円形領域切り抜きの際のカッター移動距離最短化に関する研究

齋藤　優花（沼田　一道　教授，松浦　隆文　助教）

1.　はじめに

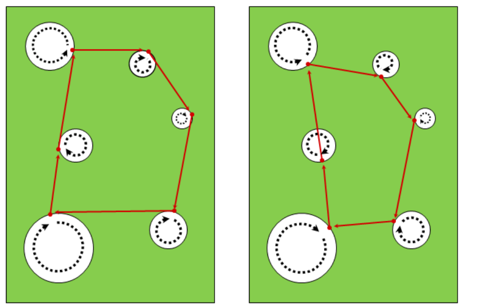
情報化社会を生きる我々にとって，パソコン，携帯電話といった情報端末は必要不可欠な存在である．このような機器は複雑な電子回路からなり，電子回路を構成する電子部品（集積回路，抵抗器，コンデンサー等）を固定するためにプリント基板が用いられている．プリント基板は電子部品間の配線と部品固定のために，複雑に切り抜かれており，その加工工程に多くの時間を要している[1]．電気製品の大量生産を効率的に行い，利益を上げるためには，このプリント基板を切り出す加工工程の効率化が求められている．

効率的なプリント基板の切り抜き作業においては，どのような順番で切り抜いていくか，また，どこから切り抜きを始めるかが重要である（図1）．文献[1]では，切削領域の切削順が同じであっても切削を開始する位置が異なると総移動距離が異なることに注目し，矩形領域切り抜きの際の切削順序と切削開始位置の問題を扱っている．しかし，電子部品間の配線と部品固定のためには円形領域を切り抜く場合も数多くあると考えられる．本研究では，円形領域を切り抜く際のカッター移動距離を最短化する問題を数理計画問題として定式化し，発見的解法の提案とその性能評価を行う．

2.　提案問題

2.1　問題設定

ある領域に複数の円形領域が存在し，その円形領域を 1 つのカッターで切削する．円周上のどの位置から切削を開始しても切削距離（円周長）は変わらない．すなわち，すべての円形の切削自体に必要な距離は切削順序・開始位置に依らない定数である．プリント基板を切り抜くカッターの移動距離は円形を切削する順序と円周上のどの位置から切削を開始するかで決まる（図 1）．結局，カッター移動距離最短化問題は各円形の円周上に 1 つの訪問点を自由に設定できる巡回セールスマン問題とみなすことができる．巡回セールスマン問題[2]とは，セールスマンが n 個の都市をちょうど一回ずつ訪問し最初の都市に戻る巡回路の中で最短巡回路を求める問題である．本研究では，円形領域を 1 つ切り終えるまでは次の円形領域に移動しないものとする．切削開始位置は各円形領域の境界線上（円周上）とする．



✤円を切り取る（切削する）距離（点線）は変わらない
✤切削する順番が同じでも，どこから切削を開始するかにより移動距離（実線）が異なる

図 1　切り出し加工例

2.2　切削開始位置の離散化

カッター移動距離最短化問題を整数計画問題として定式化するために，円形領域の切削開始位置を離散化して考える．ここで，切り抜く円形領域のインデックスの集合を $I=\{1,\ldots,n\}$とする．各円形領域の円周を等間隔にL分割し，円形iの離散的な切削開始候補点集合を$S_i=\{s_1^i,s_2^i,\ldots,s_L^i\}$とする（$s_l^i$：円形$i$の$l$番目の切削開始候補点）．

