

# 2つの移動モードからなる 配送活動の最適化に関する研究

---

東京理科大学 工学部 第一部 経営工学科 4年  
沼田研究室 4410004 五十嵐桂

# 目次

1. はじめに
2. 本研究で扱う問題
3. 解法
4. 数値実験
5. まとめと今後の課題

# 1. はじめに

## 1. 1. 配送計画問題[1]

デポ(配送基地)から出発し, 荷物を顧客に配送する際に, コストを最小にする配送の仕方を求める問題である.

多くの場合で配送主体の移動方法は**1種類**である.

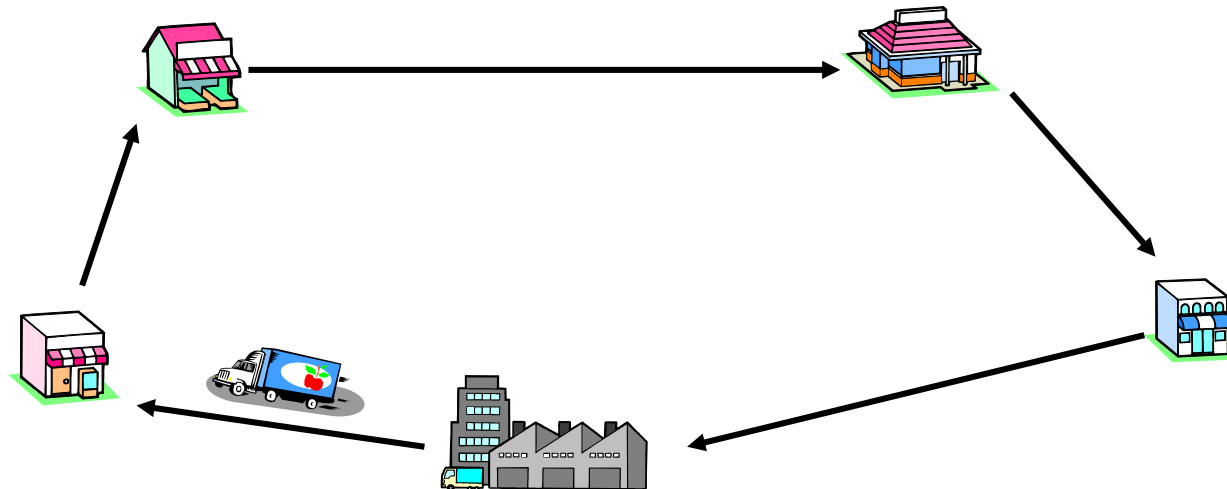


図1. 配送計画問題

## 1. 2. 実際の配送方式と問題点

### 配送における移動方法

- 大きな範囲の移動は配送車
- 狭い範囲の移動は徒歩（手持ち，手押し車）

### 問題点

- 車を停める場所（停車点）
- グループ分け（徒歩で一度に配送を行う顧客の集合）  
は、荷物の配送者が感覚的に決めている。



配送時間に無駄が生じる！！

## 1. 3. 研究目的

2つの移動モードからなる配送活動の最適化を数理計画問題として提起し、総配送時間を小さくする配送計画を求める方法を提案する。

## 2. 本研究で扱う問題

### 2. 1. 問題の概要(1)

#### 与えられるもの

- デポ(■)と荷物の配送点(●)
- 配送点に配送する荷物の量

#### 決めるもの

- 停車点(○)
- 停車点の訪問順
- 配送点のグループ分け(○)
- グループ内の配送点の訪問順

#### 目的

総配送時間の最小化

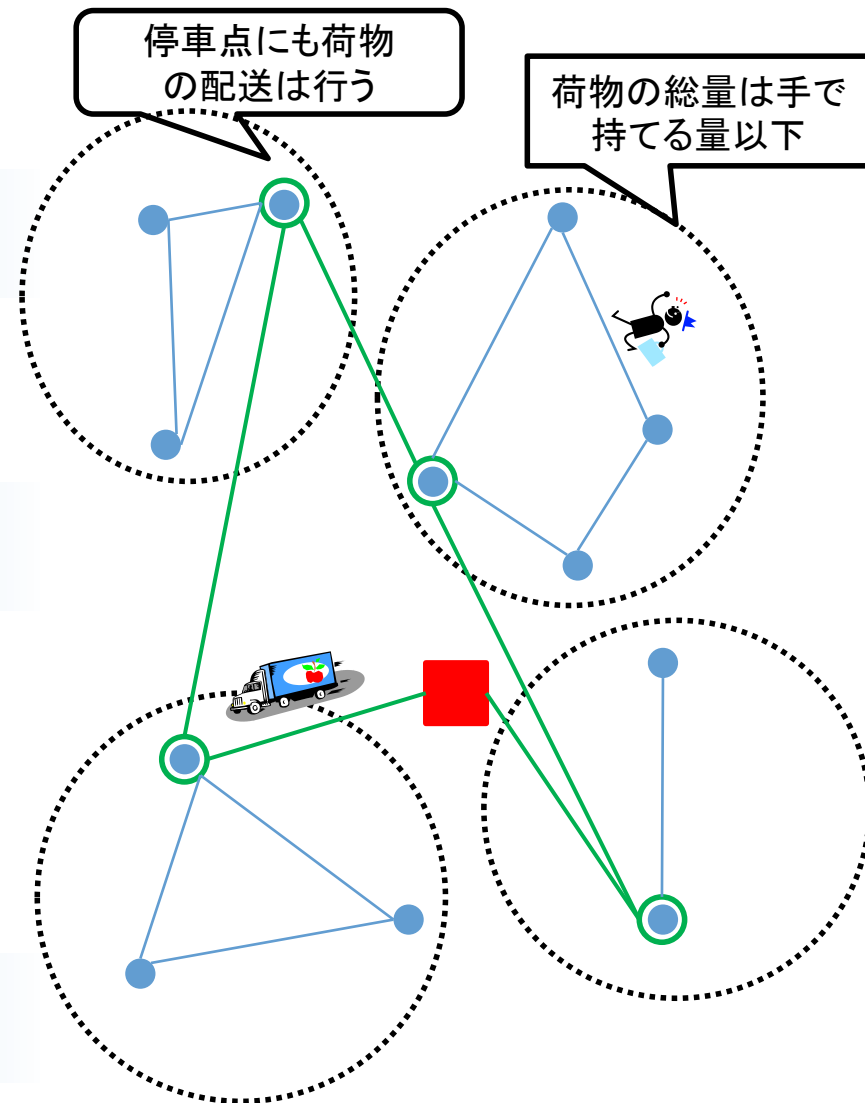


図2. 問題の概要

## 2. 1. 問題の概要(2)

- 停車に伴うオーバーヘッド(車を停車し降車して荷物を取り出す時間と、配送を終えて戻ってから発射するまでの時間の和)がかかる.
- 配送車の移動の速さは一定.
- 徒歩での移動の速さは一定.

