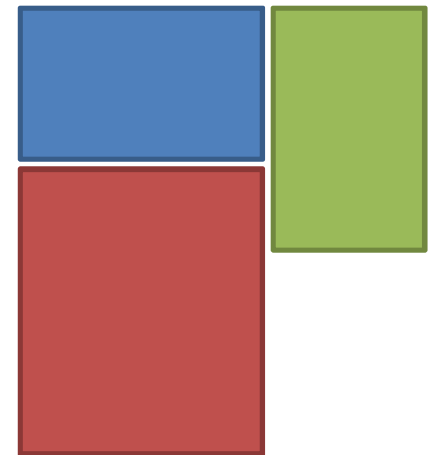
- 全ての荷物を倉庫内に重ならないよう格納する
- 荷物を斜めに格納することはできないものとする



✕ 荷物が重なっている



✕ 斜めは不可

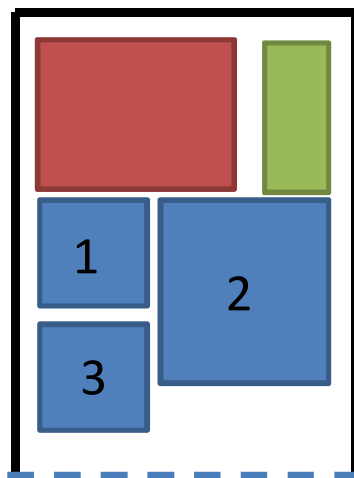


○ 可

## 2.問題設定

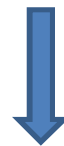
### 2.3 取だし条件

ある荷物を取出すにはその荷物と取だし口の間に格納されている他の荷物を全て退避させる必要がある



取だし口

赤の荷物を取出す



荷物1,2,3を退避させる

緑の荷物を取出す



荷物2を退避させる

取出す荷物の使用頻度と退避させる荷物の重さを用いて「取だしコスト」を計算する



# 2.問題設定

## 2.4 邪魔グラフ $G(X)$ について

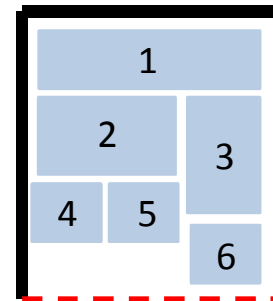
ある配置 $X$ における各荷物の  
取出しコストの計算



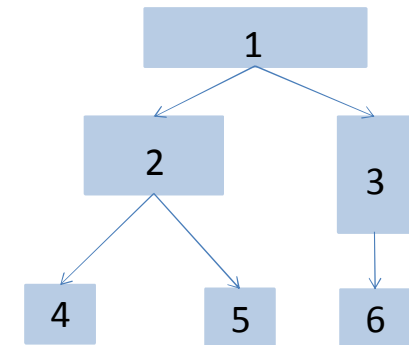
「邪魔グラフ $G(X)$ 」を導入

$G(X)$ ・・・ある配置 $X$ において荷物 $i$ の取出しを妨害している荷物  
を表したグラフ

$$\left\{ \begin{array}{l} G(X) = (V, E(X)) \\ V = \{i | i = 1, 2, \dots, n\} \\ E(X) = \{(i, j) | \forall i, j \in V, \\ \text{s.t. } j \text{ は } i \text{ の取出しを直接妨害}\} \end{array} \right.$$



