防犯パトロールカーの巡回計画に関する研究

～江戸川区葛西地区を例として～

森 俊輔（沼田 一道 教授，松浦 隆文 助教）

1.　はじめに

我々が安心して日常生活をおくれる社会の実現の為に防犯活動は必要不可欠である．主要な防犯活動の１つに防犯パトロールが挙げられる．防犯パトロールとは，防犯に従事する者が地域内を繰返し巡回し，犯罪を抑止し発生を未然に防ごうとする活動である．そのことで地域住民に安心感を醸成するという効果もある．防犯パトロールを行う際，巡回を行う者の体力的な問題等で1回の巡回時間が制限される．そのため比較的短い巡回を何回も行うのが普通である．また防犯パトロールにおいて，犯罪が多発している地域を頻繁に訪問することは当然であるが，比較的安全な地域であっても全く訪問しないと犯罪発生の可能性が高まることを考慮しなければならない．通常の巡回問題は「与えられた地点の（各１回の）訪問をできるだけ短時間で行う」ことを目標とするが，巡回パトロール問題では「制限時間内に，与えられた点を（重複して何回でも）できるだけ多数回訪問する」ことを目標とする．本研究ではこのような巡回パトロールの問題を数理計画問題として表現した二つのモデルを提案し，それぞれを実際に解いて，得られる解の妥当性を検討する．

2.　本研究で扱う問題

江戸川区では民間の警備会社に委託して，青色回転灯装備車（以下，青パト）による巡回パトロールを実施している．本研究では，江戸川区葛西地区の防犯パトロールを対象としてモデル化を進める．まず，巡回範囲を町・丁目単位の区域に分割し，その区域の中心点を巡回候補点とする．巡回候補点には，区域内の巡回に必要な時間が与えられている．パトロールの出発点（江戸川区役所：★）と巡回候補点（●）を図１に示す．

出発点を出発した青パトは複数の巡回候補点を訪問し，T時間内に出発点に戻る．青パトは1日にK回の巡回を行い，１日（K回）の巡回で全巡回候補点を最低1回は訪問しなければならないものとする．1度の巡回において，同じ点は2 回以上訪問できないものとする．本研究では，１日に行う複数回の巡回で①全ての巡回候補点を訪問すること，②犯罪の多発している地域は複数回訪問する巡回路が防犯に効果的であると仮定する．この２つの条件を満たすような，２つのモデルを提起する．

- **訪問回数の逆転を許さないモデル（モデル１）**

  巡回候補点には，区域の犯罪の発生頻度に応じた危険度が与えられる．K回の巡回で，危険度が低い地点の訪問回数が危険度の高い地点の訪問回数を上回らないようにする（訪問回数の逆転を許さない）条件の下，延べ訪問回数を最大化する巡回パトロール経路を求める．

- **ポイント獲得モデル（モデル２）**

  巡回候補点には，青パトがその区域を訪問した時に得られる防犯ポイントが与えられている．防犯ポイントは，危険度に合わせて「桁違い」の大きさに拡大設定（小のポイントを全部集めても大に及ばない）する．モデル２は，訪問可能な限り危険度大の候補点を優先して訪問するモデルである． K回の巡回で，青パトが1日で得られる防犯ポイントを最大化する巡回パトロール経路を求める．

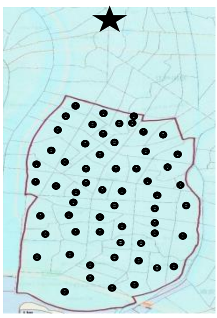

図 1：候補点の配置

3.　定式化

出発点を$\{0\}$とし，巡回候補点の集合を$M=\{1,2,\dots,m\}$とする．候補点i，j間の移

動時間はt_{ij}とする．巡回候補点iの巡回に必要な時間をc_i，1度の巡回時間の上限をT時間，1日の巡回回数はKとする．青パトがk回目の巡回で候補点iに訪問する(1)か否(0)かを$0-1$決定変数y_i^tで表す．青パトがk回目の巡回で候補点iからjに直接移動する(1)か否(0)を$0-1$決定変数x_{ij}^kで表す．モデル１で用いる危険度をn_iとする．モデル２に用いる防犯ポイントをω_iとする($\omega_i = 100^{n_i - 1}$)．決定変数f_{ij}^kはk回目の巡回で候補点iからjに直接移動する時のフロー量であり，部分巡回路を除去するために用いる．以上記号を用いると本研究の二つのモデルは以下のように定式化される．