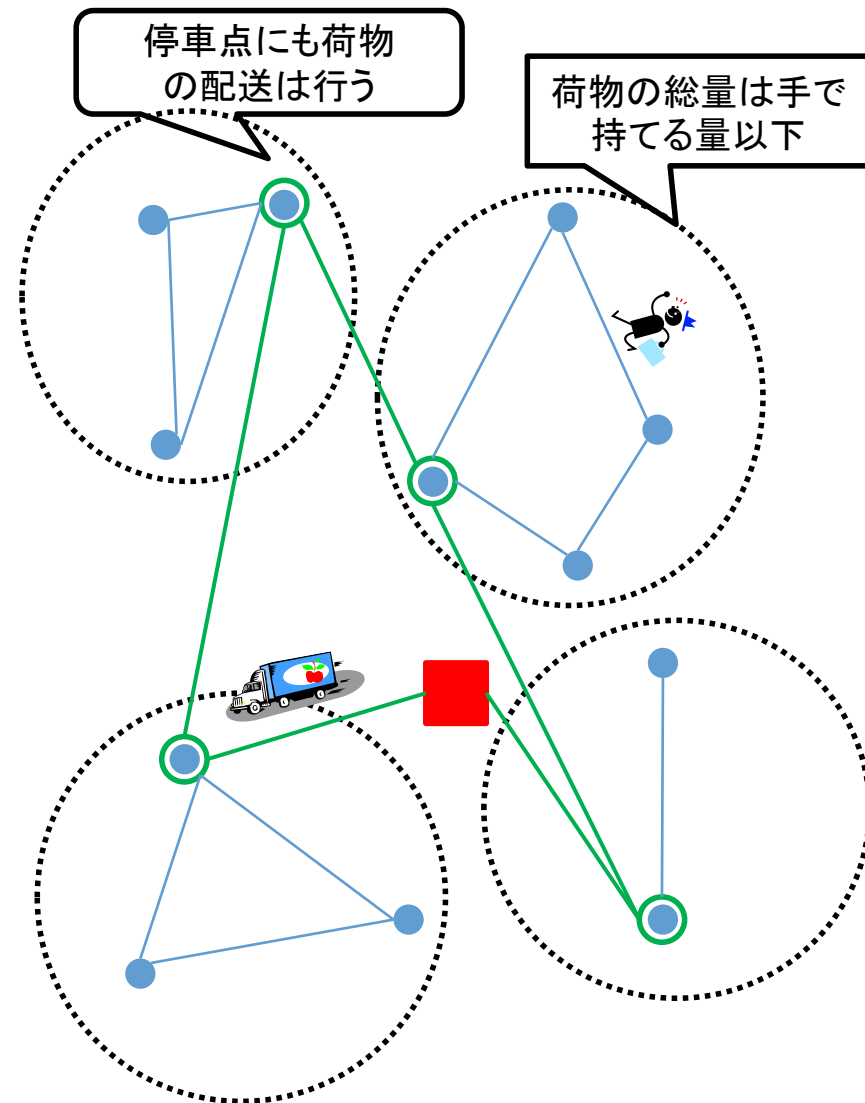


図2. 問題の概要

## 2. 2. 記号化(定数)

$\{0\}$	デポ(■)
$V = \{1, 2, \dots, n\}$	荷物の配送点(●)の集合
$d_i (i = 1, 2, \dots, n)$	点 $i$ に配送する荷物の量
$c_{i,j} (i, j = 0, 1, \dots, n)$	点 $i, j$ 間の距離
$a, b$	車, 徒歩の移動の速度
$T$	停車に伴うオーバーヘッド
$Q$	手で持てる荷物の量の上限(配送容量)

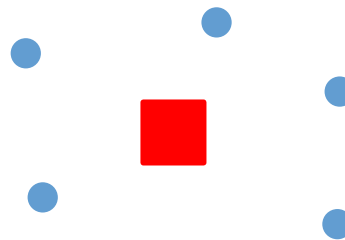


図3. 記号化(定数)



## 2. 2. 記号化(変数)

$p$	停車点数(パラメータ)
$P = \{0, 1, \dots, p\}$	停車点集合のグループ番号( $\{0\}$ )と徒歩巡回グループ番号( $\{1, \dots, p\}$ )の集合
$y_{i,k} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	点 $i$ が第 $k$ グループに含まれる(1)か否(0)か
$x_{i,j,k} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	第 $k$ グループ内で点 $i$ から点 $j$ に移動する(1)か否か(0)
$u_{i,k} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	点 $i$ が第 $k$ グループの停車点である(1)か否(0)か
$f_{i,j,k}$	第 $k$ グループの巡回路における 部分巡回路除去制約[2]のためのフロー量
$w_{i,k}$	停車点においてフロー量保存則[2]を 無効にするための変数

## 2. 3. 目的関数

停車点数 $p$ のときの総配送時間を最小化.

$$\min z(p) = \frac{1}{a} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{i,j} x_{i,j,0} + \frac{1}{b} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{i,j} x_{i,j,k} + pT \quad (1)$$

配送車での配送時間 + 徒歩での配送時間 + オーバーヘッド

## 2. 4. 制約条件(1)

- 全ての配送点(●)はいずれかのグループ(○)に属する.

$$\sum_{k=1}^p y_{i,k} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

- 1つの徒歩巡回グループ(○)に停車点(○)は1つ.

$$\sum_{i=1}^n u_{i,k} = 1 \quad \forall k \in P \quad (3)$$

- 徒歩巡回グループ $k$ の停車点はグループ $k$ に属する.

$$u_{i,k} \leq y_{i,k} \quad \forall i \in V, \forall k \in P \quad (4)$$

- 徒歩巡回グループ(○)に所属する配送点集合に配送すべき荷物の総量は $Q$ 以下.

$$\sum_{i=1}^n d_i y_{i,k} \leq Q \quad \forall k \in P \quad (5)$$

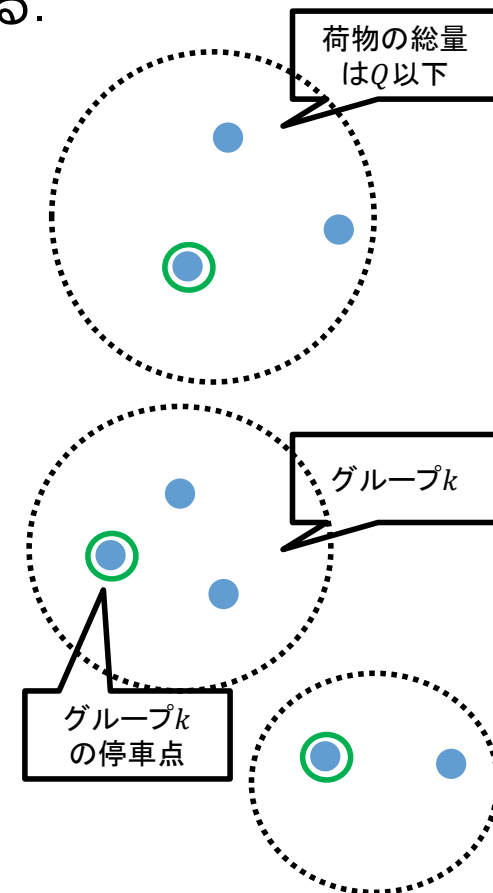


図4. 制約式(2),(3),(4),(5)

## 2. 4. 制約条件(2)

- デポ(■)から配送車で他の点に移動する.

