2つの移動モードからなる配送活動の最適化に関する研究

五十嵐 桂（沼田 一道 教授，松浦 隆文 助教）

1．はじめに

物品を配送する際の，配送先のグルーピング／配送順序／経路については，配送経路問題（Vehicle Routing Problem: VRP）として，様々な状況がモデル化され，種々の解法が研究されている[1][2]．しかし，ほとんどのモデルにおいて配送主体の移動方法は1種類に限定されている．すなわち，移動の仕方は決まっており，点間の移動には，距離（道のり）に比例した所要時間を想定する．しかし，実際には，「大きな移動は車（配送車）」で行い，狭い範囲の複数点の配送は，車を停めて徒歩（手持ちあるいは手押し車）で行う」といった配送形態をよく見かける．これは両者を混在させる方が総所要時間の点で有利だからである．

この形態の配送を考える場合には，車での移動速度と徒歩での移動速度の比，手持ちで運べる量の限界，停車に伴うオーバーヘッド（配送車を停車し降車して荷物を取り出す時間と配達を終えて戻ってから発車するまでの時間の和）を考慮する必要がある．

本研究では，このような形態による配送活動の最適化を数理計画問題として提起し，総配送時間を最短にする配送計画—停車点の総数，その数だけの停車点，配送車による停車点の訪問順序，各停車点から徒歩で配送する点の集合とその訪問順序—を求める方法を提案する．

2．問題設定

荷物を配送すべき配送点がn個あり，その全てに荷物を配送する．1台の配送車がデポ（配送基地）から出発し配送を始め，全ての配送を終えて配送車でデポに戻る．停車点は配送点の中から自由に選ぶ（停車点へも配送する）．停車点の個数（p）は決定変数である．停車点は徒歩配送の基地であり，そこから徒歩で出発し，その停車点に属する複数の配送点に配送を行い，出発した停車点へ戻る．車はデポから出発し，全ての停車点を訪問してデポへ戻る．停車点集合と各停車点から配送を行う配送点の集合が決まれば，デポを基地とする車での巡回と各停車点を基地とする徒歩での巡回は，$(p+1)$個の巡回セールスマン問題[3]に帰着する．巡回セールスマン問題とは，セールスマンが全ての都市をちょうど一回ずつ訪問し最初の都市に戻る巡回路の中で最短巡回路を求める問題である．

また本研究で扱う「配送問題」の新規性は，停車点の個数，その数だけの停車点の選択（全配送点の中から），および各停車点への配送点の割り当て（グループ分け）を決定する所にある．

3．記号化と定式化

定式化に用いる定数，決定変数を定義する．デポを$\{0\}$とし，配送点の集合を$V=\{1,2,\dots,n\}$とする．配送点iに配送する荷物量をd_iとする．停車点数（パラメタ）をpとする．$P=\{0,1,\dots,k,\dots,p\}$は，停車点グループのインデックス番号(0)と徒歩巡回配送グループのインデックス番号（$1,\dots,k,\dots,p$）の集合を表す．点i,j間の距離を$c_{i,j}$とし，車と徒歩での移動の速さをそれぞれa,bとする．配送車を停車点で停車し，乗降車，荷物の準備に費やす時間をTとする．一度に徒歩で配送できる荷物量の上限をQとする．配送点iが徒歩巡回配

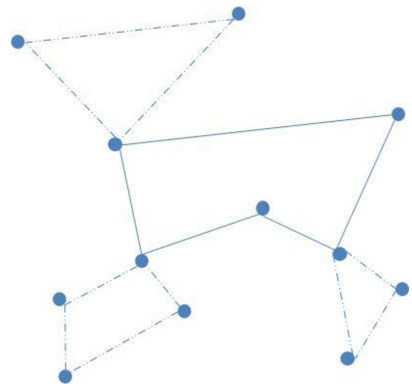

図 1．2モード配送方式(実線：車での移動，点線：徒歩での移動)

送グループkに属する(1)か否(0)かを 0-1 決定変数$y_{i,k}$で表す．停車点・徒歩巡回配送グループkにおいて,点iから点jに直接移動する(1)か否(0)かを 0-1 決定変数$x_{i,j,k}$で表す.点iが徒歩巡回配送グループkの停車点である(1)か否(0)かを 0-1 決定変数$u_{i,k}$で表す.

