学習塾AIにおける時間外仕事処理スケジューリング問題

東京理科大学　工学部第一部　経営工学科
沼田研究室　4410031　川村洋平

目次

1.1 研究背景

少子化に伴い学習塾業界では，生徒獲得競争が激しさを増している.

利用者（生徒）の満足度を高めるため，様々な付加的サービスを行っている.

サービスの1つとして，定期試験問題の模範解答提供がある.

1.1 研究背景

多くの中小学習塾では，複数のアルバイト講師が協力し，正規の授業業務以外に時間を費やし，無給で行っている．

いつ，誰に，どの科目（学校・学年）の処理を割当てるか決めるスケジューリングが必要となる．

日数

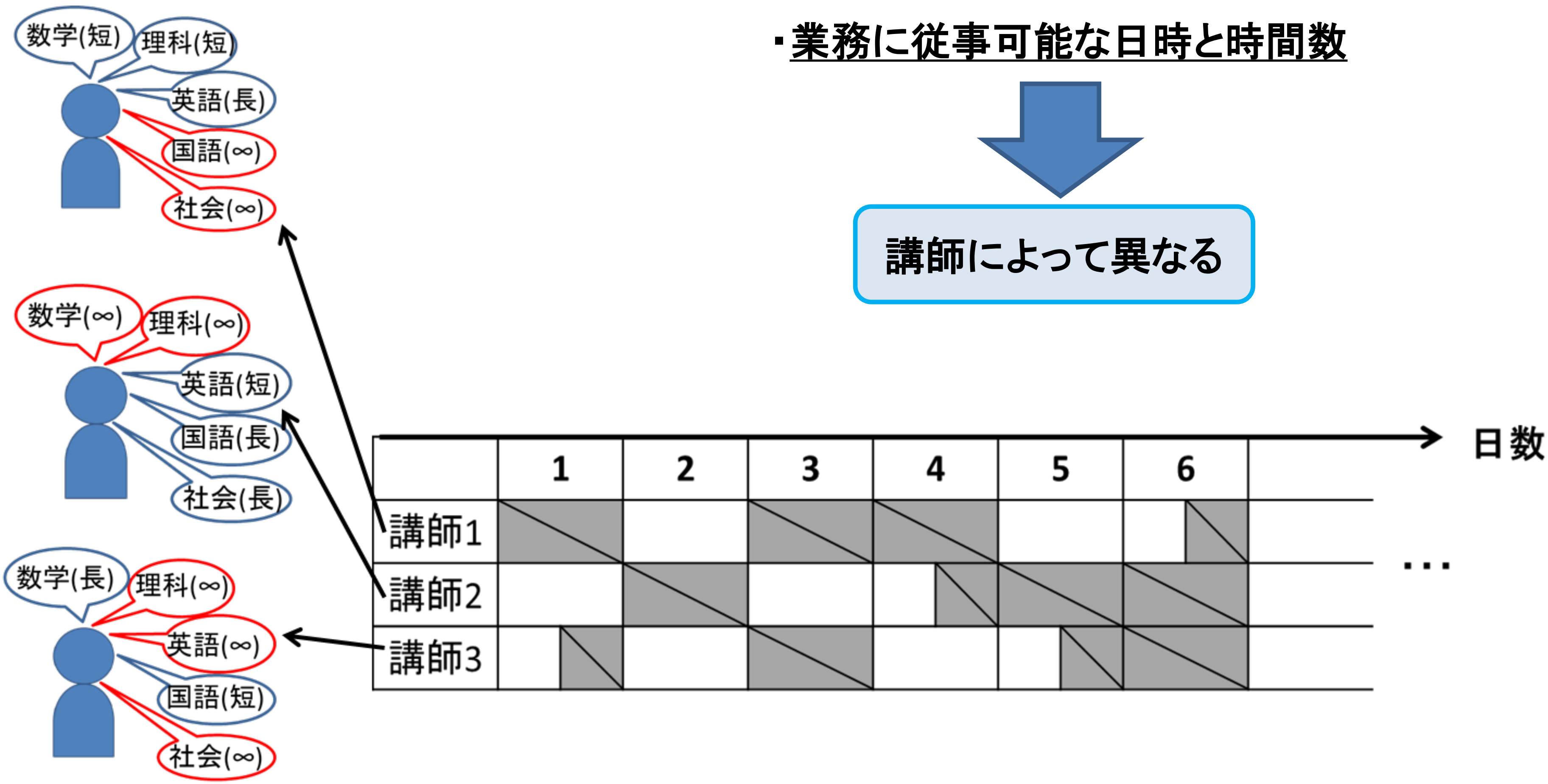
	1	2	3	4		
講師1	A校2年理科		B校3年数学			
講師2		C校3年英語		E校1年国語		…
講師3	B校1年社会			D校1年社会		
⋮						
						…
講師m		E校3年数学	A校1年英語			