$$\sum_{h=1}^n x_{0,h,0} = 1 \quad (6)$$

- 配送車でデポ(■)に他の点から移動してくる.

$$\sum_{h=1}^n x_{h,0,0} = 1 \quad (7)$$

- 点*i*が停車点(○)であれば配送車でそこに移動する.

$$\sum_{j=0}^n x_{j,i,0} = \sum_{k=1}^p u_{i,k} \quad \forall i \in V \quad (8)$$

- 点*i*が停車点(○)であれば配送車でそこから移動する.

$$\sum_{j=0}^n x_{i,j,0} = \sum_{k=1}^p u_{i,k} \quad \forall i \in V \quad (9)$$

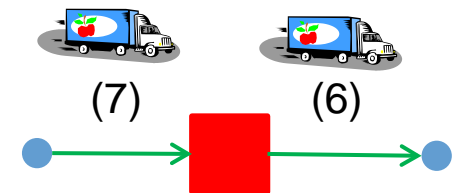


図5. 制約式(6),(7)

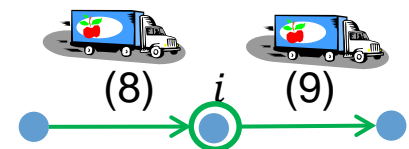


図6. 制約式(8),(9)

## 2. 4. 制約条件(3)

- 配送点*i*があるグループ(○)に所属するとき、点*i*に同じグループ内の点から徒歩で移動してくる。

$$\sum_{j=1}^n x_{j,i,k} = y_{i,k} \quad \forall i \in V, \forall k \in P \quad (10)$$

- 配送点*i*があるグループ(○)に所属するとき、点*i*から同じグループ内の点に徒歩で移動する。

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j,k} = y_{i,k} \quad \forall i \in V, \forall k \in P \quad (11)$$

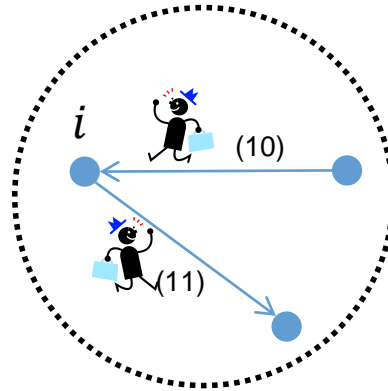


図7. 制約式(10),(11)

## 2. 4. 制約条件(4)

- 部分巡回路除去制約[2]

$$0 \leq w_{i,k} \leq nu_{i,k}$$

$$\forall i \in V, \forall k \in P \quad (12)$$

$$0 \leq f_{i,j,0} \leq px_{i,j,0}$$

$$\forall i, j \in V \cup \{0\} \quad (13)$$

$$\sum_{j=0}^n f_{j,i,0} + \sum_{k=1}^p u_{i,k} = \sum_{j=0}^n f_{i,j,0}$$

$$\forall i \in V \quad (14)$$

$$\sum_{i=0}^n f_{0,i,0} = 0$$

$$(15)$$

$$0 \leq f_{i,j,k} \leq nx_{i,j,k}$$

$$\forall i, j \in V, \forall k \in P \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^n f_{j,i,k} + y_{i,k} = \sum_{j=1}^n f_{i,j,k} + w_{i,k}$$

$$\forall i \in V \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^n f_{i,j,k} \leq n(1 - u_{i,k})$$

$$\forall i \in V, \forall k \in P \quad (18)$$

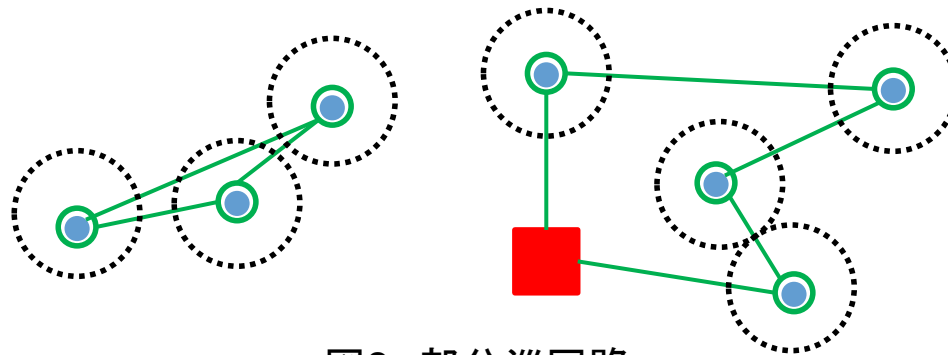


図8. 部分巡回路

## 3. 解法

### 3. 1. 求解の手順

1. 停車点数 $p$ に対して、準最適な総配送時間(準最適値) $z^*(p)$ を求める.
2. 停車点数 $p$ をある範囲で動かす.
3. 求めた準最適な総配送時間の中で、値が最も小さいものを配送点数 $n$ に対する最短の総配送時間(最適値) $z^*(p^*)$ , また, その時の停車点数 $p^*$ を最適な停車点数とする.