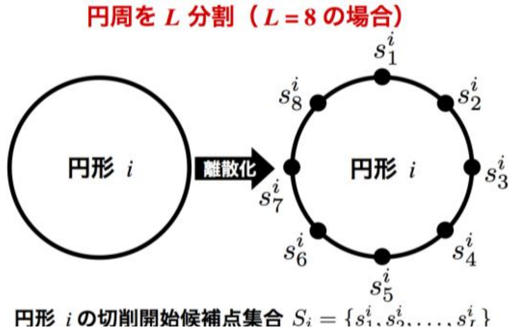


図 2　切削開始点の離散化

3. 記号の定義と定式化

前節で定義した$I=\{1,\ldots,n\}$, $S_i=\{s_1^i,s_2^i,\ldots,s_L^i\}$ 以外の記号を定義する．まず，定数a_{iljm}で円形iのl番目の切削開始候補点(s_l^i)から円形jのm番目の切削開始候補点(s_m^j)までの距離を表す．0-1 決定変数x_{iljm}でカッターが円形iのl番目の切削開始候補点(s_l^i)から円形jのm番目の切削開始候補点(s_m^j)に直接移動する(1)か否(0)かを表す． 0-1 決定変数 y_{il}で円形iの切削開始点としてl番目の切削開始候補点(s_l^i)を採用する(1)か否(0)かを表す． f_{iljm}は部分巡回路を除去するために用いる変数で，s_l^iからs_m^jへカッターが移動しているとき，それまでに切り抜いた円形領域の数を表す．以上の記号を用いると，カッター移動距離最短化問題は(1)~(7)式のように定式化される．

$$\text{min.}\quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\sum_{j=1}^{n}\sum_{m=1}^{L} a_{iljm}x_{iljm} \qquad (1)$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{j=1}^{n}\sum_{m=1}^{L} x_{iljm}=y_{il} \qquad (i=1\ldots n,\quad l=1,\ldots,L,\quad i\neq j) \qquad (2)$$

$$\sum_{h=1}^{n}\sum_{k=1}^{L} x_{hkil}=y_{il} \qquad (i=1\ldots n,\quad l=1,\ldots,L,\quad i\neq j) \qquad (3)$$

$$\sum_{l=1}^{L} y_{il}=1 \qquad (i=1\ldots n) \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{m=1}^{L} f_{iljm}-\sum_{h=1}^{n}\sum_{k=1}^{L} f_{hkil}=y_{il} \qquad (i=1,\ldots,n,\qquad l=1,\ldots,L) \qquad (5)$$

$$f_{iljm}\leq n x_{iljm} \qquad (i,j=1,\ldots,n,\qquad l,m=1,\ldots,L) \qquad (6)$$

$$\sum_{l=1}^{L}\sum_{j=1}^{n}\sum_{m=1}^{L} f_{1ljm}=0 \qquad (7)$$

(1)式は各円形領域を切削するカッターの総移動距離を表す目的関数で，それを最小化する．(2)式は，円形iのl番目の切削開始候補点(s_l^i)を切削開始点とするならば,その切削開始点からいずれかの円形の切削開始点へ訪問することを表している． (3)式は，円形iのl番目の切削開始候補点(s_l^i) を切削開始点とするならば，いずれかの円形の切削開始点からその切削開始点へ訪問されることを表している．(4)式は，ひとつの円形領域に切削開始点はひとつであることを表している．(5)~(7)式は，部分巡回路除去制約である．

4. 提案解法

提案解法では円形領域の切削順を決定する手続きと切削開始点を決定する手続きを分割して行う．

4.1 円形領域の切削順決定の手続き

切削順を決定する手続きは各円の切削開始点が決まると巡回セールスマン問題とみなすことができる．そこで，各切削開始点を巡回セールスマン問題の訪問点とみなし，ランダム順に訪問点を巡る巡回路を構築し，2-opt 法により移動経路の改善を行う．2-opt 法とは巡回路中の 2 本の枝を削除し，新たに 2 本の枝を追加することで，短い巡回路を構築する方法である．

4.2 切削開始点決定の手続き

円形iの切削開始点v_iを決定する．切削順が前後する2つの領域の切削開始点v_{i-1},v_{i+1}の位置を固定し，v_{i-1},v_i,v_{i+1}の3点間の距離が最短になるようにv_iを円周に沿って移動させる．円iの中心がxy平面の座標$(0,h)$，v_{i-1}の座標を$(a,0)$，v_{i+1}の座標を$(b,0)$とすると（図4），切削開始点v_iを決定する問題

