

移動販売における販売地点の選択と巡回経路最適化に関する研究

---顧客の利用割合が販売地点との距離に応じて変化する場合---

福島 達也 (沼田 一道 教授, 松浦 隆文 助教)

1. はじめに

移動販売とは、商品を積んだ移動販売車が複数の販売地点で商品の販売をしては順次移動する小売業の一形態である。しかし、移動販売車による販売では通常の店舗運営と異なり、人件費に加えて車両維持費や燃料費なども負担となる。車による移動販売で利益を上げるためには、できるだけ多くの人に物品を購入してもらえよう移動しつつ燃料費を節約することが重要である。

顧客側から見た移動販売の利点の1つは、自分の近くに移動販売車が来るので、自宅から比較的近い場所で買い物をすることができ、買い物の労力負担が軽減されることである。そのため、販売地点に近い住人ほど、頻繁に購買を行い、移動販売運営者の利益に大きく寄与すると考えられる。そこで、本研究では、顧客の利用割合が販売地点と距離に応じて変化すると仮定し、移動販売の利益が最大となる販売地点とそれらを巡る経路を求める問題を最適化問題としてモデル化し、その解法を提案する。

2. 問題設定

ある領域に移動販売車の拠点（以下、デポ）、移動販売の利用者（以下、需要点）と販売地点候補（以下、候補点）が存在している（図1）。各需要点には需要量が与えられており、移動販売車は候補点で販売を行う（候補点を販売地点とする）ことで販売地点から一定範囲（カバー範囲）に含まれる需要点の需要量を獲得できる。しかし、獲得できる需要量は販売地点と需要点との距離に応じて変わり、需要点が販売地点に近いほど多くの需要量を獲得できる。販売地点から半径 r_1, r_2, r_3 ($r_1 < r_2 < r_3$)の範囲をカバー範囲とし、各カバー範囲で獲得できる需要量の割合をそれぞれ α, β, γ ($\alpha > \beta > \gamma$)とする（図2）。需要点が複数のカバー範囲にカバーされた場合、一番近い候補点が必要量を獲得できることとする（図3）。1台の移動販売車がデポを出発し、いくつかの候補点で販売活動を行い、制限時間内にデポに戻る巡回路の中で獲得需要量が最大となる巡回路を決定する。

3. 定式化

定式化に用いる定数、決定変数を定義する。候補点の集合を $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 、需要点の集合を $N = \{1, 2, \dots, n\}$ とし、需要点 k の需要量を q_k とする。候補点 i から j まで移動時間を t_{ij} 、需要点 k から候補点 i までの時間(距離)を d_{ik} 、各販売地点での販売時間を S とする。移動販売者がデポを出発してデポに戻るまでの制限時間を D とする。 c_{ik}^l は定数であり、需要点 k が候補点 i の半径 r_1 のカバー範囲内($d_{ik} \leq r_1$)であれば

$c_{ik}^1 = 1$ 、そうでなければ $c_{ik}^1 = 0$ 、半径 r_2 のカバー範囲内($r_1 < d_{ik} \leq r_2$)であれば $c_{ik}^2 = 1$ 、そうでなければ $c_{ik}^2 = 0$ 、半径 r_3 のカバー範囲内($r_2 < d_{ik} \leq r_3$)であれば $c_{ik}^3 = 1$ 、そうでなければ $c_{ik}^3 = 0$ とする。 g^l ($l \in L = \{1, 2, 3\}$)は需要点 k が半径 r_l でカバーされ、 r_{l-1} ではカバ