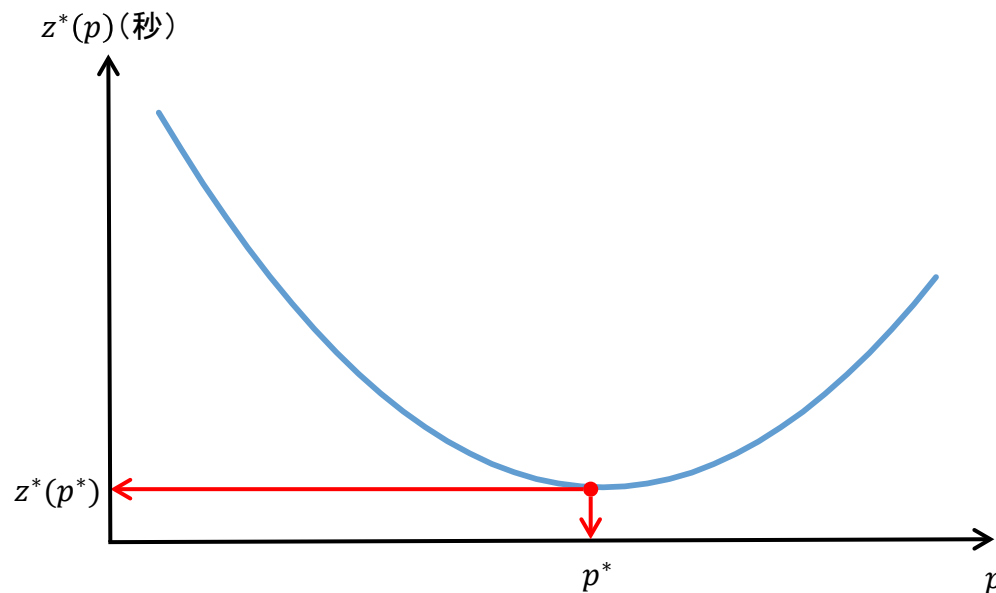


図9. 最適値の選び方

## 3. 2. 厳密解法

汎用MIPソルバGurobi[3]を用いて、 $p^*$ と $z^*(p^*)$ を求めた。  
その時の計算時間を図10に示す。

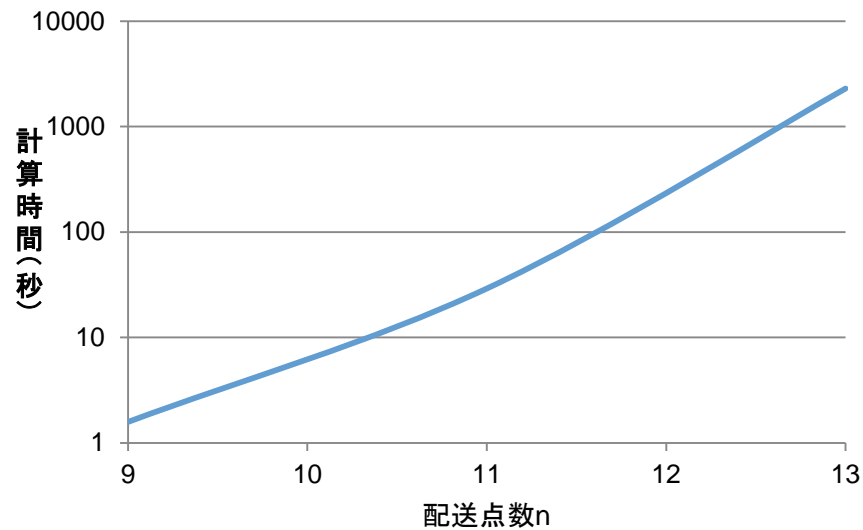


図10. 計算時間



## 3. 3. 提案解法(1)

### 初期解の生成

Step1

- 停車点(○)の決定

Step2

- グループ(○)の構築  
配送点を近い停車点と同じグループに所属させる.

Step3

- 配送経路の構築

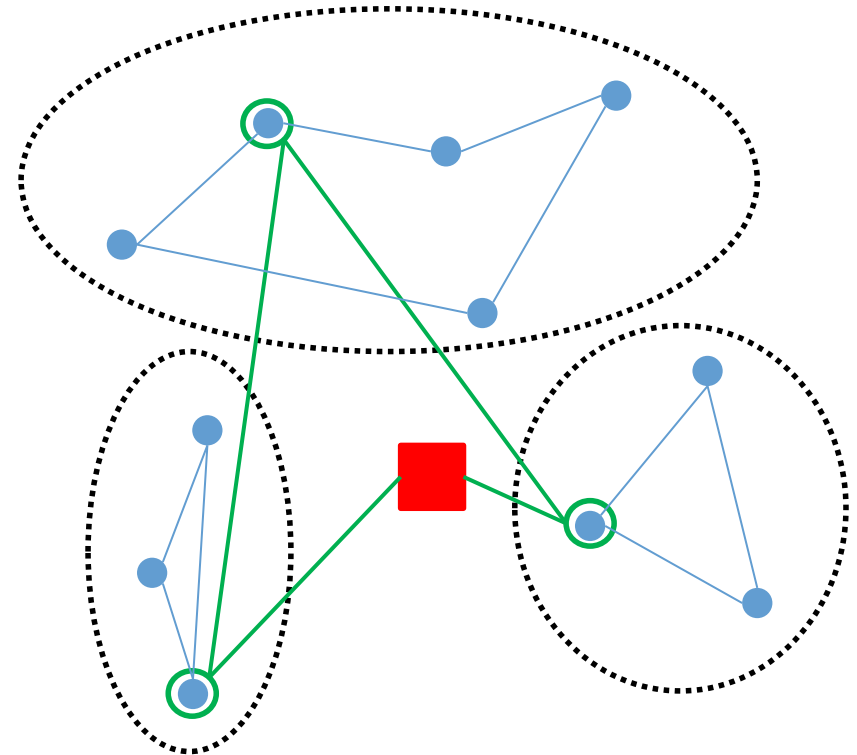


図11. 初期解の生成

## 3. 3. 提案解法(2)

### 解の改善

Step4

- 配送点の訪問順の改善
- 2-opt法[4]

Step5

- 停車点の更新[5]

Step6

- グルーピングの改善
- 巡回路の交換
- 配送点の挿入

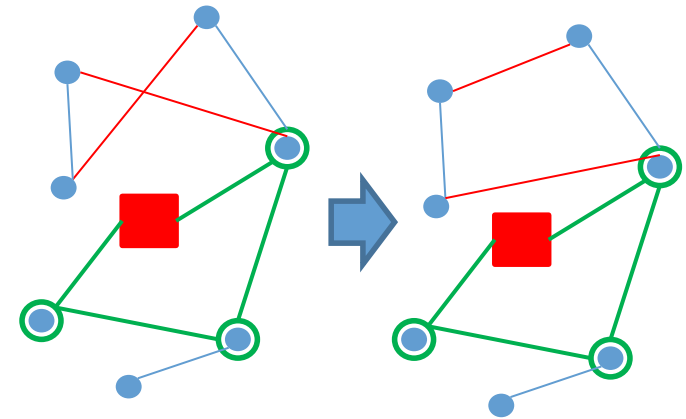


図12. 2-opt法

## 3. 3. 提案解法(2)

### 解の改善

Step4

- 配送点の訪問順の改善
- 2-opt法[4]

Step5

- 停車点の更新[5]

Step6

- グルーピングの改善
- 巡回路の交換
- 配送点の挿入

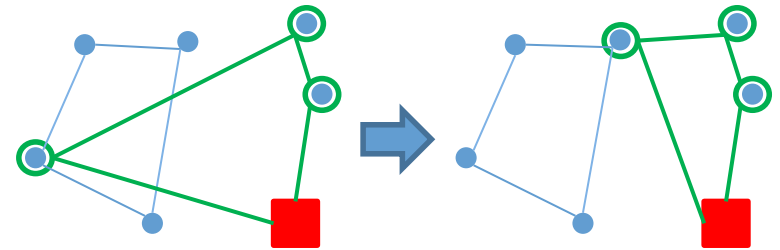


図13. 停車点の更新

## 3. 3. 提案解法(2)

### 解の改善

Step4

- 配送点の訪問順の改善
- 2-opt法[4]

Step5

- 停車点の更新[5]

Step6

- グルーピングの改善
- 巡回路の交換
- 配送点の挿入

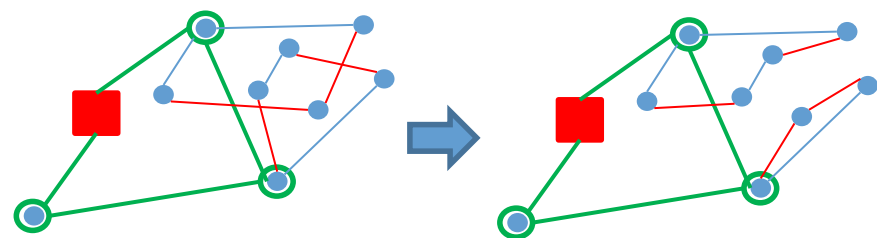


図14.巡回路の交換

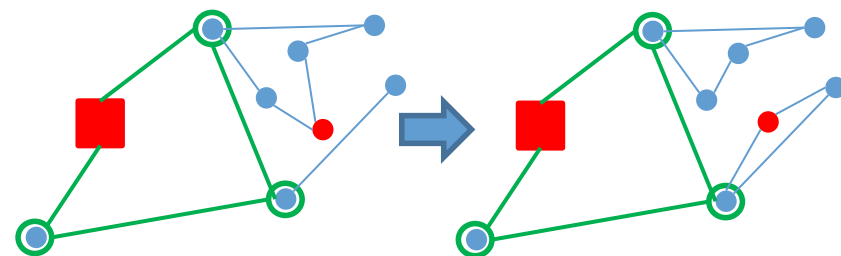


図15. 配送点の挿入

## 4. 数値実験

### 4. 1. 設定

- 問題例はVRPのベンチマーク問題[6]をもとに,  $1\text{km} \times 1\text{km}$ の正方形の領域にデポ・配送点を分布させた.
- 配送車の移動速度は $32\text{km/h}$ .
- 徒歩での移動速度は $3\text{km/h}$ .
- 停車に伴うオーバーヘッドは150秒.
- 配送容量の上限は100.