図1：スケジュール例

1.1 研究背景

- **担当出来る科目**
- **科目毎の処理に費やす時間**
- **業務に従事可能な日時と時間数**

講師によって異なる



1.1 研究背景

現状では，教室長（正社員）や主任アルバイトが感覚的に処理を割当てている.

しかし

- 無給業務の割当てが偏ると大きな不満が出る.
- **本来の業務（授業）に悪影響を与えてしまう.**

1.2 研究目的

講師の負担を均等化する問題を
数理計画問題として扱い，求解手順を提案する

2.1 問題設定

- 各学校・学年・教科を1つ1つ区別して，仕事と呼ぶ.
- 各仕事の処理時間は講師によって一様でない.
- ある講師がある仕事を処理できないこともあるが，その場合の処理時間は∞と考える.

	仕事1	仕事2	仕事3	仕事4	仕事5			仕事n
講師1	1	∞	1	0.5	∞			1
講師2	∞	1	1	∞	2			0.5
講師3	0.5	2	∞	∞	0.5		…	∞
講師4	∞	∞	0.5	0.5	1			∞
			⋮				⋱	
講師m	1	1	∞	2	∞			2

図2：各講師が各仕事を行う時の処理時間

2.1 問題設定

- 各講師は就業日に時間外業務を行う.
- 時間外業務に使用可能な時間は一様ではない.

日数	1	2	3	4	5	…
講師1	3	0	1	0	3	
講師2	0	1	2	0	2	
講師3	1	0	0	1	3	…
講師4	0	2	0	3	0	
⋮						
講師m	3	0	0	2	0	…

0	・・・業務不可
1	・・・20分
2	・・・40分
3	・・・60分

図3：講師の使用可能時間

2.1 問題設定

- 仕事は必ず誰か1人に割当てられる(複数人で協力することは出来ない)
- 1日で処理できない場合には，同一人が日を跨いで処理する.
- 可能であれば1日に複数の仕事を処理しても良い.