取出し口  
荷物の配置



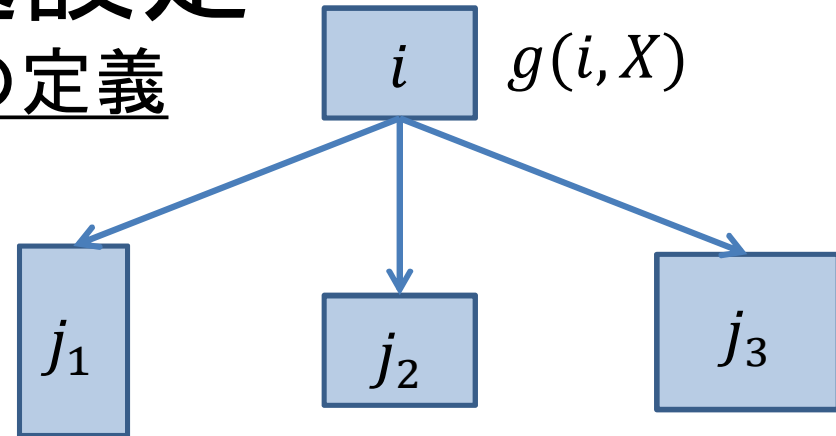
邪魔グラフ $G(X)$

$G(X)$ の例

## 2.問題設定

### 2.5 $g(i, X)$ と取出しコストの定義

ある配置 $X$ において  
荷物 $i$ を取り出すために  
退避させた荷物の総重量



$g(i, X)$

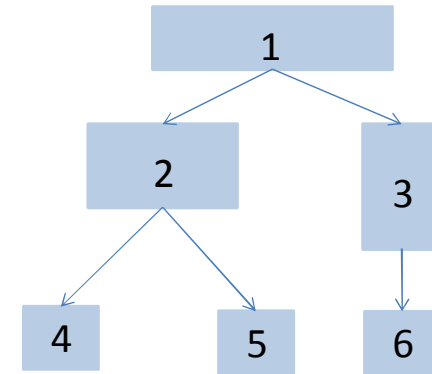
$$g(j_1, X) + w_{j_1} + g(j_2, X) + w_{j_2} + g(j_3, X) + w_{j_3}$$

$$g(i, X) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \sum_{(i,j) \in E(X)} (g(j, X) + w_j) & \exists j, \text{ s. t. } (i, j) \in E(X) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

配置 $X$ における荷物 $i$ の取出しコスト  
 $f_i \times g(i, X)$

## 2.問題設定

### 2.6 取出しコストの計算例



$G(X)$ の例による $g(1, X)$ の計算

$$\begin{aligned} g(1, X) &= \{g(2, X) + w_2\} + \{g(3, X) + w_3\} \\ &= \{g(4, X) + w_4\} + \{g(5, X) + w_5\} + w_2 \\ &\quad + \{g(6, X) + w_6\} + w_3 \\ &= w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 \end{aligned}$$

荷物1の取出しコスト

$$f_1 \times g(1, X) = f_1(w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6)$$

## 2.問題設定

### 2.7本問題の目的

配置 $X$ における総コスト $A(X)$

期待取出しコストの総和を $A(X)$ とする

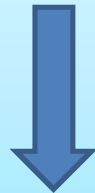
$$A(X) = \sum_{i=1}^n f_i \times g(i, X)$$

$A(X)$ の値を最小化する配置 $X$ を  
求めることが本問題の目的である

# 3. 提案解法

## 3.1 順列空間と配置空間の対応

$n$ 個の荷物に1から $n$ の番号を与え、ある順番で全ての荷物を北西隅のルールで格納する



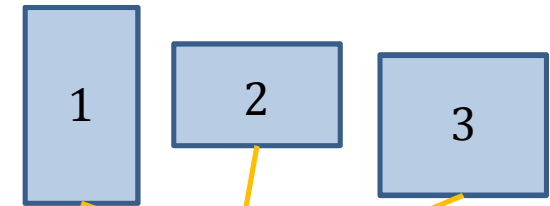
格納する順番を表す  
順列: 格納順列  $\sigma$

一つの  $\sigma$  に一つの配置  $X$  が対応する

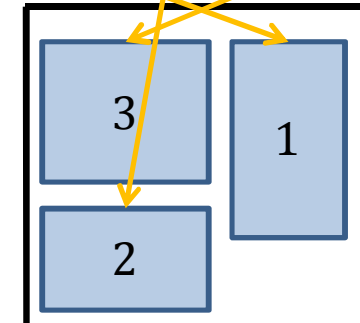
全ての配置方法の中で  
ある配置が最適解である



北西隅から順に荷物番号を参照して得た  $\sigma$  により最適解を与える配置が実現可能



$n = 3$



$\sigma(1)$   $\sigma(2)$   $\sigma(3)$

$\sigma$ : 

3	1	2
---	---	---

$\sigma(i)$ :  $i$ 番目に格納する荷物番号

順列空間を探索



コストの総和が最小になる  $\sigma$  が最適配置である

# 3. 提案解法

## 3.2 列挙法と発見的解法

順列空間の全範囲を  
探索する  
(列挙法)



$n$ の値が大きいと全範囲を  
探索することは困難



荷物数 $n$ の値が大きいつきは  
近似解を求める発見的解法が必要

# 3. 提案解法

## 3.3 交換近傍による局所探索

格納順序 $\sigma$ をランダムに作成, 総コストを計算(初期解)



