学年を考慮した集団登校経路の作成

弘田　卓也（沼田　一道教授，松浦　隆文助教）

1　はじめに

多くの小学校では登校（下校）時にある程度の規模の集団で学校へ行く（自宅へ帰る），集団登校（下校）を行っている．上級生と下級生が同じ集団で登下校することで，誘拐，不審者からの声かけなどを回避することができ，また，上級生が交通安全に気を配り安心して登下校することができる．安全な集団登校を行うためには「上級生を含む集団にする」，「危険な道を通らないようにする」，「適切な人数の集団にする」といったことが重要である．

一般的に実施されている集団登校は，まず 1 つの集合地点に集まり，そこから集団となって小学校へ向かう（集団下校の場合，小学校から集合場所まで行き，その地点で解散し各自で自宅へ帰る）．そのため，自宅から集合場所へは一人で歩いて行くことになる．集団登下校に関する先行研究として，吉田ら [1] は 1 人で歩く距離が最小にするような解散場所を決定するモデルを提起している．また，田中ら [2] は移動人数によってリスクが異なることに着目し，1 人で歩く距離の最大値／総和を最小にするモデルを提起している．しかし，安全性を重視するならば，下級生が 1 人で歩く距離をなくし，上級生が下級生を自宅まで送り届ける方が好ましい．また，先行研究 [1,2] では学年を考慮した集団による登下校モデルとはなっていない．そこで，本研究では，登下校時の集団が必ず上級生児童を含み，その上級生は集団に含まれる全ての下級生を自宅に送り届ける集団登下校方式を考える．この方式において，良い経路を求める問題を定式化し，その解を求める発見的解法を提案する．

2　問題設定

上級生が集団に含まれる全下級生を自宅へ送り届けるとき，場合によって上級生は自宅までの最短経路ではなく，迂回（遠回り）をして自身の家へ帰らなければいけない．そこで，本研究では迂回距離の最も長い上級生の迂回距離が最小 (min-max 型のモデル) となるような集団登校経路を作成する．更に，集団の中には低学年児童も含むため，より短い移動距離で登下校することが望ましい．そこで，min-max 型のモデルで求めた最大迂回距離を迂回距離の上限とし，集団の総移動距離が最小となる集団登下校経路 (min-sum 型のモデル) を提案する．

対象地域は著者が居住している板橋区高島平の周辺地域とする．上級生，下級生の自宅を点（以下，上級生点，下級生点）とし，点間の経路を枝とする．上級生は帰宅経路に含まれる下級生（通過する下級生の家）を送り届けることができるものとする．図 1 に示すネットワーク例を用いて上級生の帰宅経路と上級生と共に帰宅する下級生の関係を説明する．

図 1 において，上級生 A は自宅への最短経路（破線）ではなく，下級生点 5 つを通って帰宅している．上級生は，帰宅経路に含まれる下級生を送り届けることができるものとする．しかし，1 人の上級生が目配り可能な下級生の人数には限界がある．そこで，本研究では 1 人の上級生が送迎可能な下級生の人数を 4 人以下とする．図 1 では，上級生 A は経路に含まれる 3 人の下級生（星印）と共に帰宅する．また，全ての下級生はいずれかの上級生と共に帰宅するものとする．

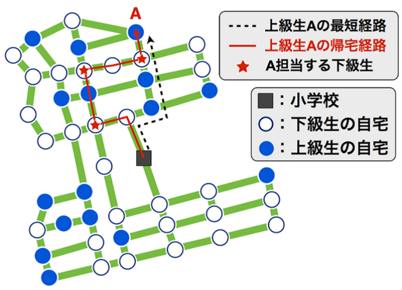

図 1　帰宅経路の例

3　定式化

定式化に用いる記号を定義する．$V = \{0, 1, \cdots, m, m+1, \cdots, m+n\}$ は点の集合で 0 を学校，上級生点の集合を $I = \{1, 2, \cdots, m\}$，下級生点の集合を $K = \{m+1, \cdots, m+n\}$ とする．A を道の集合とする．S_i を上級生 i の学校から家までの最短経路長とする．上級生は下級生点を通ることで，対応する下級生を送り届けることができる．$p_i j$ を上級生 i が学校から家へ帰る j 番目の経路とし，a_{ijk} を低学年児童 k が上級生 i の j 番目の経路に含まれるとき（1），含まれないときに（0）をとる定数とする．c_i を上級生 i の家から学校までの経路の本数，l_{ij} を上級生 i の j 番目の経路の長さとする．u_{ij} を上級生 i が j 番目の経路を選ぶとき（1），選ばないとき（0）をとる決定変数とする．min-max 型モデルで求めた最大迂回距離を W^* とすると，min-max /min-sum 型のモデルはそれぞれ次のように定式化される [3].