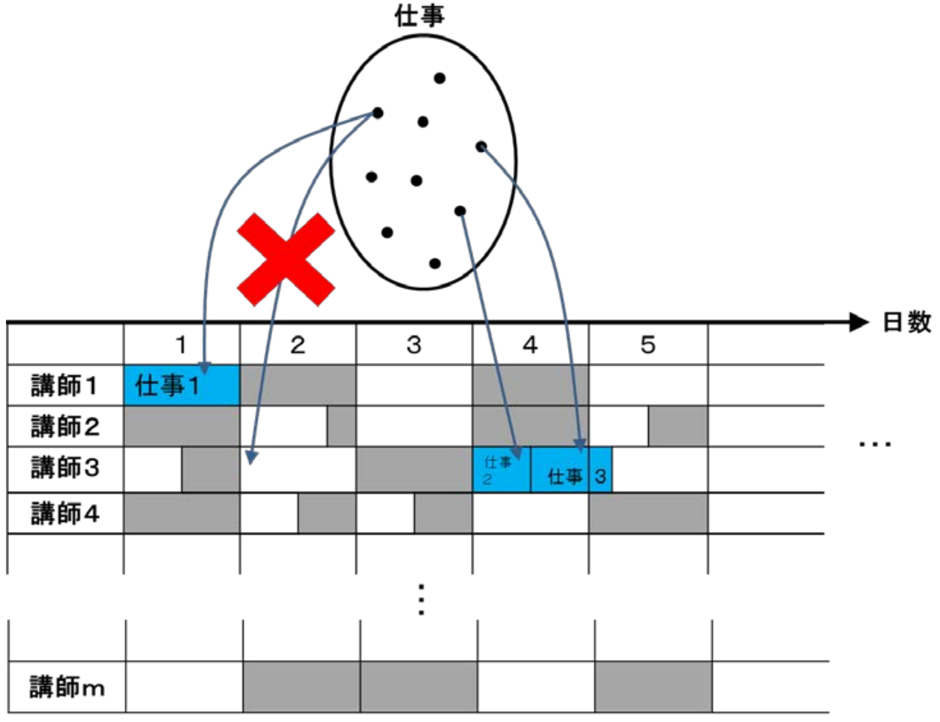


図4：仕事の割当て

2.1 問題設定

良いスケジュールとは・・・

- 全仕事の完了日ができるだけ早い
- 講師の負担ができるだけ公平

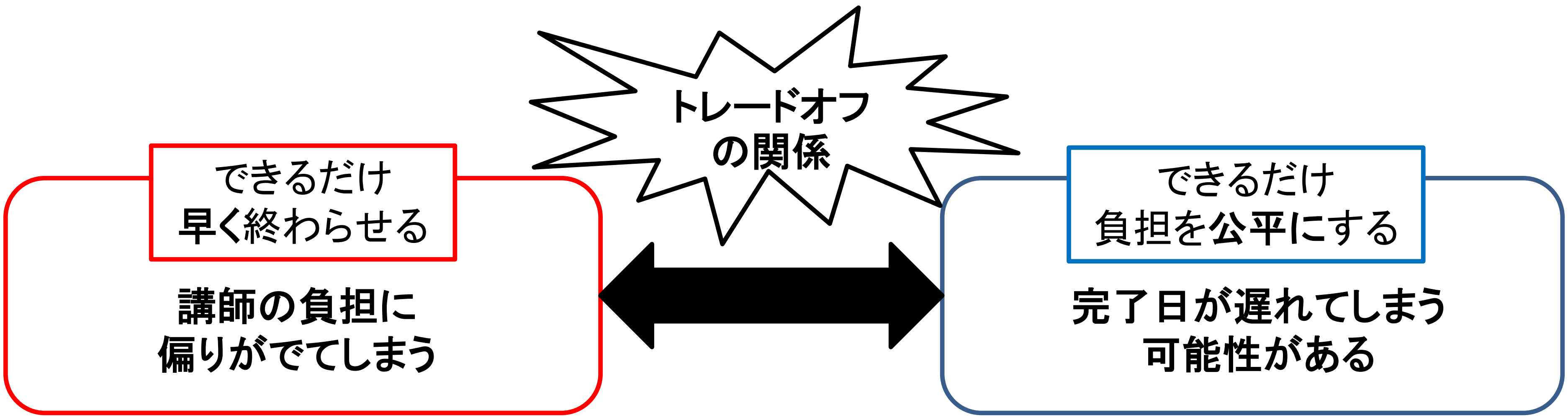


図5：良いスケジュールとは

2.2 負担の均等化

本研究では，次の様にして講師の負担を均等化する1目的の割当て問題として扱う.