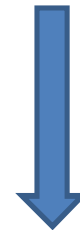
$n$ 個の中から二つ荷物を選択し( $\frac{n(n-1)}{2}$ 通り),  
格納する順番を交換した時の総コストを計算

$\sigma$ 

$\sigma(1)$	$\sigma(2)$	...	$\sigma(i)$	...	$\sigma(j)$	...	$\sigma(n)$
-------------	-------------	-----	-------------	-----	-------------	-----	-------------

$\sigma$ 

$\sigma(1)$	$\sigma(2)$	...	$\sigma(j)$	...	$\sigma(i)$	...	$\sigma(n)$
-------------	-------------	-----	-------------	-----	-------------	-----	-------------



コストの総和が最小となる交換を実行し再配置

解が改善される  
限り反復する



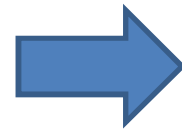
解が改善されない場合

局所最適解

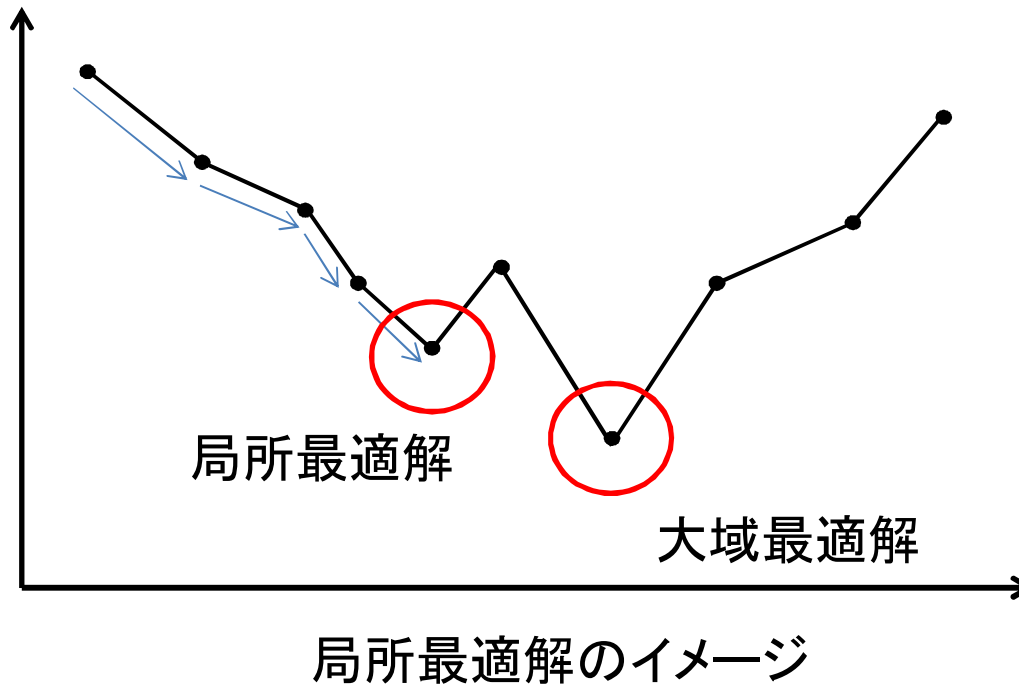
# 3. 提案解法

## 3.4 局所最適解からの脱出

交換近傍のみによる局所探索  
では局所最適解に陥る



メタ戦略の一つである  
タブーサーチ法[2]を用いて  
局所最適解から抜け出す





# 3. 提案解法

## 3.5 タブーサーチ法(1)

改悪でも近傍内における最良解への遷移を反復

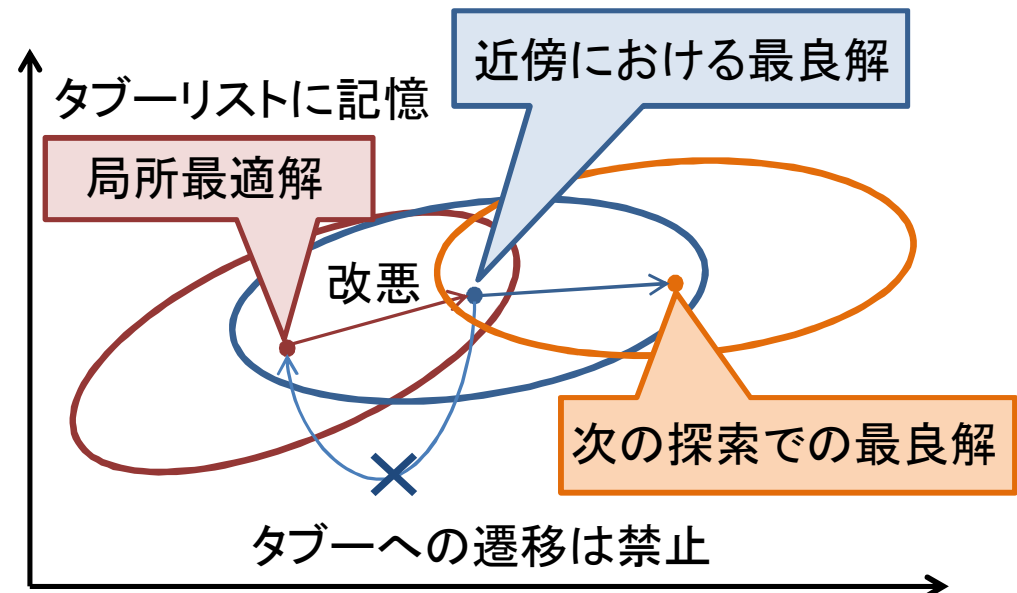
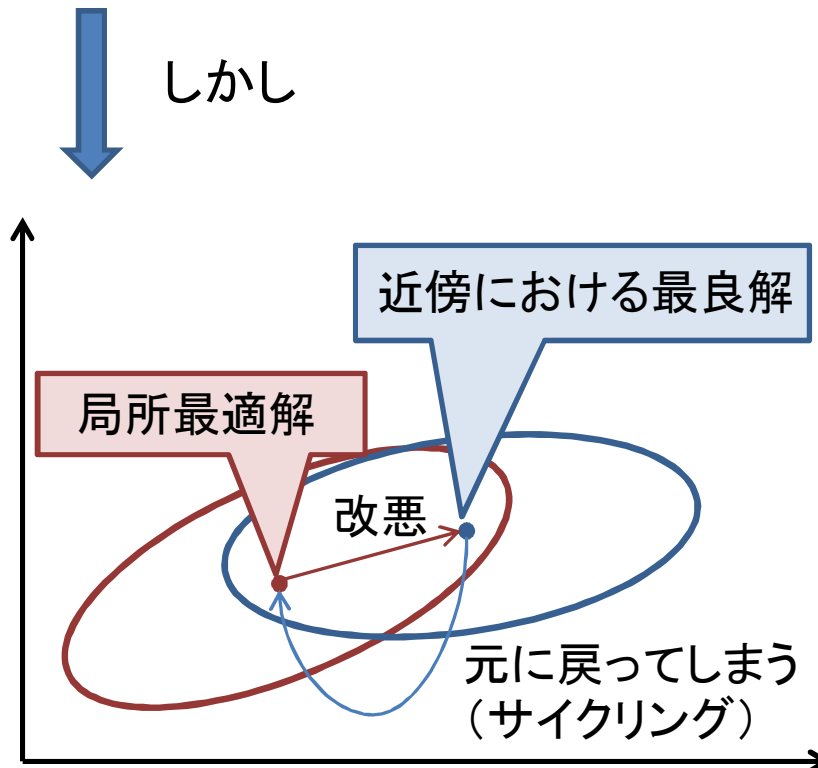