・モデル１：訪問回数の逆転を許さないモデル

maximize $\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{m} y_i^k$ (1)

s.t $(n_i - n_j)\left(\sum_{k=1}^{K} y_i^k - \sum_{k=1}^{K} y_j^k\right) \geq 0$ (i, j = 1,2, … , m) (2)

・モデル２：防犯ポイント獲得モデル

maximize $\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{m} \omega_i y_i^k$ (3)

(1)式は，延べ訪問回数を最大化するモデル１の目的関数である．(2)式は，危険度が高い点と低い点の訪問回数の逆転を禁止する制約式である．(3)式は1 日の巡回で獲得する防犯ポイントを最大化するモデル２の目的関数である．以下に示す式(4)式～(15)式は二つのモデルで共通する制約式である．

s.t. $\sum_{i=1}^{m} c_i y_i^k + \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{m} t_{ij} x_{ij}^k \leq T$ $(k = 1,2, \dots K)$ (4)

$\sum_{j=1}^{m} x_{0j}^k = 1$ $(k = 1,2, \dots K)$ (5)

$\sum_{h=1}^{m} x_{h0}^k = 1$ $(k = 1,2, \dots K)$ (6)

$\sum_{h=0}^{m} x_{hi}^k = y_i^k$ $(k = 1, \dots K, i = 1, \dots, m)$ (7)

$\sum_{j=0}^{m} x_{ij}^k = y_i^k$ $(k = 1, \dots K, i = 1, \dots, m)$ (8)

$\sum_{k=1}^{K} y_i^k \geq 1$ $(i = 1, \dots, m)$ (9)

$f_{ij}^k \leq m x_{ij}^k$ $(k = 1, \dots K, i, j = 1, \dots, m)$ (10)

$\sum_{j=0}^{m} f_{ij}^k - \sum_{h=0}^{m} f_{hi}^k = y_i^k$ $(k = 1, \dots K, i = 1, \dots, m)$ (11)

$f_{ij}^k \leq \sum_{g=0}^{m} y_g^k$ $(k = 1, \dots K, i, j = 1, \dots, m)$ (12)

$f_{ij}^k \geq 0$ $(k = 1, \dots K, i, j = 1, \dots, m)$ (13)

$\sum_{i=1}^{m} f_{i0}^k = \sum_{g=0}^{m} y_g^k - 1$ $(k = 1,2, \dots K)$ (14)

$\sum_{j=1}^{m} f_{0j}^k = 0$ $(k = 1,2, \dots K)$ (15)

(4)式は出発点を出発し，T時間以内に出発点に戻ってくることを表す．(5),(6)式は出発点から1 つの候補点を訪問し，1 つの候補点から出発点へ戻ってくることを表す. (7), (8)式はk回目の巡回で, 候補点iを訪問するならば，候補点iは 1 つの候補点から訪問され，いずれか 1 つの候補点へ直接向かうことを表す． (9)式は1 日の巡回で全ての候補点は少なくとも1 回は訪問されることを表す．(10)~(15)式は部分巡回路を除去するための制約式である．

4. 提案解法

3 節で示した定式化をもとに汎用 MIP ソルバ Gurobi 5.6.0[4]で厳密解を求めた結果，モデル１では$m = 14$程度，モデル２では$m = 15$程度までは厳密解を求めることができた．しかし，それ以上になると両モデル共にメモリ不足により求解することが出来なかった．本研究で取り扱う問題の規模はm=59 であるため，ソルバでの求解は困難である．そこで，各モデルに対して近似解を求める発見的解法を提案する．

提案解法は，まず，構築法により初期巡回路を構築し，改善法を用いて訪問点の追加・交換，総巡回時間の改善を行う．巡回時間の改善には 2-opt 法，Or-opt 法，Cross-opt 法，挿入法を用いる[3]．2-opt 法は巡回路内の 2 本の枝を削除し，新たな 2 本の枝を追加することで巡回時間の改善を行う．Cross-opt 法は，異なる 2 つの巡回路間で部分経路を交換することで改善を行う(図 3)．Or-opt 法は，ある巡回路内の部分経路を他の巡回路の枝の間に挿入することで改善を行う．挿入法は異なる巡回路間で点を受け渡す事によって総巡回時間の短縮を行う．