- 納期K：全業務が必ず完了しなければならない期限
- 最短終了可能日f^*：負担の均等を無視して，最短で終了させることが可能な日
- 仮終了日L：この日に全業務を終了させると仮定した日(パラメータ)

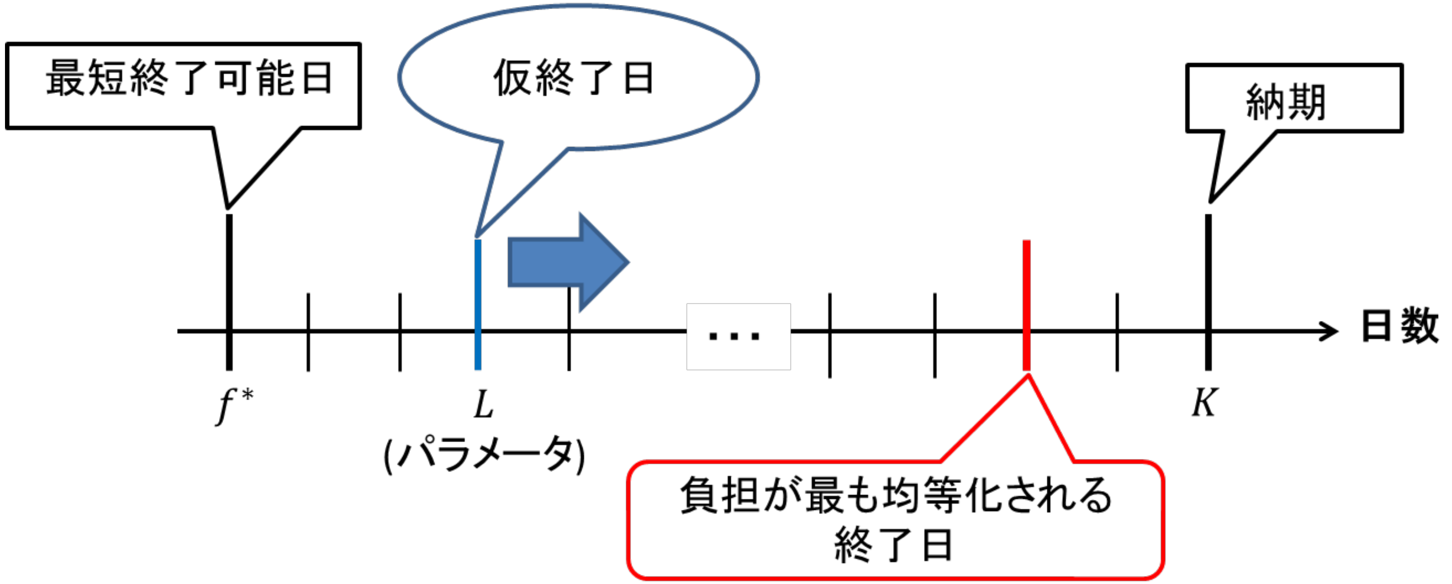


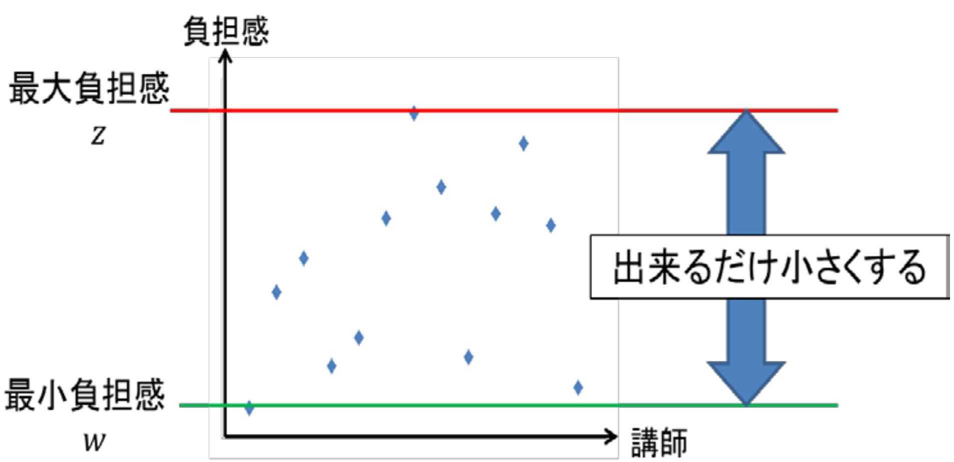
図6：負担の均等化

2.3 負担について

- <u>負担感の定義</u>
  L日に全仕事を完了させる場合

$$\text{各講師の「負担感」} = \frac{L\text{日までに仕事に費やした時間の和}}{L\text{日までの累積使用可能時間}}$$

- <u>負担感の均等化</u>



負担感の均等化を目指す

3.1　記号の定義

m　:講師数 $(i = 1, \dots, m)$

n　:仕事数 $(j = 1, \dots, n)$

t　:仕事を行う日 $(1 \leq t \leq K)$

μ_{ij}　: 講師iが仕事jを行うのに必要な時間

a_{it}　: t日までに講師iが使用可能な時間の和

z　: 最大負担感

w　: 最小負担感

3.1 記号の定義

決定変数

$$x_{ij}\begin{cases}\text{講師}i\text{へ仕事}j\text{を割り当てる・・・1}\\ \text{講師}i\text{へ仕事}j\text{を割り当てない・・・0}\end{cases}$$

$$y_{t}\begin{cases}t\text{日目}(t \le K)\text{に全仕事を終える・・・1}\\ t\text{日目}(t \le K)\text{に全仕事を終えない・・・0}\end{cases}$$

3.2 定式化(最短日数の求解)

目的関数

全仕事終了までにかかる日数を最小にする.

$$\text{minimize} \ \ f = \sum_{t=1}^{K} t y_t \quad \cdots (1)$$

3.2 定式化(最短日数の求解)

制約条件(1)

Mは十分大きな正の数

$$\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_{ij} \le a_{it} y_t + M(1 - y_t) \qquad (i = 1, .., m, \quad t = 1, .., K) \qquad \cdots (2)$$

左辺は，各講師の仕事に費やす時間の和を表している.

t日で全仕事が完了する時，講師iが仕事を行う時間は，その日までに使用可能な時間数以内にする.

t日で全仕事が完了しない時（$y_t = 0$の場合），Mによってこの制約式は常に成立つ.