min-max 型モデル

$$
\begin{aligned}
\text{min.}\quad & \max_{i \in I} \sum_{j=1}^{c_i} (l_{ij} u_{ij} - S_i) & & (1)\\
\text{s.t.}\quad & \sum_{j=1}^{c_i} u_{ij} = 1 & \forall i \in I \quad & (2)\\
& \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{c_i} a_{ijk} u_{ij} = 1 & \forall k \in K \quad & (3)\\
& u_{ij} \in \{0, 1\} & \forall i, j \in I \quad & (4)
\end{aligned}
$$

min-sum 型モデル

$$
\begin{aligned}
\text{min.}\quad & \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{c_i} l_{ij} u_{ij} & & (5)\\
\text{s.t.}\quad & \sum_{j=1}^{c_i} u_{ij} = 1 & \forall i \in I \quad & (6)\\
& \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{c_i} a_{ijk} u_{ij} = 1 & \forall k \in K \quad & (7)\\
& W^* \geq \sum_{j=1}^{c_i} l_{ij} u_{ij} - S_i & \forall i \in I \quad & (8)\\
& u_{ij} \in \{0, 1\} & \forall i, j \in I \quad & (9)
\end{aligned}
$$

（1）式は迂回距離が最大となる上級生の迂回距離を最小化する目的関数であり，（5）式は帰宅経路の距離の総和を最小化する目的関数である．（2），（6）式は上級生児童が一つの経路を選択して自宅へ帰ることを示している．（3），（7）式は，下級生が必ず一人の上級生に送り届けられることを示している．（8）式はすべての上級生の迂回距離は min-max 型モデルで求めた最大迂回距離以下であることを示している．

4　提案解法

本研究で提案する解法は，まず，下級生を上級生に割当て初期解を求め，変更法，挿入法により最大迂回距離長，総経路長の改善を行う．

4.1　構築法

[初期解生成法 1：下級生を上級生にランダムに割当てる方法]

各上級生児童に対し，集団内の下級生児童の数が 4 人以下となるように，ランダムに下級生を割り振る．次に，列挙法を用いて，移動経路が最短になるように下級生の家を回る順番と経路を決定する．

[初期解生成法 2：上級生にどん欲的に低学年を割当てる方法]

各高学年児童は最も近い下級生を，自身の集団に追加することで初期順回路を構築する．

Step1:　各高学年児童は最も近い下級生を，自身の集団に追加する．高学年児童の間で最も近い下級生が同じであった場合距離が近い方が担当する．

Step2:　Step 1 で選んだ下級生の家から，最も近く，まだどこにも割当てられていない下級生を集団に追加する．

Step3: 全低学年児童がいずれかの集団に属するまで Step 2 を繰り返す．列挙法を用いて，移動経路が最短になるように下級生の家を回る順番を決定し，上級生 i の帰宅経路順列を $\boldsymbol{\sigma}_i = \{\sigma_i(1), ..., \sigma_i(k)\}$ とする（$\sigma_i(k)$ は上級生 i が k 番目に送り届ける下級生を表す）．

4.2　改善法

提案する改善法では，各上級生児童が担当する下級生を（1）変更，（2）交換を行い「最大迂回距離」,「総経路長」を改善する．各改善法は，局所最適解が求まるまで繰り返し実行する．

[最大迂回距離を改善する割当て変更法と交換法]

・変更法

迂回距離最大の上級生児童の経路を $\boldsymbol{\sigma}^*$，その迂回距離を l^* とする．$\boldsymbol{\sigma}^*$ に属する下級生の 1 人を他の集団に割り振り変更後の迂回経路を求める．全列挙にて，変更後の集団における迂回距離を求め，迂回距離が l^* 未満ならば割当ての変更を実行する（図 2）.

・交換法

迂回距離最大の上級生児童の経路を $\boldsymbol{\sigma}^*$，その迂回距離を l^* とする．$\boldsymbol{\sigma}^*$ に属する下級生の 1 人と他の集団に属する下級生 1 人を交換し迂回経路を求める．最短経路を全列挙にて求め，変更後の集団における迂回距離を計算する．迂回距離が l^* 未満ならば交換を実行する（図 3）.

[迂回距離の総和を改善する割当て変更法と交換法]

最大迂回距離を改善する変更法と交換法を実行後に得られた最大迂回距離を W^* とし，以下に示す改善法を用いて迂回距離の総和を改善する．

・変更法

上級生 i の経路を $\boldsymbol{\sigma}_i$ に属する下級生 $\sigma_i(k)$ を他の集団に変更する．変更後の集団における最短経路を全列挙にて求め，総経路長が短くなり，かつ，迂回距離が W^* 以下ならば変更を実行する（図 2）.

・交換法

上級生 i の経路を $\boldsymbol{\sigma}_i$，上級生 j の経路を $\boldsymbol{\sigma}_j$ とする．$\boldsymbol{\sigma}_i$ に属する低学年児童 $\sigma_i(k)$ と $\boldsymbol{\sigma}_j$ に属する下級生 $\sigma_j(l)$ を交換する．変更後の集団における経路長を全列挙にて求め，総経路長が短くなり，かつ，最大迂回距離が W^* 以下ならば変更を実行する（図 3）.