サイクリングを防ぐために  
遷移した時の変数の変更を  
タブーリストに記憶



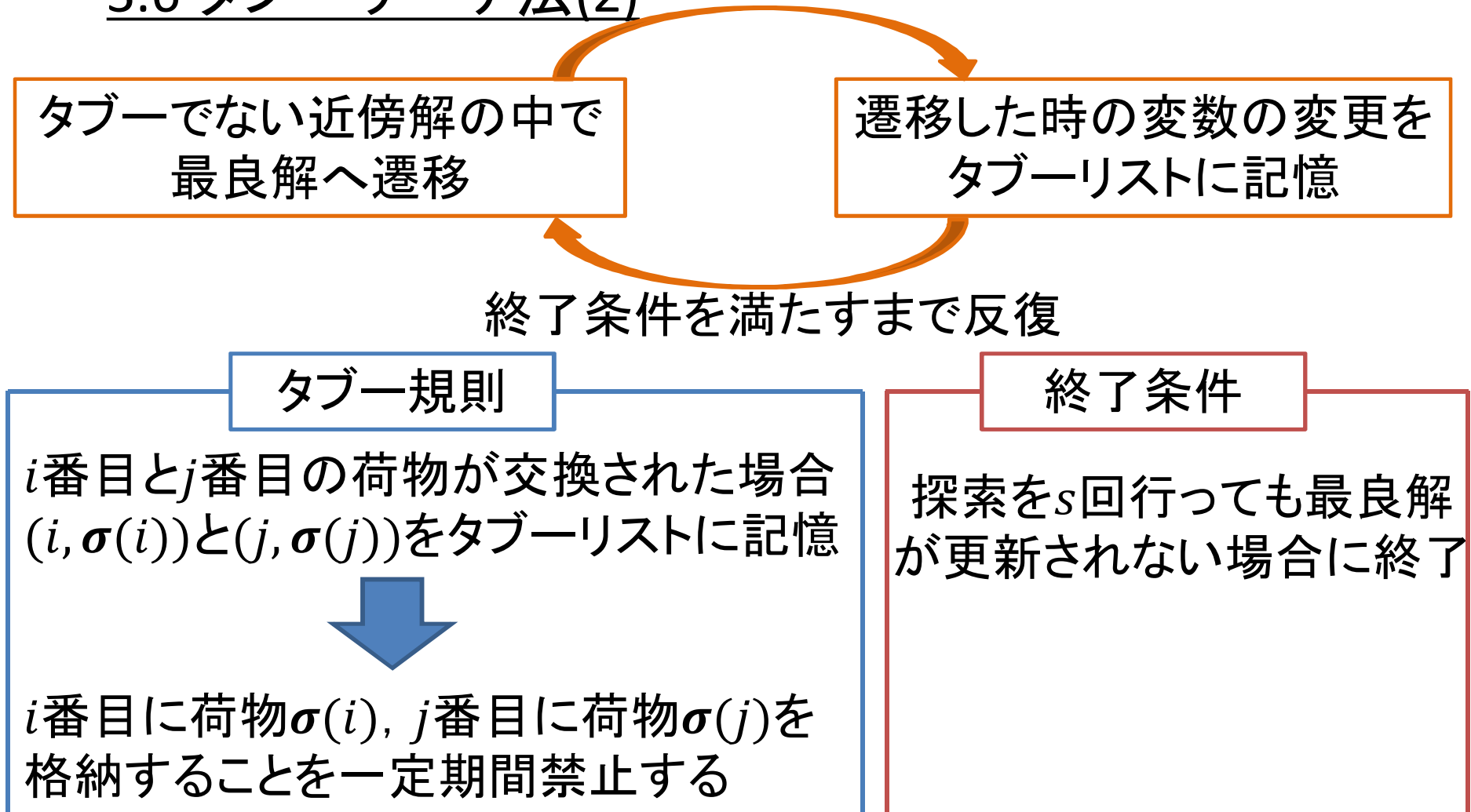
タブーへの遷移を禁止

しかし



# 3. 提案解法

## 3.6 タブーサーチ法(2)



# 4. 数値実験

## 4.1 列挙法（厳密解）と提案解法（近似解）の比較

各解法の結果( $n = 11, a = 12, b = 12$ , 試行回数100回)

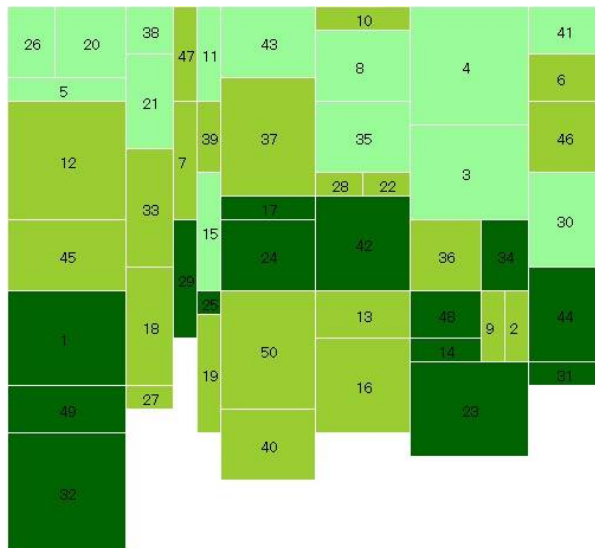
	コストの総和	計算時間(秒)	備考
列挙法	228	902	
提案解法	228(最良解)	0.22(平均)	100回中67回厳密解と同じ値が求められた