$$\min\quad f(x,y)=\sqrt{(x-a)^2+y^2}+\sqrt{(x-b)^2+y^2} \qquad (8)$$

$$s.t.\quad x^2+(y-h)^2=r^2,\ y\leq h \qquad (9)$$

$$-r\leq x\leq r \qquad (10)$$

$$\min\quad f(x) \qquad (11)$$

$$s.t.\quad a\leq x\leq b \qquad (12)$$

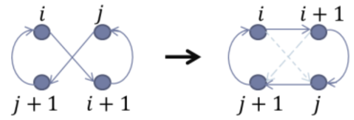


図 3 2-opt 法

は (8)~(10)式のように定式化できる． (8)式は v_{i-1}, v_i, v_{i+1} を結ぶ経路の最短化を表す． (9)，(10)式はv_iが円形領域の円周上にあることを表している．ここで，$y = h - \sqrt{r^2 - x^2}$ を $f(x, y)$に代入し$a = -r, b = r$として(11)(12)式に式変形し，$f(x)$の最小点を黄金分割探索法[3]により求める（図5）．黄金分割探索法とは，単峰関数の極値を求める方法のひとつで，極値が存在する範囲を逐次的に狭めていく方法である．

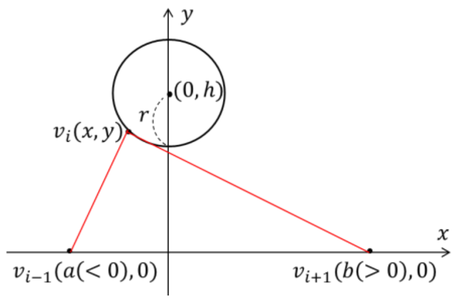


図 4　切削開始点の位置関係

4.3 求解手順

以下に提案解法の求解手順を示す．

Phase1　初期解を生成

Step 1： 円形領域の中心点を訪問点とする巡回セールスマン問題を解く．円の中心点をランダムに訪問する切削順列$\boldsymbol{\sigma}'$を与え，2-opt 法により局所解最適解が求まるまで$\boldsymbol{\sigma}'$の巡回路長の改善を行う．

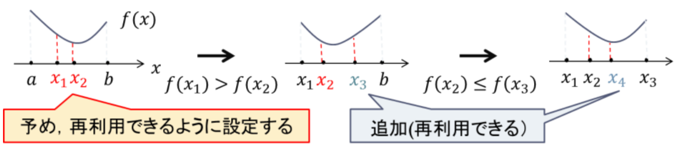


図 5　黄金分割探索法

Step 2： 切削順列$\boldsymbol{\sigma}'$に従い円の切削を行う場合における各円形領域の切削開始点を求める．i番目に切削を開始する円形領域の切削開始点v_iを決める場合，図 4 に示すv_{i-1}, v_{i+1}はそれぞれ$i-1$番目，$i+1$番目に切削を行う円形領域の中心点の座標を用いる．全ての円形領域に対して切削開始点を決定し，切削開始点$V = \{v_1, v_2 \ldots, v_n\}$からなる実行可能順列$\boldsymbol{\sigma}$を得る．

Phase2　切削順序・切削開始位置の更新

Step 1： 円形領域の訪問順変更の手続きにより，切削開始点Vをランダムに訪問する切削順列$\boldsymbol{\sigma}^*$を求め，2-opt 法により$\boldsymbol{\sigma}^*$の改善を行う．

Step 2： 切削開始点決定の手続きにより，切削順列$\boldsymbol{\sigma}^*$の場合における最適な切削開始点$V^* = \{v_1^*, v_2^*, \ldots, v_n^*\}$を求める．

Step 3： $\boldsymbol{\sigma}$の経路長と$\boldsymbol{\sigma}^*$の経路長を比較して，$\boldsymbol{\sigma}^*$の方が短ければ$\boldsymbol{\sigma} \leftarrow \boldsymbol{\sigma}^*$，$V \leftarrow V^*$に更新して Phase 2 の Step1 へ戻る．連続でα回解の更新がなければ終了する．

5. 数値実験

円形領域の個数と切削開始候補点の数を変えた問題例を作成し，提案解法で得られた解と厳密解との比較を行う．厳密解は汎用MIPソルバGurobi4.5.0[4]に３章の定式化を入力し求めた．円形領域の位置，大きさはランダムな値とし，データの作成，提案解法のプログラムの実装はBorland社のDelphi6を用いた．提案解法Phase 2の終了条件は$\alpha = 5$とする．Phase 1のStep 1における順列$\boldsymbol{\sigma}'$を100個作成し，最も良い解を提案解法の解とする．