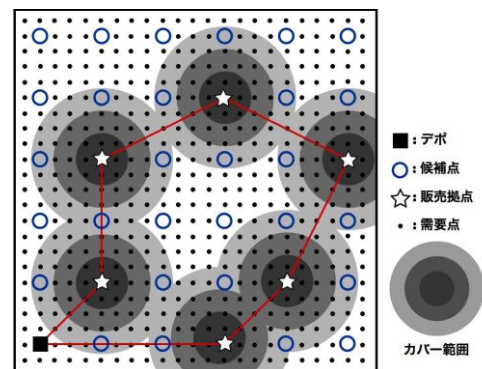


図1：対象領域

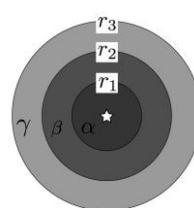


図2：獲得需要量

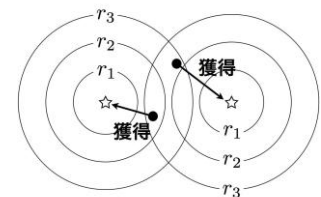


図3：重複カバー

一されないときの獲得できる需要量の割合を表している (α, β, γ いずれかの値).

y_i は候補点*i*を販売地点に選択する(1)か、否(0)かを表す決定変数、 x_{ij} は候補点*i*から*j*に直接移動する(1)か、否(0)かを表す決定変数、 u_{ik}^l は需要点*k*が候補点*i*に置かれた販売地点によって半径 r_l の範囲内でカバーされる(1)か、否(0)かを表す変数である ($l = 1, 2, 3$). 以上の記号を用いると、本研究で扱う問題は以下のように定式化される.

$$\max \quad \sum_{i \in M} \sum_{k \in N} \sum_{l \in L} q_k g^l u_{ik}^l \quad (1)$$

$$\text{s.t} \quad u_{ik}^1 \leq c_{ik}^1 y_i \quad \forall i \in M, \forall k \in N \quad (2) \quad \sum_{h \in M} x_{hi} = y_i \quad \forall i \in M (i \neq h) \quad (7)$$

$$u_{ik}^2 \leq c_{ik}^2 y_i \quad \forall i \in M, \forall k \in N \quad (3) \quad \sum_{j \in M} x_{ij} = y_i \quad \forall i \in M (i \neq j) \quad (8)$$

$$u_{ik}^3 \leq c_{ik}^3 y_i \quad \forall i \in M, \forall k \in N \quad (4) \quad \sum_{i \in M} x_{1i} = 1, \sum_{i \in M} x_{i1} = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{l \in L} u_{ik}^l \leq 1 \quad \forall k \in N \quad (5) \quad \sum_{j \in M} f_{ij} - \sum_{h \in M} f_{hi} - y_i = 0 \quad (i = 2 \dots m) \quad (10)$$

$$S(\sum_{i \in M} y_i) + \sum_{i,j \in M} x_{ij} t_{ij} \leq D \quad (6) \quad \sum_{j \in M} f_{1j} = 0 \quad (11)$$

$$f_{ij} \leq m \cdot x_{ij} \quad \forall i, j \in M \quad (12)$$

(1)式は移動販売で獲得できる需要量を最大化することが目的である. (2)~(4)式は候補点*i*を販売地点とする ($y_i = 1$) 場合、需要点*k*が候補点*i*のどのカバー範囲にカバーされるかを表している. (5)式は需要量が一つの販売地点でしか獲得できないようにするための制約式である. (6)式は販売時間の総和と移動時間の和が制限時間内であることを表す. (7),(8)式は候補点*i*を販売地点に選択するならば、候補点*i*はいずれか1つの候補点から訪問され、候補点*i*はいずれか1つ候補点へ向かうことを表す. (9)式はデポを出発し、デポに戻ることを表す. (10)~(12)式は部分巡回路除去制約式である.

4. 提案解法

本研究で扱う問題は候補点数、需要点数が多くなると、厳密解を求めることが困難である. そのため、大規模な問題に対しても解を求める事ができる発見的解法を提案する.

4.1 初期解の構築

提案解法では、まず全ての候補点を販売地点としインデックス順で巡回路を作り、2-opt法を用いて巡回路の改善を行う. 次に、制限時間内にデポに戻る巡回路を作成するために巡回路から販売地点を1点ずつ削除していく. 総獲得需要量があまり減少せず、巡回路長が短くなる販売地点を削除するために[削除後の総獲得需要量]/[削除後の巡回路長]が最大になる点を削除する.