$$\min \quad \frac{1}{a}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} c_{i,j}x_{i,j,0} + \frac{1}{b}\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{i,j}x_{i,j,k} + pT \qquad (1)$$

s.t

$$\sum_{k=1}^{p} y_{i,k} = 1 \quad \forall i \in V \qquad (2)$$
$$\sum_{i=1}^{n} u_{i,k} = 1 \quad \forall k \in P \qquad (3)$$
$$u_{i,k} \le y_{i,k} \quad \forall i \in V, \forall k \in P \qquad (4)$$
$$\sum_{i=1}^{n} d_i y_{i,k} \le Q \quad \forall k \in P \qquad (5)$$
$$\sum_{h=1}^{n} x_{h,0,0} = 1 \qquad (6)$$
$$\sum_{h=1}^{n} x_{0,h,0} = 1 \qquad (7)$$
$$\sum_{j=0}^{n} x_{j,i,0} = \sum_{k=1}^{p} u_{i,k} \quad \forall i \in V \qquad (8)$$
$$\sum_{j=0}^{n} x_{i,j,0} = \sum_{k=1}^{p} u_{i,k} \quad \forall i \in V \qquad (9)$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{i,j,k} = y_{i,k} \quad \forall i \in V, \forall k \in P \qquad (10)$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{j,i,k} = y_{i,k} \quad \forall i \in V, \forall k \in P \qquad (11)$$
$$0 \le w_{i,k} \le n u_{i,k} \quad \forall i \epsilon V, \forall k \epsilon P \qquad (12)$$
$$0 \le f_{i,j,0} \le p x_{i,j,0} \quad \forall i,j \epsilon V' \qquad (13)$$
$$\sum_{j=0}^{n} f_{j,i,0} + \sum_{k=1}^{p} u_{i,k} = \sum_{j=0}^{n} f_{i,j,0} \quad \forall i \epsilon V \qquad (14)$$
$$\sum_{i=0}^{n} f_{0,i,0} = 0 \qquad (15)$$
$$0 \le f_{i,j,k} \le n x_{i,j,k} \quad \forall i,j \epsilon V, \forall k \epsilon P \qquad (16)$$
$$\sum_{j=1}^{n} f_{j,i,k} + y_{i,k} = \sum_{j=1}^{n} f_{i,j,k} + w_{i,k} \forall i \epsilon V \qquad (17)$$
$$\sum_{j=1}^{n} f_{i,j,k} \le n(1 - u_{i,k}) \quad \forall i \epsilon V, \forall k \epsilon P \qquad (18)$$

(1)式は目的関数であり,荷物の配送にかかる総配送時間の最小化が目的である.(2)式は各配送点は,いずれか 1 つの徒歩巡回配送グループに属する事を示す.(3)式は各徒歩巡回配送グループにおいて停車点は 1 つであることを示す．(4)式は配送点iがグループkの停車点ならば，配送点iはグループkに属することを示す.(5)式はグループkに属する点に配送する荷物の総量はQ以下であることを示す.(6),(7)式は，デポから出発した配送車がいずれか 1 つの停車点に向かい，いずれか 1 つの停車点からデポにも戻ってくることを示す．(8),(9)式は配送点iを停車点として選択するならば，配送点（停車点）iはいずれか 1 つの停車点から訪問され,停車点iからいずれか 1 つの停車点へ向かうことを表す．(10),(11)式は徒歩での移動についての制約式である．訪問点iがグループkに属するならば，配送点iは同じグループに属するいずれか 1 つの配送点から訪問され,配送点iからいずれか 1 つの配送点へ直接移動することを表す． (12)式～(18)式は部分巡回路除去[4]のための制約式である.

4．解法

4．1．厳密解法

前節で示した定式化をもとに，汎用 MIP ソルバ Gurobi[5]を用いて最適解を求めた．図 2 に求解に要した計算時間を示す.図 2 より,点数が増加すると計算時間が指数関数的に増えることがわかる($n=14$以上の問題例に対しては，計算機のメモリ不足により求解できなかった)．そこで，現実的な計算時間内で，規模の大きな問題の解を求めることができる発見的解法を提案する.

