在庫条件を考慮した上で稼働時間を最小にする多期間配送計画に関する研究

白川 浩平 （沼田 一道 教授，松浦 隆文 助教）

1. はじめに

1.1 研究背景

経営における物流の効率的管理･運営は,利益向上を目指す企業にとって大きな課題となっている．利益をあげるためには，消費の個性化・多様化した市場に対応し，欠品や在庫過多を防ぐことが不可欠である．特に，欠品による販売機会の喪失，在庫品の保管場所確保にかかる費用は，企業の利益向上の阻害要因となるため，必要な品物を必要な時に用意する『ジャストインタイム』の考え方が重要視されている．当然ながら，在庫量を減らすためには商品の配送回数を増やし，頻繁に商品補充を行う必要がある．文献[1]は，欠品と在庫を考慮して一定時間内に配送車ができるだけ多く配送地点を訪れることで在庫量を減らす多期間配送計画問題を提起している．また，文献[2]は，先行研究[1]に対して，数理計画的なモデル・解法の観点から改善を行っている．しかし現在の物流市場は，長時間労働が嫌われた結果の労働力減少，交通事故の多発といった問題を抱えている[3]．このため，『ジャストインタイム』を考慮した上で稼働時間の短縮を目指すアプローチが必要だと考える．

1.2 研究目的

本研究では，先行研究[1][2]が扱った自動販売機に飲料を補充する配送計画に着目し，欠品と在庫過多を抑制しながら，配送車の総稼働時間を最小化する多期間配送計画問題を扱う．先行研究[1][2]における目的関数と制約条件を交換した最適化モデルを考え，その解法を提案する．また数値実験を通して，モデルと解法の有効性を検討する．

2. 問題

配送領域には複数の自動販売機（以下，需要点）と１つの配送拠点（以下，デポ）が存在する（図1）．需要点には日々の確定的な需要量を仮定し，T日内に行う配送でT日間の全需要点の需要量を満たすものとする．各日（以下，期）には，積載量に上限のある１台の配送車がデポから出発し複数の需要点に飲料を配送してデポに戻ってくる．需要点の飲料は，配送を行う期の初めに補充されるものとする．どの需要点のどの期でも欠品を起こさないという条件の下，T期間の総稼働時間が最小になるような各期の配送先と配送車のルートを求める．

3. 定式化

デポを0とし，需要点の集合を$N = \{1,2,\dots,n\}$とする．需要点（含デポ）i, j間を移動するのに必要な時間をc_{ij}とする．計画期間はT日，配送車の積載量上限をB（箱），自動販売機の在庫量上限をC（箱），需要点iのT日間の需要量をd_i（箱）とする．需要点iの訪問回数（決定変数）をn_iで表すと，需要点iの一回あたりの配送量は$Q_i = d_i/n_i$となる．配送車がt期に需要点iからjに直接移動する(1)か否(0)かを 0-1 決定変数x_{ij}で表す．配送車がt期に需要点iに配送する(1)か否(0)かを 0-1 決定変数y_i^tで表す．また需要点への訪問回数と配送日程が決まると，各期の在庫量が決まる．本研究では欠品を防ぐため，各期各需要点の需要量が負にならないように初期在庫量s_{i0}で調整する．これらの記号を用いると本研究で扱う配送計画問題は以下のように定式化される．

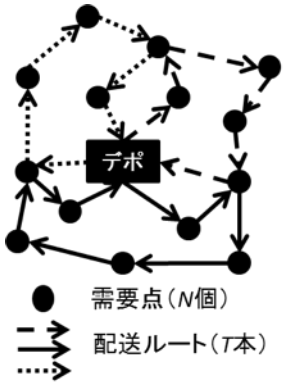

図 1：多期間配送計画問題の例（$T = 3$）

$$\min. \quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} c_{ij}x_{ij}^{t} \qquad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=0}^{n} Q_i y_i^t \le B \quad (t=1,2,\dots,T) \qquad (2)$$

$$\sum_{h=0}^{n} x_{hi}^{t} = y_i^t \quad (i=1,2,\dots n, t=1,2,\dots,T) \qquad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij}^{t} = y_i^t \quad (i=1,2,\dots n, t=1,2,\dots,T) \qquad (4)$$