## 4. 2. 使用したデータ(点の分布)

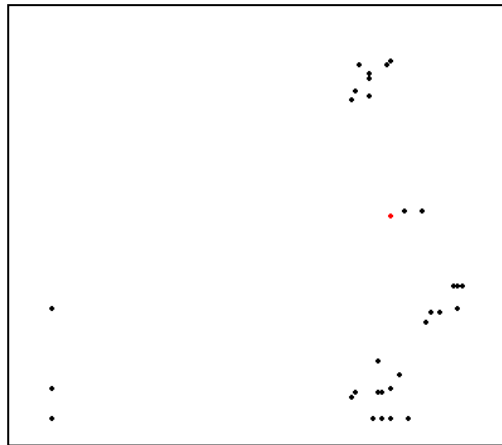


図16.  $n = 33$

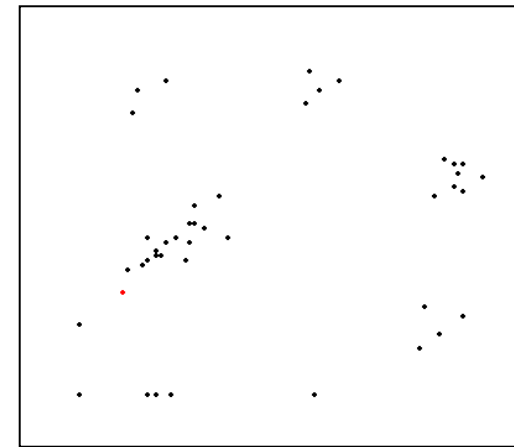


図17.  $n = 42$

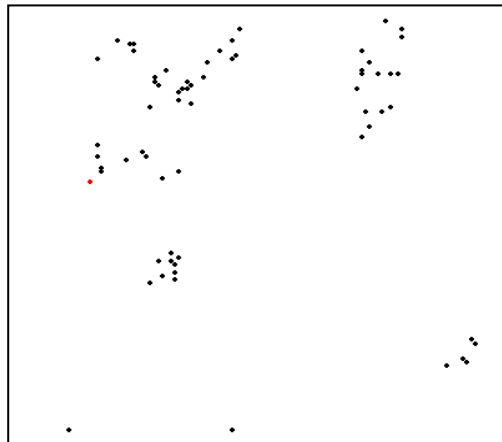


図18.  $n = 67$

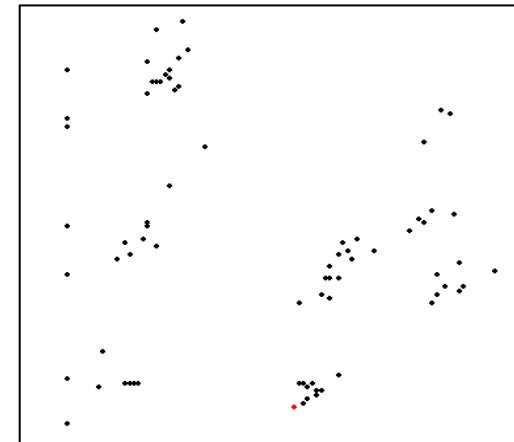


図19.  $n = 77$

## 4. 3. 実験結果(停車点数と総配送時間の関係)

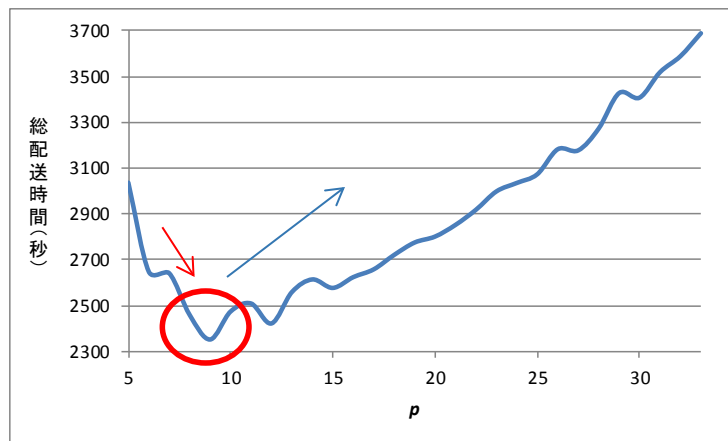


図20.  $n = 33 (p^* = 9, z^*(p^*) = 2352)$

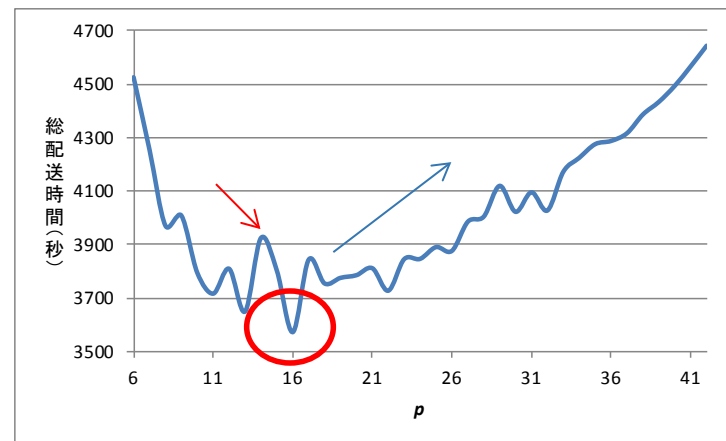


図21.  $n = 42 (p^* = 16, z^*(p^*) = 3572)$

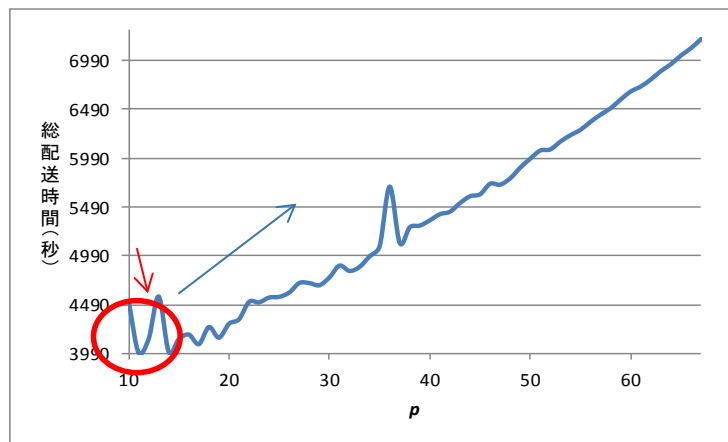


図22.  $n = 67 (p^* = 11, z^*(p^*) = 3398)$

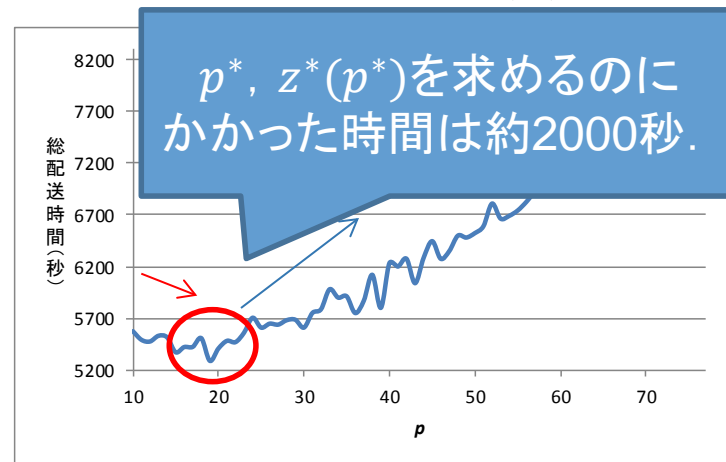


図23.  $n = 77 (p^* = 19, z^*(p^*) = 5290)$

## 5. まとめと今後の課題

### まとめ

- 2つの移動モードを持つ配送経路問題を数理計画モデルとして提起し、その発見的解法を提案した。
  - 厳密解は小規模な問題に対して、厳密解を求めることができた。
  - 提案解法は大規模な問題に対しても高速に求解可能である。

### 今後の課題

複数の配送車での配送、顧客の配送希望時間を考慮したモデルを考える。



## 参考文献

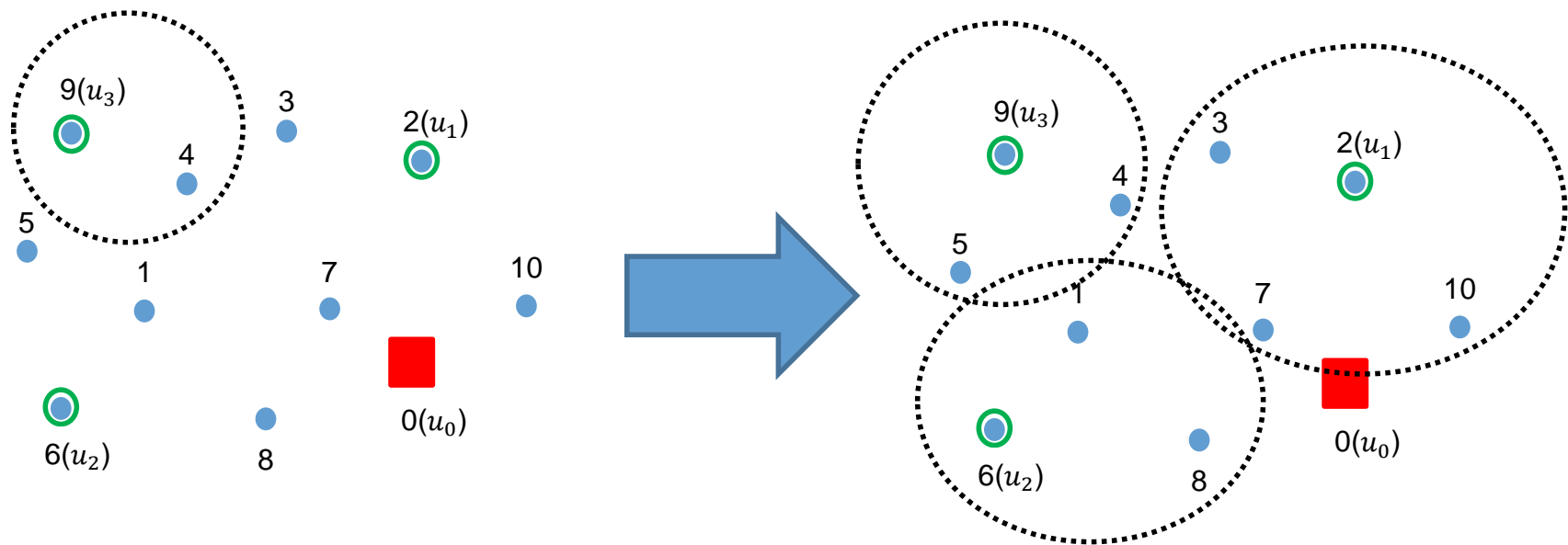
- [1] 柳浦睦憲, 茨木俊秀(2001), 組合せ最適化—メタ戦略を中心として—, 237pp
- [2] 沼田一道(2011), 汎用MIPソルバによる巡回セールスマン問題の求解—多項式オーダー本数の部分巡回路除去制約—, オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学56(8), pp.452-455.
- [3] Gurobi, <http://www.gurobi.com/> (2013.12.25).
- [4] 山本芳嗣, 久保幹雄 (1997), 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 174pp.
- [5] 斎藤優花, 円形領域切り抜きの際のカッター移動距離 最短化に関する研究, 平成24年度東京理科大学経営工学科卒業論文.
- [6] Networking and Emerging Optimization, <http://neo.lcc.uma.es/vrp/>, (2013.12.25).

ご清聴ありがとうございました。

# 付録

## 付録: グループの構築

配送容量の制約を満たしつつ, 配送グループに所属していない配送点 $i$ と停車点 $u_k$ の距離 $d_{i,k}$ を求め, 最短距離 $d_{i^*,k^*}$ を構成する点 $i^*$ をグループ $k^*$ に所属させる. これを全ての点がグループピングされるまで繰り返す.