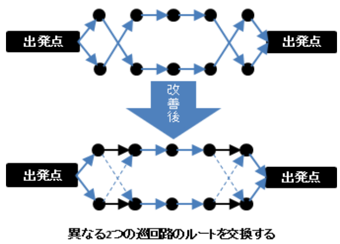

図 2：cross-opt 法

4.1. 初期解の構築

全候補点を訪問する初期巡回路の作成手順を以下に示す．

Step 1 候補点集合Mの中で危険度（防犯ポイント）が最も大きい候補点の中から，出発点から遠い点をk点選び，出発点と選ばれた点を往復するような巡回路をk個作成する．

Step 2 未訪問点の中で，危険度（防犯ポイント）の高い点から順に巡回路中の枝の間に挿入する．その際，挿入後の巡回時間が上限Tを超えず，増加時間が最小となる枝間に挿入する．

Step 3 全ての候補点が訪問されるまで Step 2 を繰り返す．

4.2. 局所探索法

4.2.1. 訪問回数の逆転を許さないモデルに対する解法（モデル１）

以下に示す延べ訪問回数の改善操作，訪問回数の改善操作，総巡回時間の改善操作を局所最適解が求まるまで順番に繰り返す．

- 延べ訪問回数の改善操作：巡回路の枝間に候補点を挿入し，延べ訪問回数の改善を行う．挿入した時に訪問回数の逆転が起こらないように，危険度の高い点から順番に挿入を行う．k回目の巡回路に挿入した時，巡回時間がT以下となるならば挿入する．この操作を全ての巡回路において点の挿入が出来なくなるまで行う．
- 訪問回数の改善操作：モデル１では，訪問回数の逆転を禁止しているため危険度が高い訪問点の訪問回数が少ないと, 危険度の低い訪問点を巡回路の枝間に挿入可能であっても挿入することができない．そこで，危険度が高い訪問点の訪問回数が多くなる改善操作を行う．k回目の巡回路で訪問されている点をa，点aの危険度をn_aとする． k回目の巡回路で未訪問の点の中で，危険度がn_aより高い点をbとする（$n_a < n_b$）．点aと点bを交換し巡回時間がT以下ならば交換を行う．
- 総巡回時間の改善操作：2-opt 法，cross-opt 法，挿入法，Or-opt 法を用いて巡回路の改善を行う．

4.2.2. ポイント獲得モデルに対する解法（モデル２）

4.1 節で提案した構築法で初期解を構築し, 以下に示す局所探索法と 4.2.1 節の総巡回時間の改善操作を局所解が得られるまで繰り返し実行する．

- 獲得防犯ポイントの改善操作（挿入操作，交換操作）：獲得防犯ポイントを増加させるために，巡回時間の上限Tを超えない候補点を巡回路の枝間に挿入する．この時，獲得できる防犯ポイントが最大となる訪問点の中で，巡回時間の増加が最小となる候補点を巡回路の枝間に挿入する．この操作を全ての巡回路において点の挿入が出来なくなるまで行う．獲得防犯ポイントが増加するように，k回目の巡回路で訪問されている点aと未訪問点bを交換する．

5. 数値実験・考察

Borland 社の Delphi6 を用いて提案解法を実装し数値実験を行った．１日の巡回回数を$k = 11$，巡回時間の上限を$T = 60$分，移動時間は２点間のユークリッド距離を青パトの時速30kmで割った時間とした．候補点の危険度n_iは４段階（4,3,2,1）とし，警視庁が提供している犯罪情報マップ[2]の町・丁目単位で与えられている犯罪の発生頻度を参考に決定した．候補点iの防犯ポイントは$\omega_i = 100^{n_i - 1}$とした．

表１に，延べ訪問点数を目的関数（モデル１）とし巡回経路を求めた際の延べ訪問回数と，得られた巡回路を防犯ポイントに換算した結果，獲得防犯ポイントの最大化を目的関数（モデル２）として巡回経路を求めた際の獲得防犯ポイントと延べ訪問回数の結果を示す. 表１より, モデル１とモデル２では, モデル２の方が延べ訪問回数，獲得ポイントともに大きな値をとっていることがわかる・