$$n_i = \sum_{t=1}^{T} y_i^t \quad (i=1,2,\dots,n) \qquad (5)$$

$$n_i \ge 1 \quad (i=1,2,\dots,n) \qquad (6)$$

$$d_i = n_i Q_i \quad (i=1,2,\dots,n) \qquad (7)$$

$$s_{i0} = \max\left[\max_{t=1,\dots,T}\left(\frac{d_i}{T}\times t - \sum_{k=1}^{T} Q_i y_i^k\right), 0\right] \quad (i=1,2,\dots,n) \qquad (8)$$

$$s_{i0} + \left(\sum_{k=1}^{t} Q_i y_i^k\right) - \frac{d_i}{T}\times(t-1) \le C \quad (i=1,2,\dots,n, t=1,2,\dots,T) \qquad (9)$$

(1)式は，総稼働時間を最小化する目的関数である．(2)式は，各期の配送量が積載量上限以下であることを表す．(3)，(4)式は，t期に需要点iに補充を行うならば，配送車はいずれかの需要点から需要点iに行き，必ず需要点iからいずれかの需要点へ向かうことを表す．(5)式は，各需要点の訪問回数の定義式である．(6)式は，どの需要点にも計画期間内に少なくとも 1 回は配送することを表す．(7)式は，需要量と配送回数，1 回あたりの配送量の関係を表す．(8)式は，需要点iの在庫量が負（欠品）にならないように導入した初期在庫量の定義式である．(9)式は，各需要点の各期首の在庫量が在庫量上限C以下であるということを表しており，これが在庫量制約である．

4. 提案解法

前節で定式化した問題は非線形の関係式をいくつか含むので，いわゆる MIP（混合整数計画）ソルバーでは解けない．そこで，準最適解を求める発見的解法を提案する．提案法は，まず，各需要点の暫定訪問回数を決め，回数分だけ複製した全需要点を T 個の訪問グループに分割し，T個の巡回路を求める（1 つの巡回路に同一需要点の複製は高々1 個しか含まない）．次に，2-opt 法（図 2），交換法（図 3），挿入法（図 4）により総稼働時間が短くなるように巡回路の改善を行う．最後に，T個の巡回路を各期に割振り，T日間の配送計画を求める．以下に，提案解法の手順を示す．

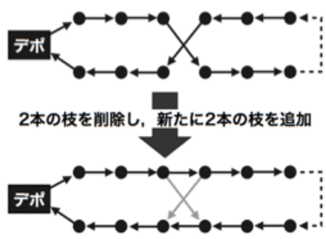

図 2：2-opt 法

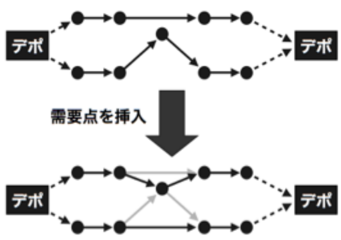

図 3：挿入法

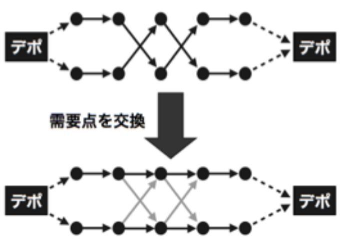

図 4：交換法

Step 1 訪問回数$n_i = \lceil d_i/C \rceil$を決定する．複数回訪問する需要点は同じ座標の位置に複製点を作成する．

Step 2 全需要点（複製点も含む）をT個のグループ1~Tに無作為に割り振り，T個の巡回路$\boldsymbol{\sigma_1}, \boldsymbol{\sigma_2}, \dots, \boldsymbol{\sigma_T}$を得る．巡回路$\boldsymbol{\sigma_1} = \{\sigma_1(1), \sigma_1(2), \dots\}$の要素の順番が配送する自動販売機の順番に対応している．

Step 3 各グループの配送量の総和を求める．積載量上限Bを超えている場合，上限を超えている巡回路の需要点を他の巡回路へ移動する．上限を超えている巡回路の中で配送量が最も多い需要点から順に，上限を超えない巡回路に移動させる．

Step 4 巡回路$\boldsymbol{\sigma_1}, \boldsymbol{\sigma_2}, \dots, \boldsymbol{\sigma_T}$の総巡回路長が短くなるように，挿入法，交換法，2-opt 法により局所解が求まるまで改善操作を行う．改善操作

は積載量上限Bを超えないように実行する．総稼働時間を$f(\boldsymbol{\sigma_1}, \boldsymbol{\sigma_2}, \ldots, \boldsymbol{\sigma_T})$とする．