3.2 定式化(最短日数の求解)

制約条件(2)

各仕事を必ず講師の誰かに割当てる.

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad (j = 1, .., n) \qquad \cdots(3)$$

全仕事を納期内に終了する.

$$\sum_{t=1}^{K} y_t = 1 \qquad \cdots(4)$$

3.3 定式化(負担の均等化)

終了日Lをf^*~Kの間で変化させて，負担感の差の最小値と，その時の仮終了日L^*を求める.

目的関数

最大負担感と最小負担感の差を最小化する.

$$\text{minimize} \;\; g(L) = z - w \quad \cdots(5)$$

3.3 定式化(負担の均等化)

制約条件(1)

L日までに全仕事を完了させれば良いとした時の，講師iの負担感 ⇒ $\frac{\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_{ij}}{a_{iL}}$

zを最大負担感，wを最小負担感とする.

$$z \geq \frac{\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_{ij}}{a_{iL}} \quad (i = 1, \ldots, m) \quad \cdots (6)$$

$$w \leq \frac{\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_{ij}}{a_{iL}} \quad (i = 1, \ldots, m) \quad \cdots (7)$$

3.3 定式化(負担の均等化)

制約条件(2)

L日に全仕事を完了させる時，各講師が仕事を行う時間は，講師が使用可能な時間数以内にする.

$$\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_{ij} \leq a_{iL} \quad (i = 1, .., m) \quad \cdots (8)$$

各仕事を必ず講師の誰かに割当てる.

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad (j = 1, .., n) \qquad \cdots (9)$$

4.1 数値実験(1)

m =13, n =75, K =*21*とし, μ_{ij}とa_{it}のデータを2種類作成.

汎用ソルバーGurobi5.6.0にて全業務が完了する
最短所要日数f^*を計算.