4．2．提案解法

提案解法では，停車点数pを様々な値に固定して，準最適解を求める．求めた準最適解の中で，最も良い解を適切な停車点数とその巡回路として出力する.

4．2．1．初期解の構築

配送点の中からランダムに停車点をp個決め，全配送点をいずれかの停車点と同じ徒歩巡回配送グループに所属させる.その際,各グループ内の荷物の総量は制限量Qを超えないものとする．全

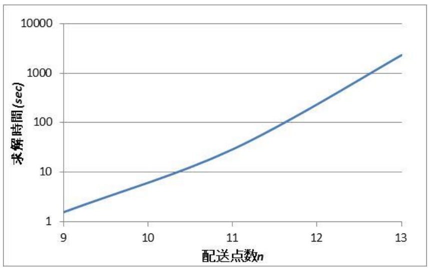

図 2．配送点数と求解時間の関係

ての点がいずれかのグループに属した後に，デポと停車点をランダムに繋ぎ巡回路を作る．さらに，徒歩巡回配送グループ毎に，配送点をランダムに繋ぎ巡回路（徒歩での配送経路）を作る．

4．2．2．局所探索法

初期解で求めた配送経路の総移動時間を改善するために，各グループ内の点の訪問順序，各グループに所属する配送点，各グループの停車点と停車点の訪問順を変化させる．訪問順の改善は 2-opt 法[6]により行う．2-opt 法とは巡回路内の 2 本の枝を削除し，新たに 2 本の枝を追加することで巡回距離を改善する方法である．2 つのグループ間で部分経路を交換する交換法(図 3)と，あるグループの訪問点を異なるグループの巡回路の枝間に挿入する挿入法(図 4)によって，総巡回路長を改善する．停車点を更新するために停車点決定法[7]を用いる．停車点決定法は，配送車が停車点をu_{k-1}，u_k，u_{k+1}の順で訪問していたとき，停車点u_{k-1}とu_{k+1}を固定し，グループkの停車点u_kを更新する．3 点間の距離$d_{u_{k-1},i}+d_{i,u_{k-1},}$が最短となるグループ$k$に所属する配送点$i$を新たな停車点とする方法である．

4．3．求解手順

以下に提案解法の手順を示す．

<u>Phase1．初期解の構築</u>

Step 1:　デポをu_0とする．

Step 2:　配送点集合Vの中からp個の停車点u_k $(k=1,2,\ldots,p)$をランダムに選ぶ．

Step 3:　グループに所属していない配送点iを各停車点$u_k(k=1,2,\ldots,p)$のグループに割当てる．グループに未所属の配送点iと停車点u_kの距離d_{i,u_k}を求め，最短距離$\min(d_{i,u_k})$を構成する点iとグループkを求める．もし，Qを超えないなら点iはグループkに所属させる．もし，点配送容量Qを超えるならば，$d_{i,u_k}=\infty$に更新し，再度追加する訪問点を求める．

Step 4:　Step3 を全訪問点がいずれかのグループに割当てられるまで繰り返す．

Step 5:　デポu_0と停車点u_k $(k=1,2,\ldots,p)$をランダムにつなぎ，配送車での移動経路を構築する．各徒歩巡回配送グループに属する配送点をランダムにつなぎ，徒歩での移動経路を構築する．

<u>Phase2．配送時間の改善</u>

Step 1:　2-opt 法により，配送車の巡回経路，各グループの巡回経路を改善する．

Step 2:　停車点決定により，停車点を更新する．更新が行われれば Step1 に戻る．改善がなければ Step3 に進む．

Step 3:　交換法を実行する．巡回路長が改善されたならば Step1 へ，改善がなければ Step4 に進む．

Step 4:　挿入法を実行する．巡回路長が改善されたならば Step1 へ．点の挿入により，最も改善量が大きくなる配送点の所属グループを変化させる．所属グループの変化があれば Step1 に戻る．改善が行われなければ，改善操作を終了し解を出力する．