Step 5 巡回路$\boldsymbol{\sigma_1}, \boldsymbol{\sigma_2}, \ldots, \boldsymbol{\sigma_T}$を各期に 1 つずつ割り振る全組合せについて各期の在庫量を調べる．在庫量制約を満たす組合せの中で，延べ平均在庫量が最も少ない組合せを提案解法の解として出力する．実行可能解が構築できない場合，Step 6 へ移る．

Step 6 巡回路$\boldsymbol{\sigma_1}, \boldsymbol{\sigma_2}, \ldots, \boldsymbol{\sigma_T}$を各期に 1 つずつ割り振る全組合せの中で，在庫量上限Cを超えている需要点（以下，該当点）が最も少ない解を暫定解とする（暫定解候補が複数ある場合は，全ての暫定解に以後の操作を行う）．該当点を全て巡回路から取り除き配列$\boldsymbol{\tau} = \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_s\}$とする．該当点$\boldsymbol{\tau} = \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_s\}$で構成される順列は$s!$通りである．各順列の該当点の順番で巡回路$\boldsymbol{\sigma_1}, \boldsymbol{\sigma_2}, \ldots, \boldsymbol{\sigma_T}$に貪欲的に該当点を割り振り，積載量上限$B$と在庫量上限$C$を満たす実行可能解の構築を試みる．実行可能解を得られた場合，その中で総稼働時間が最も少ない解を準最適解として出力する．全ての暫定解で該当点を移動させても実行可能解を得られない場合，また該当点がs点以上の場合，該当点の訪問回数を 1 回増やし，Step2 へ戻る．

5. 数値実験

提案解法の性能を評価するために，複数の問題例を作成して数値実験を行った．また，提案解法のプログラムは，文献[4]を参考にし，Borland 社の Delphi6 を用いて実装した．実験①では，先行研究[1][2]で用いられていた問題例（需要点の座標・需要量）を用いて数値実験を行った．計画期間は$T = 5$日，需要点数は 36 点，積載量上限$B = 65$箱，在庫量上限$C = 10$箱とする．実験②では，需要点数を増やした例題を作成し行った．計画期間は$T = 5$日,需要点数は 49, 99, 199 点，積載量上限$B = 260, 520, 1050$箱，在庫量上限$C = 10$箱とする．実験①，②ともに，需要点i，j間の移動時間は先行研究[1][2]で使用されている回帰式を用いて直線距離から算出した．また，提案解法の暫定訪問回数を増やす条件は$s = 6$に設定した．

先行研究[2]は，1 日の稼働時間を制限し，延べ平均在庫量を最小にするモデルと解法を提案している．一方，本研究で提案したのは，各需要点の在庫量を制限し，総稼働時間を最小にするモデルと解法である．しかし，提案モデルで在庫量上限Cの値を小さく設定すれば，延べ平均在庫量の少ない解を求めることができる．そこで，実験①'として，在庫量上限Cの値を 0.1 ずつ下げながら提案モデル／解法で解を求めた．提案解法ではどちらの実験でも，初期解を 100 通り作成し，その中で最も良い解を出力している．

表 1：総稼働時間と平均在庫量の結果

	実験①	実験①'	先行研究[2]
総稼働時間[分]	968.58	1263.88	1241.35
延べ平均在庫量[箱]	57.80	27.90	30.50

表 2：訪問回数，訪問期の結果

需要点	需要量	訪問回数	訪問期				
			1	2	3	4	5
1	50	5	1	1	1	1	1
2	43	5	1	1	1	1	1
3	32	4	1	1	0	1	1
4	30	3	0	0	1	1	1
5	17	2	1	0	0	0	1
6	14	2	0	0	1	0	1
7	12	2	1	0	1	0	0
8	10	1	1	0	0	0	0
9	9	1	0	1	0	0	0
10	8	1	0	1	0	0	0
11	7	1	0	0	1	0	0
12	6	1	0	0	0	1	0
13	5	1	0	1	0	0	0
14	5	1	0	1	0	0	0
15	5	1	1	0	0	0	0
16	4	1	0	0	1	0	0
17	4	1	1	0	0	0	0
18	4	1	0	0	0	0	1
19	4	1	0	0	1	0	0
20	4	1	0	0	0	0	1
21	4	1	0	1	0	0	0
22	3	1	0	0	0	1	0
23	3	1	0	0	0	1	0
24	3	1	0	0	1	0	0
25	2	1	0	0	0	1	0
26	2	1	0	1	0	0	0
27	2	1	0	0	0	0	1
28	2	1	0	1	0	0	0
29	2	1	1	0	0	0	0
30	1	1	0	0	1	0	0
31	1	1	0	0	0	0	1
32	1	1	0	0	1	0	0
33	1	1	1	0	0	0	0
34	1	1	1	0	0	0	0
35	1	1	0	1	0	0	0
36	1	1	0	0	0	0	1