4.2 局所探索法

提案解法で用いる局所探索法は2-opt法と交換法である. 2-opt法は巡回路長を改善するために用いる. 2-opt法とは巡回路中の2本の枝を削除し、新たに2本の枝を追加することで巡回路長を短くする方法である[1],[2]. 図4に2-opt法の概略図を示す. 交換法は巡回路長と獲得需要量を改善するために用いる. 図5に交換法の概略図を示す. 巡回路に含まれる候補点(販売地点)と巡回路に含まれない候補点とを1つ入れ替え改善を行う方法である.

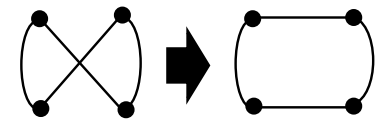


図4: 2-opt法

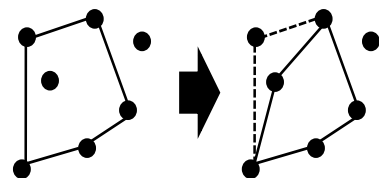


図5: 交換法

4.3 タブー探索法

タブー探索法は、局所探索法が局所最適解で終了することを防ぐ

ためのメタ戦略の1つである[1]. タブー探索法は、改悪な解の中で最も良い解への遷移を許すことで、局所最適解で探索を終了することを防いでいる. しかし、単純に改悪な解への遷移を許すだけでは周期的に解が遷移してしまう. そこで、一度選ばれた解の再選択を一定期間禁止することで、周期的な解の遷移を防ぐ. 選択された解を記憶するリストをタブーリスト、記憶している期間をタブー期間という[1].

提案解法では、交換法において巡回路中の候補点*i*と巡回路に含まれていない候補点*j*の交換を行った場合、候補点*i, j*をタブーリストに記憶し、しばらくの間、交換することを禁止している. タブー探索の終了条件は、「解の更新を*s*回行うこと」とし、探索終了後、*s*回の更新操作で得られた最良解を出力する.

4.4 求解手順

以下に、提案解法の求解手順を示す.

Phase1 初期解生成

- Step 1: デポから出発し、全ての候補点を販売地点とし、インデックス順（候補点の座標データを読込んだ順番）に全候補点で販売を行い、デポに戻ってくる巡回路を作成する. 巡回路の長さを 2-opt 法により改善する.
- Step 2: 巡回路から[削除後の総獲得需要量]/[削除後の巡回路長]が最大になる点を削除し、削除する度に 2-opt 法を実行する.
- Step 3: 販売時間の総和と販売地点間の移動にかかる時間の総和の和が制限時間以内になるまで、Step 2 を繰り返す.

Phase2 改善操作

- Step 1: 2-opt 法、交換法を用いて巡回路長、獲得需要量の改善を行う. 改善操作は局所最適解が求まるまで実行し、局所最適解が求まったら Step 2 へ.
- Step 2: 終了条件（交換法による改善操作を*s*回実行する）を満たすまで、タブー探索を実行する.
- Step 3: 探索過程で得られたその中で最良解を出力する.

5. 数値実験

提案解法の性能評価を行うために販売領域の広さ、候補点数、需要点数を変えて数値実験を行う. 提案解法の実装は Borland 社の Delphi 6 で行った. 正方領域内に候補点は 2km 間隔、需要点は 0.4km 間隔で配置する (図 1 参照). 実験に用いたデータの候補点、需要点の数はデータ①[36, 676] (数字は[候補点数, 需要点数]を表す), データ②[49, 961], ③[64, 1296], ④[81, 1681], ⑤[100, 2116]である. 移動販売車の運行速度は時速 20km とする. 販売地点での販売時間は $S = 30$ 分とする. 制限時間 D はデータにより異なり, ①では $D = 360$ 分, ②では $D = 420$ 分, ③では $D = 480$ 分, ④では $D = 540$ 分, ⑤では $D = 600$ 分とする. 需要量は一様乱数で与え、その範囲は 0 以上 100, 0 以上 500 以下, 0 以上 1000 以下の 3 通りで実験を行った. タブー期間 T_{tabu} はさまざまな値に変えて実験を行う.