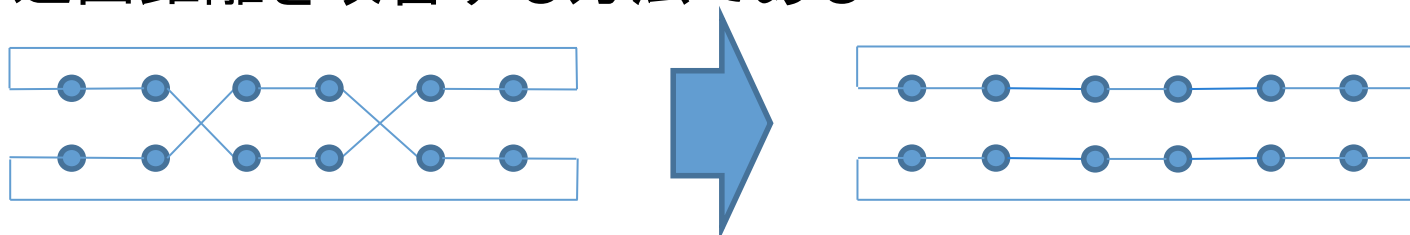


グループの構築

## 付録: 巡回路の交換・配送点の挿入

### • 巡回路の交換

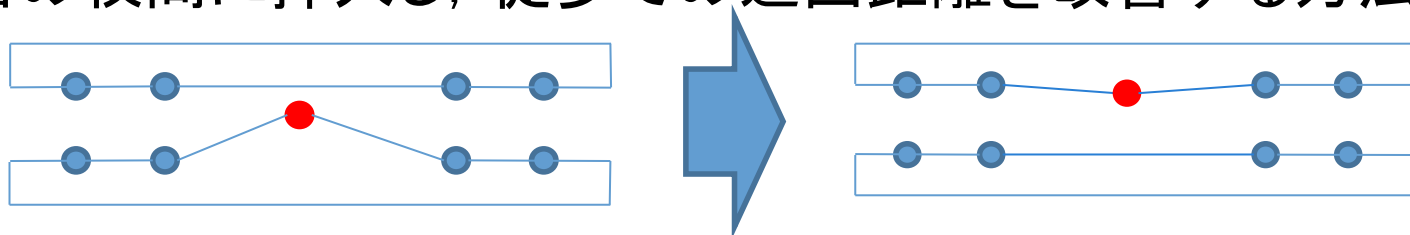
異なる徒歩巡回グループ間で、部分経路を交換することで徒歩での巡回距離を改善する方法である。