$1 \leq f_i \leq 10, 1 \leq w_i \leq 15, 1 \leq x_i \leq 5, 1 \leq y_i \leq 5$  一様乱数(整数)  
タブー期間:10, 終了条件 $s = 100$

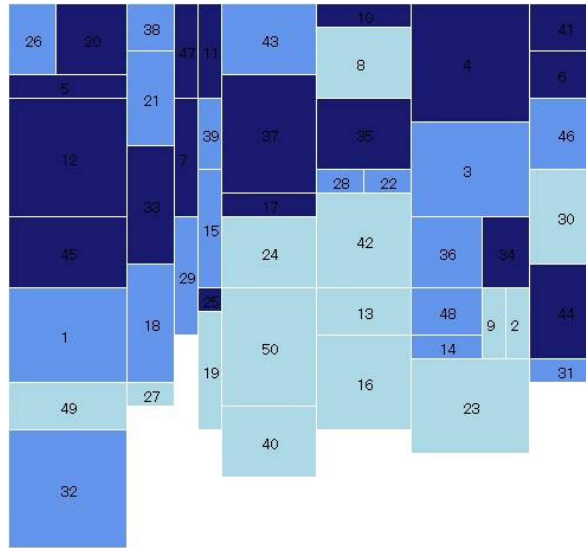
$n$ が小さい場合は  
提案解法は列挙法よりも短時間で  
厳密解と同じ値を求められる

# 4. 数値実験

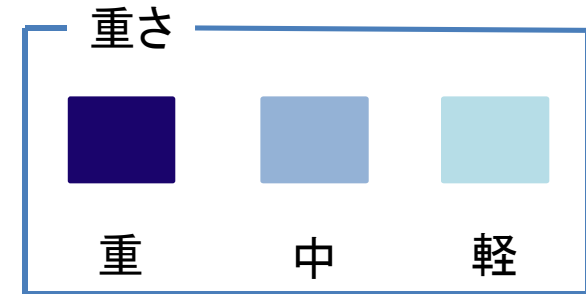
## 4.2 最良解の配置図 ( $n = 50, a = 25, b = 25$ )



(a) 使用頻度



(b) 重さ



提案解法による倉庫内の配置

- 頻度の高い荷物 → 取出し口に近い
- 重い荷物 → 奥
- 頻度が高くて重い荷物 → 中間

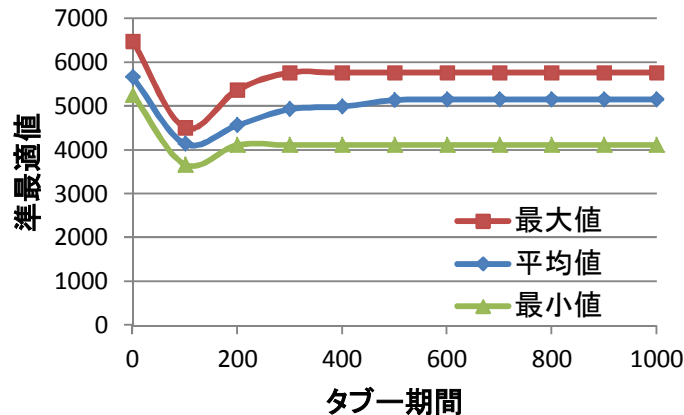
横幅が揃えられて格納される



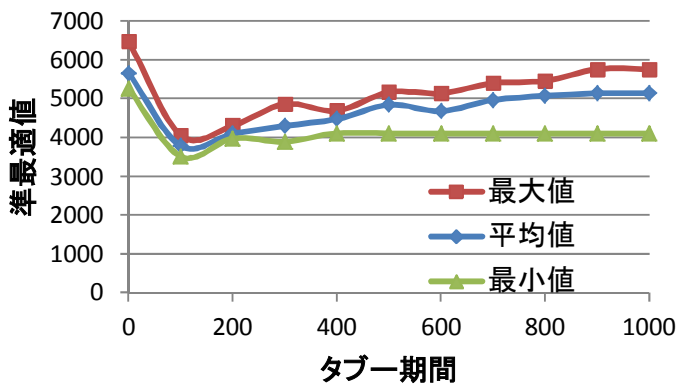
他の荷物を妨害しない配置

# 4. 数値実験

## 4.3 タブー期間・終了条件の変化と準最適値の関係



(a)  $s = 500$



(b)  $s = 2000$

準最適値( $a = 25, b = 25, n = 50$ , 試行回数5回)