表 1 : Gurobi と提案解法の求解時間[秒]

3 節で示した定式化を汎用 MIP ソルバー Gurobi[3]に入力して厳密解を求めた. 表 1 に Gurobi と提案解法の計算所要時間を示す. 候

	データ①	データ②	データ③	データ④	データ⑤
Gurobi	465	525	7575		
提案解法	10	27	74	169	230

補点数と需要点数が大きくなると、Gurobi はメモリー不足で厳密解を求める事ができない。一方、提案解法はどのデータでも短い時間で準最適解を求めている。

表 2 に最適解と局所探索法によって得られた解(提案解法 Phase 2 の Step4 までの結果)の誤差率((最適解の獲得需要量 - 近似解の獲得需要量) / 最適解の獲得需要量), 最適解とタブー探索法により得られた最良解との誤差率を示す。表 2 より、候補点数と需要点数が増加すると、局所探索法で得られる解の誤差率が増加していることがわかる。一方、タブー探索法はいくつかの問題例で最適解が得られており、問題の規模が大きくなっても問題例によっては誤差率 1%未満の巡回路が得られている。タブー探索を用いることで解が早期に局所最適解に収束する事を防ぎ、良好な探索を行なえていることがわかる。表 2 から、各需要点の需要量の分布範囲を狭めると、タブー探索法の誤差率が若干増加することも分かる。タブー探索の性能はタブー期間をどのくらいに設定するかにより大幅に変わる。タブー期間を変えて性能評価を行った結果、タブー期間を初期解で得られた販売地点数の半分の値に設定すると、誤差率 1%程度の巡回路が得られることが分かった。

表 3 に Gurobi で求解できなかった問題例に対する局所探索法とタブー探索法により得られた最良解を示す。表 2 のモデル規模の場合と同様、タブー探索により早期に局所最適解に収束する事を防ぎ、良好な探索を行なえていることがわかる。

表 2：最適解との誤差率

需要量幅		モデル規模		
		①36-676	②49-961	③64-1296
乱数 0-100	局所探索	2.77%	0.51%	8.75%
	タブー探索	2.77%	0%	6.76%
乱数 0-500	局所探索	0%	1.72%	3.49%
	タブー探索	0%	1.13%	0.41%
乱数 0-1000	局所探索	0.22%	11.74%	16.73%
	タブー探索	0%	0%	0.01%
タブー探索平均誤差率		0.92%	0.38%	2.39%

表 3: 規模が大きな問題に対する結果

需要量幅		モデル規模	
		④81-1681	⑤100-2116
乱数 0-100	局所探索	31080	35935
	タブー探索	31917	36696
乱数 0-500	局所探索	156433	178009
	タブー探索	158043	180413
乱数 0-1000	局所探索	308764	359880
	タブー探索	320097	367132
平均改善率		2.39%	1.79%

6. まとめと今後の課題

本研究では顧客と販売地点の距離に応じて利用割合が変化することに注目し、販売地点と顧客の距離に応じて顧客の利用割合を変化させ、移動販売における販売地点の施設配置問題を提起し、厳密解法による求解と発見的解法の提案を行った。厳密解法は求解に膨大な時間を要し、問題規模が大きくなると解を求めることが出来なかったが、提案解法を評価する指標になった。それに対し、販売地点と候補点を交換するという作業を局所探索法とタブー探索法の 2 つのアプローチから行った提案解法ではタブー探索を用いると、問題規模が大きい場合でも短時間で効果的な探索ができることが分かった。本研究では販売地点と顧客の距離を簡略化のため 3 段階で表したが、連続的な利用割合の変化を検討すること、また、利用割合の時間帯による変化を考慮すること等は今後の課題である。

参考文献

- [1] 柳浦睦憲・茨城俊秀 (2001), 組合せ最適化-メタ戦略を中心として-, 朝倉書店, 237pp.
- [2] 加藤直樹 (2008), 数理計画法, コロナ社, 221pp.
- [3] Gurobi, <http://www.gurobi.com> (2011.12.25).