巡回路の交換

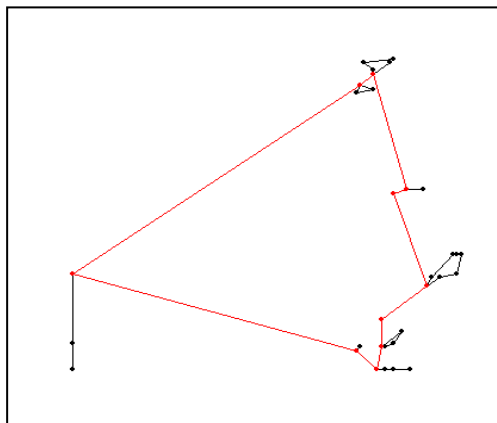
### • 配送点の挿入

ある徒歩巡回グループの配送点(●)を、異なるグループの巡回路の枝間に挿入し、徒歩での巡回距離を改善する方法である。

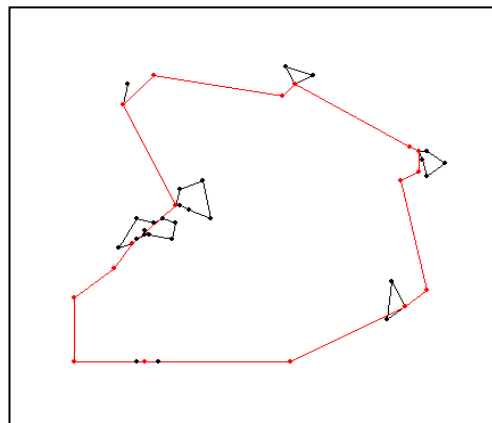


配送点の挿入

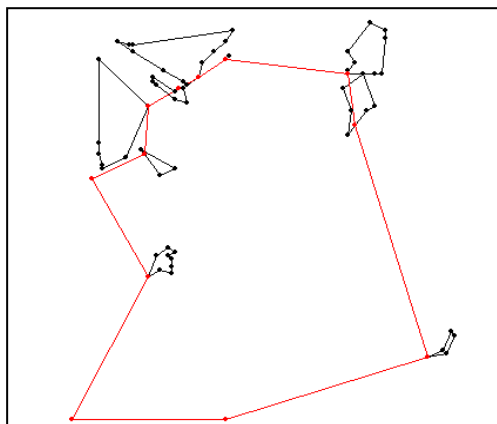
# 付録: 最適な配送経路と総配送時間



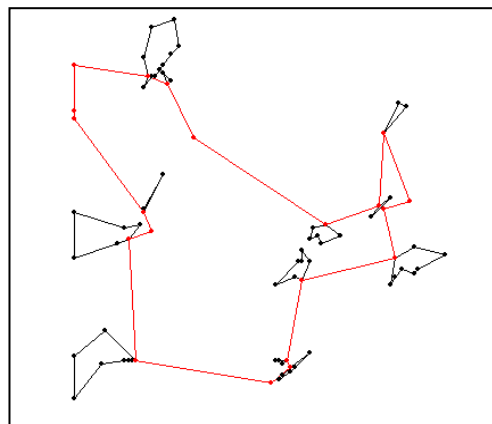
$n = 33$



$n = 42$



$n = 67$

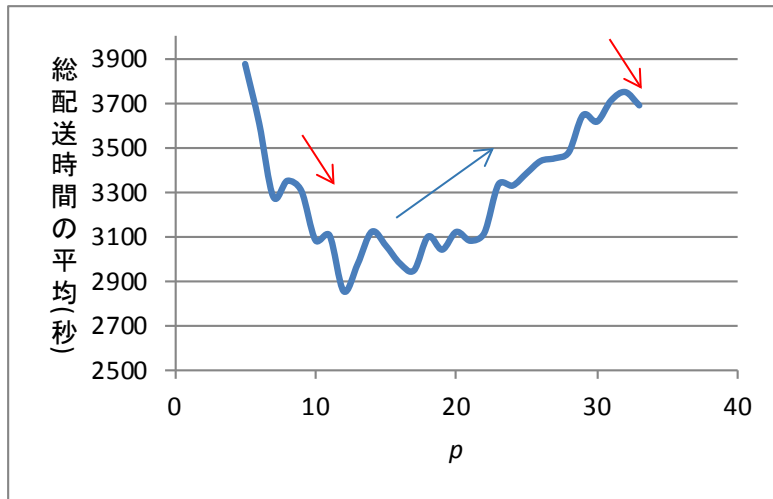


$n = 77$

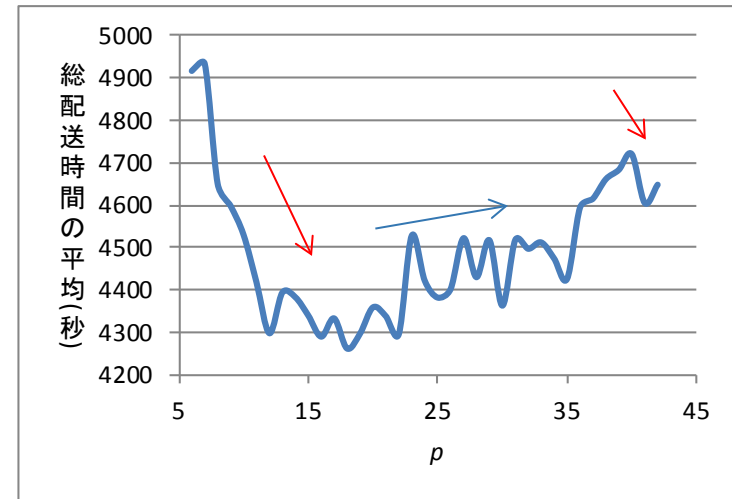
最適な停車点数と  
総配送時間

$n$	$p^*$	$z^*(p^*)$ (秒)
33	9	2352
42	16	3572