実験①，①'の結果，得られた総稼働時間と延べ平均在庫量を表 1 に示す．表 2 には各需要点に対する訪問期の結果を示す．本研究では，総稼働時間の最小化を目的としているため，先行研究[2]の結果と比較して，1 日当たりの稼働時間を約 1 時間削減することができた．一方で，延べ平均在庫量は増えた結果となった. これは, 暫定訪問回数n_iを決める際に, 在庫量上限制約を満足し，必要最低限の訪問回数で配送を行なうためであると考えられる．また表 2 より，複数回訪問をする需要点の中で，訪問期に偏りがある需要点（4, 5 など）がある．これらが原因で, 延べ平均在庫量が増えていることが予想される．実験①'では，総稼働時間が少し増えたが，延べ平均在庫量を約 10%削減することができた．実験①'の結果から，提案モデル／解法は，アプローチは違うが，先行研究[2]と同等な結果を得られることがわかる．需要点が自動販売機のような場合には，在庫量（上限）を制約して稼働時間（移動距離）を最適化するモデルにも意義があると考えられる．

表 3：実験②の計算時間の比較

		需要点数					
		49		99		199	
試行回数	1	1.560	3	11.155	5	21.544	**4**
	2	1.513	3	20.998	5	572.961	**6**
	3	0.780	1	4.992	**2**	363.560	**6**
	4	1.669	**3**	3.002	2	12.512	**3**
	5	1.030	1	118.686	6	9.610	**2**
	6	1.032	1	44.444	5	18.533	**3**
	7	1.170	3	17.207	5	157.935	**5**
	8	1.279	2	3.245	3	165.923	**5**
	9	1.560	**3**	3.447	3	31.387	**4**
	10	1.263	3	5.085	**3**	11.607	**2**

表 3 に，需要点数の異なる 3 種類の問題例に対する提案解法の計算時間[秒]（左列）と，提案解法 Step 6 での該当点数（右列）の結果を示す．Step 6 で実行可能解が構築できず暫定訪問回数を増やした場合は太字で示している. 表 3 より, 需要点数が増えると該当点の数が増えることが分かる. また, 需要点数が 199 の場合，全ての試行で Step 6 の操作を実行している．需要点数が増加することで計算時間も増加するが，それ以上に，該当点数が計算時間の増加に与える影響が大きいことがわかる．本研究では，Step 2 のグループ分けを無作為に行っているが，これを各需要点における配送日程間隔に偏りの少ないグループ分けができれば，該当点の数が減少し，短時間で実行可能解を得ることができると考える．

6. まとめと今後の課題

本研究では，多期間配送計画において，在庫量上限を制約とし総稼働時間を最小化するモデルとそのモデルに対する解法の提案を行った．提案モデル／解法でも，在庫量上限を調整すれば，アプローチの異なる先行研究[1,2]と同等の配送計画が得られることを確認した．在庫量上限が重要な計画要素となる状況では，提案したモデル／解法が役立つと考える．在庫量上限を制約しつつ，先行研究と同様に延べ平均在庫量を減らすモデルも考えられるが，それに対するモデルと解法の構築は今後の課題である．

参考文献

[1] 圓川隆夫，伊藤謙治，笠原鉄雄，陳大，(1995)，欠品ゼロと在庫最小化を目指した多期間配送計画問題とその解法，日本経営工学論文誌，Vol.46,No5， pp.492-502.

[2] 花室昌司，(2009)，欠品と在庫を考慮した多期間配送計画問題に対する解法と研究，東京理科大学工学部第一部経営工学科卒業研究抄録集.

[3] 繊維産業構造改善事業協会，(1994)，アパレル産業概論 pp.189-190.

[4] 山崎秀記，(1999)，Delphi によるプログラミング入門，培風館.