同一の $s$ において

タブー期間が増加 $\rightarrow$ 準最適値が増加



探索範囲が狭くなる $\rightarrow$ 準最適値が増加

同一のタブー期間において

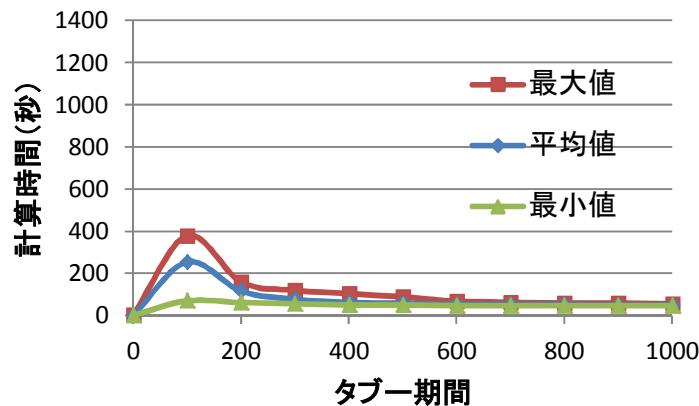
$s$ が増加 $\rightarrow$ 準最適値の最大値が減少



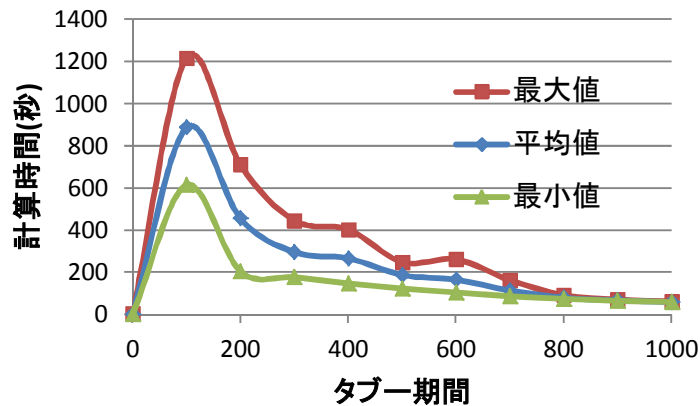
広範囲な探索 $\rightarrow$ より良い解の発見

# 4. 数値実験

## 4.4 タブー期間・終了条件の変化と計算時間の関係



(a)  $s = 500$



(b)  $s = 2000$

同一の $s$ において

タブー期間が増加 $\rightarrow$ 計算時間が減少



タブーの組合せが増加 $\rightarrow$ 計算回数が減少

同一のタブー期間において

$s$ が増加 $\rightarrow$ 計算時間が増加



解の更新 $\rightarrow$ 再度 $s$ 回計算

計算時間( $a = 25, b = 25, n = 50$ , 試行回数5回)

# 5.まとめ・今後の課題

## 5.1 まとめ

既存の問題とは異なる  
使用頻度と重さを考慮した  
二次元格納問題を提起



邪魔グラフ・取出しコストを定義



順列空間と荷物の配置を対応



タブーサーチ法を用いた  
交換近傍による解法を提案

$n$ が小さい場合

短時間で厳密解と同じ値を  
高確率で求められた

$n$ が大きい場合

提案解法により得られた配置  
• 使用頻度と重さを考慮  
• 荷物の幅が揃えられていた



個別の荷物の取出しが  
考慮された配置

- 解の精度が向上
- タブー期間・終了条件により  
準最適値や計算時間が変化

# 5.まとめ・今後の課題

## 5.2 今後の課題

- タブー条件の見直し
- さらに精度の高い解法の開発
- 荷物の90度回転を許すモデル



## 6.参考文献

- [1]今堀慎治, 梅谷俊治(2005),「切出し・詰込み問題とその応用—(2)長方形詰込み問題—」,  
オペレーションズ・リサーチ 経営の科学  
Vol.50, no.5, pp.335-340.
- [2]柳浦睦憲, 茨木俊秀(2001),「組合せ最適化—メタ戦略を中心として—」, 朝倉書店,  
237pp.