求められたf^*から納期KまでパラメータLを変化させ,
Gurobiにて最適終了日L^*を計算.

4.2 結果(最短日数の求解)

最短日数はデータ1では14日，データ2では11日であった.

表1: 最短日数と負担感の差

	データ1	データ2
f^*(最短日数)	14	11
z^*(最大負担感)	1	1
w^*(最小負担感)	0.875	0.75
z^*-w^*(負担感の差)	0.125	0.25

4.3 結果(負担の均等化)

データ1，データ2のどちらにおいても最短日数で負担感を最も均等化出来た.

表2：負担感の差(均等化後)

	データ1(L =14)	**データ2**(L =11)
z^*(最大負担感)	1	1
w^*(最小負担感)	1	1
$z^* - w^*$(負担感の差)	0	0

4.3 結果(負担の均等化)

- 仕事数や実働時間には，大きな差がある

表3:各講師の実働時間

	データ1(L=14)	データ2(L=11)
講師1	8	6
講師2	8	6
講師3	12	8
講師4	4	4
講師5	8	8
講師6	4	2
講師7	8	6
講師8	4	4
講師9	6	5
講師10	8	6
講師11	8	6
講師12	6	4
講師13	4	4

表4:各講師の仕事数

	データ1(L=14)	データ2(L=11)
講師1	8	7
講師2	8	7
講師3	11	11
講師4	3	5
講師5	8	9
講師6	2	3
講師7	5	8
講師8	4	5
講師9	6	5
講師10	8	6
講師11	6	5
講師12	4	2
講師13	2	2

4.4 考察

- t日までに講師iが使用可能な累積時間a_{it}において，講師毎に大きな差がなかったため，最短日数で均等化出来たと考えられる．

- 講師iが仕事jに費やす時間μ_{ij}の値の範囲が小さいので，割当てられた仕事を行う時間を調節しやすかったのではないか．

5.1 数値実験(2)

講師毎でa_{it}に大きな差のあるデータを3種類作成した.

表5: 与えたデータの概要

	データ3	データ4	データ5
m(講師数)	4	7	13
n(仕事数)	10	30	75
K(納期)	20	20	21

5.2 結果(最短日数)

最短日数は，以下のように求められた．

表6：最短日数と負担感の差

	データ3	データ4	データ5
f^*(最短日数)	12	14	15
z^*(最大負担感)	1	1	1
w^*(最小負担感)	0.416667	0.433333	0.96
$z^* - w^*$(負担感の差)	0.583333	0.566667	0.04

5.3 結果(負担の均等化)

データ3では，L =19で負担感が最も均等化された

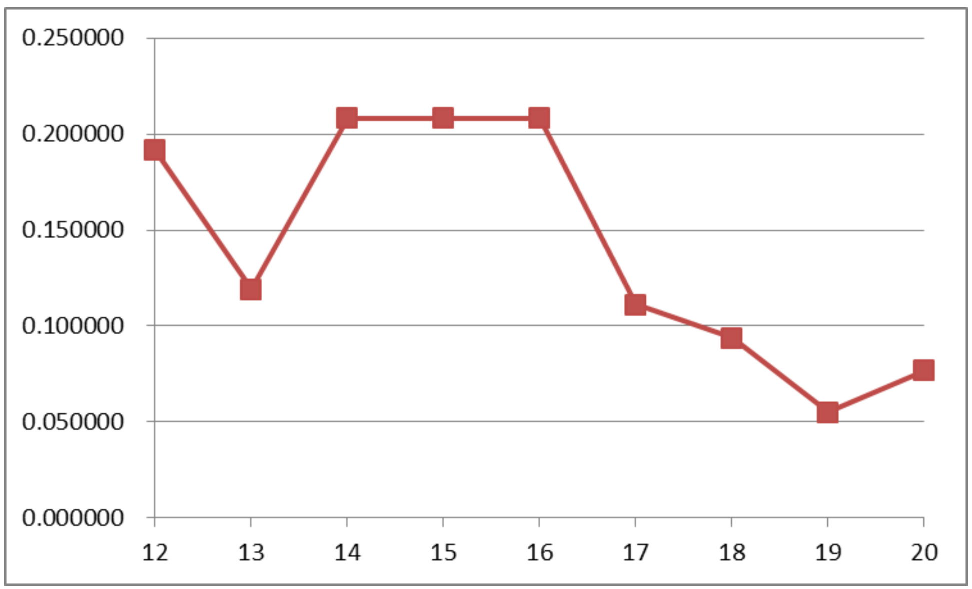


図7 : 負担感の差のグラフ(データ3)