67	11	3398
77	19	5290

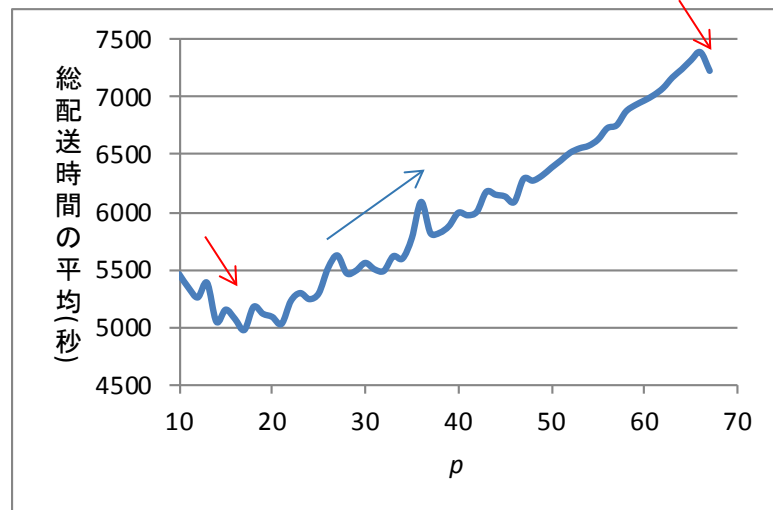
# 付録: 総配送時間の平均値



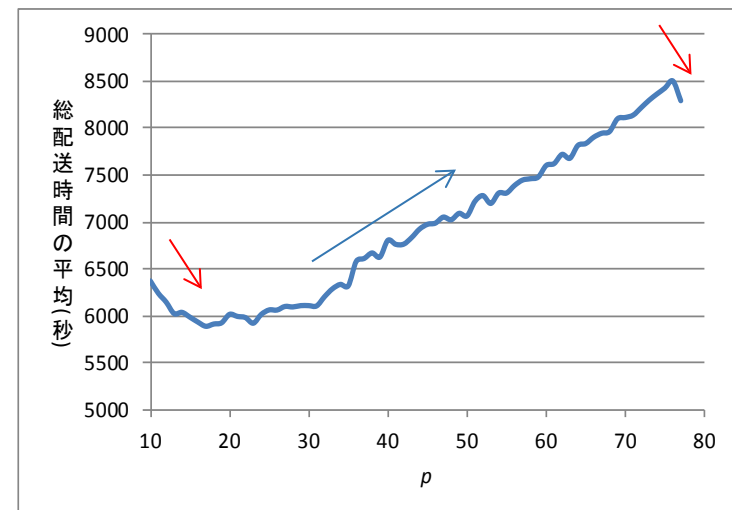
$n = 33$



$n = 42$

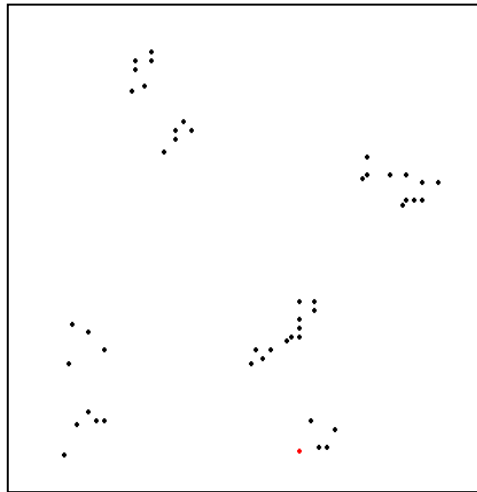


$n = 67$

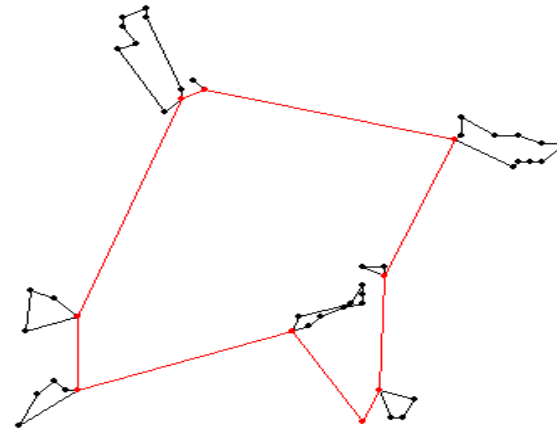


$n = 77$

# 付録: $n = 49$ のデータと実験結果



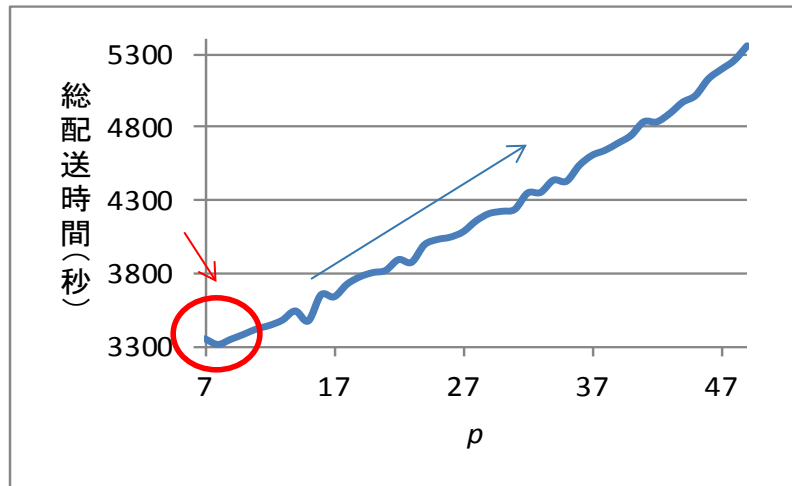
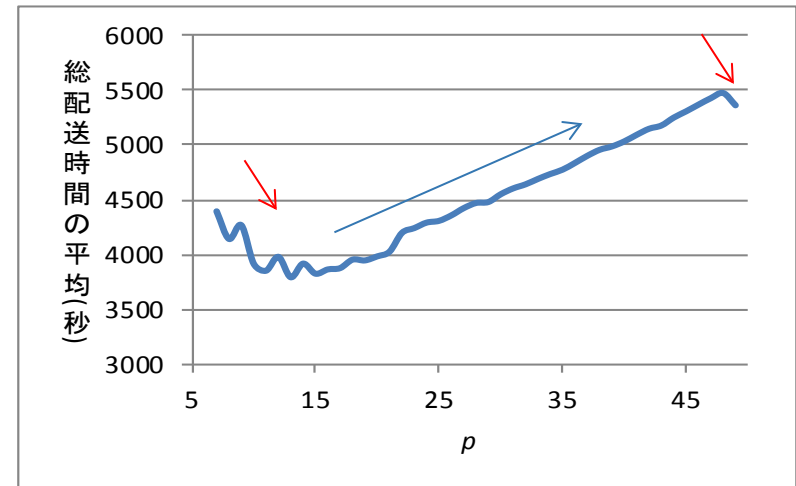
データ



最適配送経路

最適な停車点数と  
総配送時間

$n$	$p^*$	$z^*(p^*)$ (秒)
49	8	3316

総配送時間  $z^*(p)$  ( $p^* = 8$ )

総配送時間の平均