表 1：延べ訪問回数と獲得防犯ポイント

	延べ訪問回数	獲得ポイント
モデル 1	130	29,552,917
モデル 2	140	29,553,521

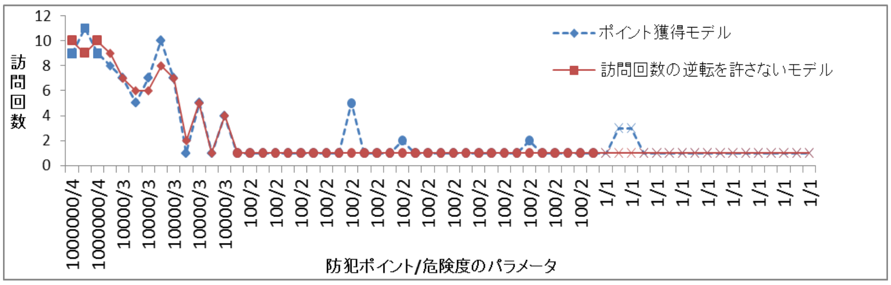

図 3：二つのモデルの訪問点数の比較

危険度，防犯ポイント毎に訪問された回数を図 3 に示す．図 3 から，どちらのモデルも犯罪が多発している点を優先的に訪問していることがわかる．モデル 1 の場合，危険度 1 と 2 の点の訪問回数は 1 回のみとなっている．これは危険度 3 の点で訪問回数 1 回の点があり，訪問回数の逆転が起こらないという制約を満たさなければいけないためである．一方，モデル 2 は，訪問回数の逆転を禁止するのではなく，危険度が高い地点には危険度が低い地点に比べて桁違いに大きなポイントを与えることで，訪問回数の逆転をおきにくくしている．図 3 より，危険度が高い地点を訪問すると制限時間Tを超えるが，危険度が低い地点は訪問可能な場合，ポイントを獲得するために訪問回数が逆転しても訪問していることが確認できる．

1 日の延べ巡回時間は60 分 × 11 回 = 660 分であるが，モデル 1 の延べ巡回時間は648.84 分，モデル 2 の延べ巡回時間は654.2 分となった．この結果からも，モデル 2 の方が，時間を有効に活用できているといえる．また，モデル 1，2 ともに危険度が 3 の地域を 55 回，4 の地点を 29 回訪問していた．以上より，モデル 2 の方が制限時間を有効に使ってより多くの地点を訪問する解を導くことが分かる．モデル 1 は，モデル 2 の解が，「危険度に応じて訪問する」という原則から，どの程度逸脱しているかを確認するための基準を与える点に意義がある．また，求解に要した計算時間は，モデル 1 で 2.621 秒，モデル 2 で 3.229 秒であり，両モデル共に現実的な時間内で解を得ることが出来た．

6. まとめ

本研究では，防犯パトロールカーの巡回計画に関する問題を取上げ，「全ての地点を訪問した上で犯罪多発地点をできるだけ頻繁に訪問する」巡回計画を導く 2 つのモデルとその解法を提案した． 提案したモデルを用いて，江戸川区葛西地区を対象に求解実験を行った．ポイント獲得モデルは，危険度が低い地点でも時間的に可能ならできるだけ訪問する計画を得られる点で実践的だと考えられる．逆転を許さないモデルは，原則に忠実な基準解を与える点で規範的なモデルだと考えられる．

実際には，各地点での犯罪の発生しやすさは時間帯によって変化するので，時間帯ごとに，より防犯効果のある巡回路を選択する必要があると考えられる．このような状況を扱うモデルとその解法については今後の課題としたい．

参考文献

[1] 沼田一道(2011)，汎用 MIP ソルバによる巡回セールスマン問題の求解 - 多項式オーダ本数の部分巡回路除去制約．オペレーションズ・リサーチ：経営の科学 56(8),pp.452-455.

[2] 警視庁，犯罪情報マップ, http://www.keishicho.metro.tokyo.jp/toukei/johomap/johomap.htm, (最終閲覧日：2013/12/25).

[3] 柳浦睦憲，茨木俊秀(2001)，組合せ最適化―メタ戦略を中心として―，朝倉書店, 237pp.

[4] Gurobi, http://www.gurobi.com/ ,(最終閲覧日：2013/12/25).