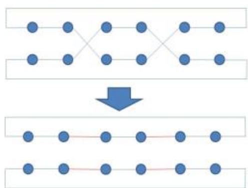

図 3．巡回路の交換

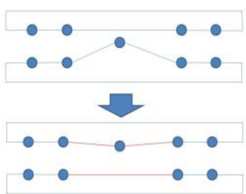

図 4．点の挿入

<u>5．数値実験</u>

提案解法を Borland 社の Delphi6 で実装し数値実験を行った．問題例は VRP のベンチマーク問題[8]をもとに，1km 四方の領域に配送点とデポが分布するように作成した[8]. 荷物の量もベンチマーク問題をもとに決定した[8]. 車での移動速度を 32km/h，徒歩での移動速度を 3km/h，停車にかかる時間

を 150 秒，配送容量の上限Qを 100 に設定した．グループ数pを固定して 30 回試行を行い，その中で最良の解をグループ数pの時の準最適解とした．更に，グループ数を変化させてそれぞれのグループ数pで準最適解を求める．各pの場合で得られた準最適解を比較し，その中で最も良い解を，提案解法の解として出力する．

表 1 準最適解と改善量

（n:配送点数，p^*:準最適解を取るときのグループ数）

n	提案解法(sec)／ p*	p=nの時の解(sec)	改善率
33	2352 ／ 9	3688	36%
42	3572 ／ 16	4643	23%
49	3316 ／ 8	5357	38%
67	3398 ／ 11	7207	53%
77	5290 ／ 19	8276	36%

2つの移動モードからなる配送活動の総配送時間と移動方法が1種類に限定されている配送方法（配送車で全荷物を届ける配送方法．提案解法においては，$p = n$とするとすることで全配送を配送車で行う）における総配送時間を比較するために改善率を求めた．改善率は移動モードを 2 種類にしたことで，1 種類の場合に比べてどの程度配送時間が短くなったかを表す指標であり以下の式で求めた．

$$改善率(\%) = ([p = nの時の解] – [提案解法の解]) / [p = nの時の解] \times 100$$

表 1 より，移動モードを 2 種類にしたことで，総巡回路長が改善できていることが確認できる．配送点数が増えても改善率が 20%を下回ることはなかった．また，提案解法は，$n = 77$の問題において，pの値を取れる範囲で（10 から 77 まで）変化させて求解した場合でも約 2000 秒で求解でき，問題の規模が大きくなっても提案解法は有効であると考えることができる．

6. まとめと今後の課題

本研究では，配送経路問題において，2 つの移動モードを持つ配送方式を数理計画モデルとして提起し，そのモデルに対する発見的解法を提案した．問題規模が小さい場合，汎用 MIP ソルバにより厳密解を求めることができたが，規模が大きくなると求解できなかった．一方，提案解法は大規模な問題に対しても高速に求解可能である．また，移動モードが 1 つである従来の配送方法に場合に比べ，短い総配送時間で荷物の配送が可能なことが確認できた．

本研究では，1 台の配送車のみであったが，複数の配送車で配送を行う，顧客の配送希望時間を考慮したモデルを考えることが今後の課題である．

参考文献

[1] Solomon, M.M. (1987), Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints, *Operations Research*, **35**(2), pp.254-265.

[2] Gehring, H. and Homberger, J. (2001), A parallel two-phase Metaheuristic for routing problems with time windows, *Asia-Pacific Journal of Operations Research*, **18**, pp.335-347.

[3] 今野浩，鈴木久敏(1982)，整数計画と組み合わせ最適化，日科技連, 344pp.

[4] 沼田一道(2011),汎用 MIP ソルバによる巡回セールスマン問題の求解―多項式オーダ本数の部分巡回路除去制約―,オペレーションズ・リサーチ：経営の科学 **56**(8), pp.452-455.

[5] Gurobi, http://www.gurobi.com/ (2013.12.25).

[6] 山本芳嗣，久保幹雄 (1997)，巡回セールスマン問題への招待，朝倉書店,174pp.

[7] 斎藤優花，円形領域切り抜きの際のカッター移動距離最短化に関する研究，平成 24 年度東京理科大学経営工学科卒業論文.

[8] Networking and Emerging Optimization, http://neo.lcc.uma.es/vrp/ (2013.12.25).