表7 : 各講師の実働時間と仕事数

	実働時間	仕事数
講師1	7	2
講師2	10.5	3
講師3	4.5	2
講師4	8	3

5.3 結果(負担の均等化)

データ4では，L =16で負担感が最も均等化された

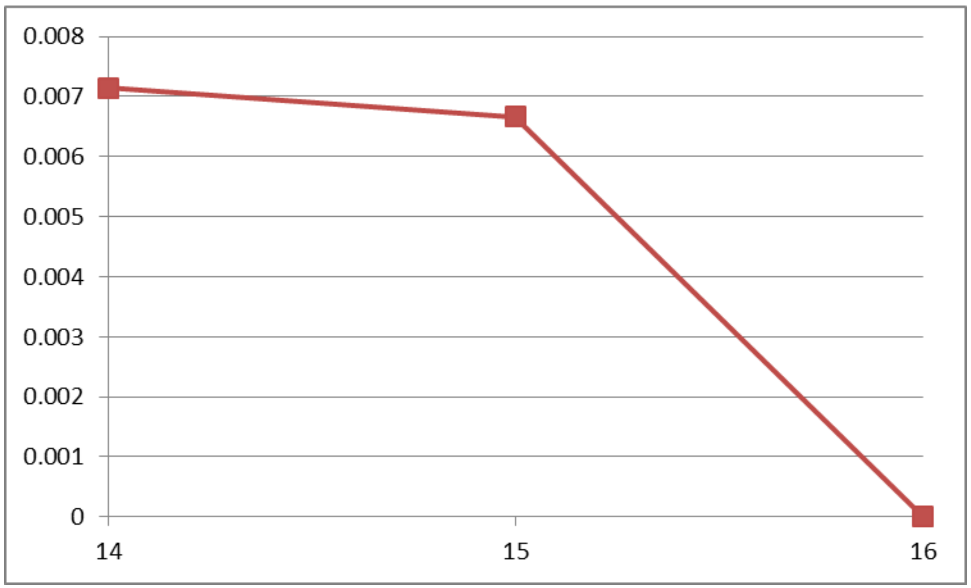


図8 : 負担感の差のグラフ(データ4)

表8 : 各講師の実働時間と仕事数

	実働時間	仕事数
講師1	10	5
講師2	16	6
講師3	15	4
講師4	3	2
講師5	10	5
講師6	11	4
講師7	8	4

5.3 結果(負担の均等化)

データ5において，計算が終了しない仮終了日が存在し，負担が最も均等化される終了日を求めることができなかった.

5.4 考察

- データ3において，$L = 14$やL =20で値が増加している.
  - ⇨ 分母が増加することで，負担感の差が開いた.
- データのサイズを小さくしても，実働時間や，仕事数は講師間でバラつきが生じている.
  - ⇨ 他の指標も考える必要があるのではないか.
- データによっては計算が終了しなかった.
  - ⇨ 最適値を与える最適解が複数存在するのではないか.

6. まとめ

- 期日までに時間外業務を終え，講師の負担を均等化する時間外業務処理スケジュール問題を数理計画問題として定式化し，手順を提案した．

- 負担感を均等にすることは出来た．

7. 今後の課題

- 講師の負担を別の指標で考えて負担均等化を図る.
- ソルバーで求解不可能な大規模なデータにおいても, 負担を均等化する発見的解法を考える.

ご清聴ありがとうございました