表 1 に，厳密解，提案解法により得られた結果を示す．表 1 の斜線部はメモリー不足のため解が得られなかったことを表す．表 1 より，厳密解法の場合，切削開始候補点数（Lの値）が増えるにつれて求解時間が指数関数的に増加することがわかる．また，切削開始候補点が少ない場合は，多い場合に比べて経路長が長くなることが分かる．より短い経路を求めるためには切削開始候補点の数を増やす必要があるが，円形領域が少ない場合（10 程度）でもメモリー不足が原因で解を求めることができなかった．

表 1　厳密解法と提案解法の計算時間[秒]と経路長

		円形領域数							
	切削開始候補点数	8		10		12		16	
		計算時間	経路長	計算時間	経路長	計算時間	経路長	計算時間	経路長
厳密解法	5	215.41	1039	252.12	1019	1789.61	1034	13941.72	1045
	6	307.48	1038	1222.54	1032	1452.47	1033		
	8	1395.32	1037	4834.31	1020				
	10	8155.50	1033						
提案解法		0.19	1001	0.25	1007	0.27	1007	0.47	1034

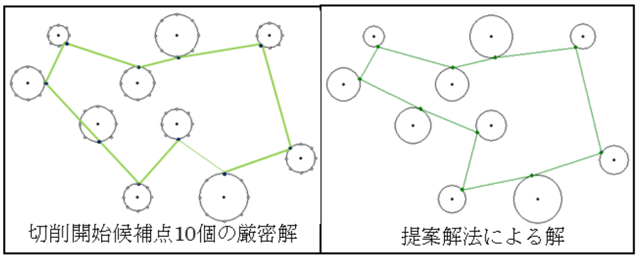


図 6　円形領域数 10 個の実行例

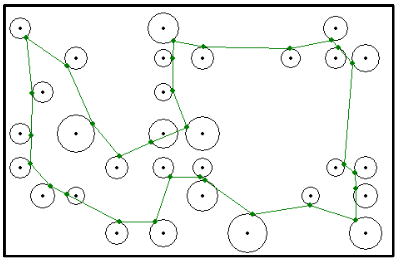


図 7　円形領域数 30 個の実行例

提案解法の解と厳密解を比較すると，提案解法で得られる経路長は厳密解法に比べ短いことがわかる．図 6 は厳密解法（離散的な切削開始点の場合）と提案解法により得られたカッターの巡回経路を示しており，厳密解と提案解法の巡回経路が異なることが分かる．これらの結果は，提案解法では切削開始点決定の手続きにより円形領域の円周を連続的な数値として扱うことができるためである．提案解法では 0.5 秒以内で解を求めることができている．円形領域数が 30 個と規模の大きい問題に対しても 5 秒かからずに解くことができた（図 7）．

6.　まとめ

本研究では，プリント基板の円形領域を切り抜くカッター移動距離最短化問題を整数計画問題として定式化し，その発見的解法を提案した．扱った問題は切削する円形領域の円周上に訪問点を自由に設定できる巡回セールスマン問題と考えられる．数値実験の結果，規模の小さい問題ならば厳密解法は実用的であるが，円形領域数が大きい場合や切削開始候補点数が大きい場合には求解に膨大な時間が必要であった．また，切削開始候補点数が少ない場合では経路長の近似が十分でないことが分かった．一方で，提案解法は問題規模が大きくなっても高速に経路長の短い解を求めることができる．

本研究では円形領域のみの切り取り加工を想定したが，実際には矩形，円形，それ以外の形を混合して切り取る可能性がある．そこで，様々な形に対応した問題の解決が求められると予想されるが，それらに対する取り組みは今後の課題である．

参考文献

[1]　熊野徹，梅谷俊治，森田浩（2012)，プリント基板の加工工程における最適化，第 56 回システム情報学会研究発表講演会．

[2]　今野浩，鈴木久敏(1982)，整数計画法と組合せ最適化，日科技連，236pp.

[3]　今野浩，山下浩(1978)，非線形計画法，日科技連，pp.158-161.

[4]　Gurobi Optimizer，http://www.gurobi.com/ (2012/12/25).