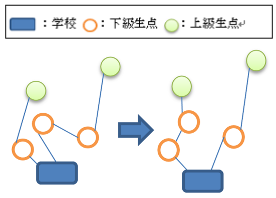

図 2　割当て変更法の実行例

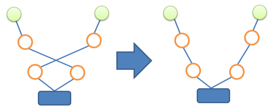

図 3　割当て交換法の実行例

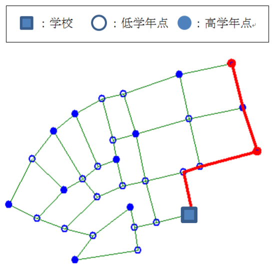

図 4　点数 31 のネットワーク

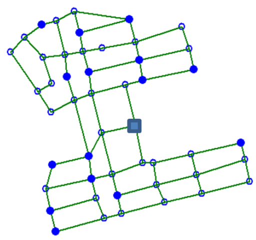

図 5　点数 48 のネットワーク

5　数値実験

Borland 社の Delphi6 を用いて提案解法を実装し，提案解法で得られた解と厳密解の比較を行った．厳密解は 3 節で示した定式化と板橋区高島平地域をもとに作成したネットワークデータ [4] を汎用 MIP ソルバー Gurobi に入力し求めた．上級生と下級生の人数比を 1:2 とするデータを 3 種類 (データ 1：上級生を 10 人，下級生 20 人，データ 2：上級生 16 人，下級生 32 人，データ 3：上級生 33 人，下級生 66 人）用いた（図 3，4）．それぞれのデータに対して，上級生と下級生の家の位置をランダムに変えて 3 試行行った．

表1　厳密解法と提案解法の結果

	min-max 型			min-sum			
	提案解法		厳密解	提案解法			厳密解
	解法1	解法2		解法1	解法2		
					改善前	改善後	
データ1	183	183	183	3595	3859	3658	3595
	179	179	140	3758	3841	3764	3699
	179	215	159	3912	4533	3841	3697
データ2	349	349	348	9100	9536	8920	8464
	403	403	388	9381	11439	9683	9399
	244	244	238	9015	9937	8893	8984
データ3	338	377	*	18239	22428	18548	*
	182	268	*	18217	21539	18536	*
	226	226	*	18756	20600	18449	*

*は計算機のメモリ不足の為，厳密解を求められなかったことを表す．

表1に各データに対する提案解法・厳密解法の結果を示す．解法1は，初期解を初期解生成法1で構築し，解法2は初期解を初期解生成法2で構築し，改善操作を行った結果である．また，解法1はランダムな初期解を10個生成し，最も良い結果を表記している．表1より，min-max モデルの場合において，問題例によっては最適解が得られている．最適解が得られた場合におけるネットワークを確認したところ，下級生の家がネットワーク上の隅（角）にある場合であった（図3）．このような場合，角の下級生を送り届けるためには，上級生が自身の自宅を1度通過し，自宅へ帰る経路しか存在せず迂回距離が長くなってしまうことが分かった．

min-max モデルの場合において解法1と2を比較すると，解法1が解法2よりも良い解が得られている．これは，解法1ではランダムに初期解を10個作成し，改善操作を実行して最良解を解法1の解として出力しているためである．また，min-max 型で求めた最大迂回距離を上限とし，総経路長が最短となる経路を求めることで経路を改善することができた．しかし，問題例によっては最適解よりも最大20% 経路が長くなってしまった．

最後に，厳密解法では解けなかった規模である上級生33人，下級生66人の問題を提案解法で解いた結果，計算時間はどの場合も1秒以下であった．

6　まとめ

本研究では上級生が自分の集団に属する全ての下級生を自宅まで送り届けるという集団登下校方式を想定し，高学年児童の迂回距離の最大距離が最短となる集団登校経路／総経路長が最短となる登校経路を求める問題を定式化し，その解法を提案した．厳密解法は人数が少ないときには実用的であるが，人数が多い場合にはメモリー不足のため解が得られなかった．一方，提案解法では高速に解くことが可能であるが，局所最適解に陥ってしまい，経路長が長くなってしまう．そのため，精度を上げられるようなアルゴリズムを考える必要がある．

参考文献

[1] 吉田祐太，今井桂子　安全性を考慮した集団下校経路の作成—階層型施設配置モデルの適用— オペレーションズ・リサーチ，Vol.55，2010年

[2] 田中健一，宮代隆平，宮本裕一郎著　「一人で歩く距離に着目した Min-Sum 型と Min-Max 型のネットワークフローモデルと安全下校問題への応用」日本オペレーションズ・リサーチ学会 2011年秋季研究発表会アブストラクト集

[3] 加藤直樹著　「数理計画法」　コロナ社　2008年

[4] 板橋区公式ホームページ,http://www.city.itabashi.tokyo.jp/(2012.12.23)