所属世帯数の均等性を考慮した地域分割に関する研究

東京理科大学工学部経営工学科
沼田研究室
4410081　松本拓也

目次

1. はじめに

1.1　地域自治について

私たちは，一定の区域に生活の本拠を置いて，地域全体に関わる事柄については地域の住民が協力してこれを処理している．

⇩

地域自治

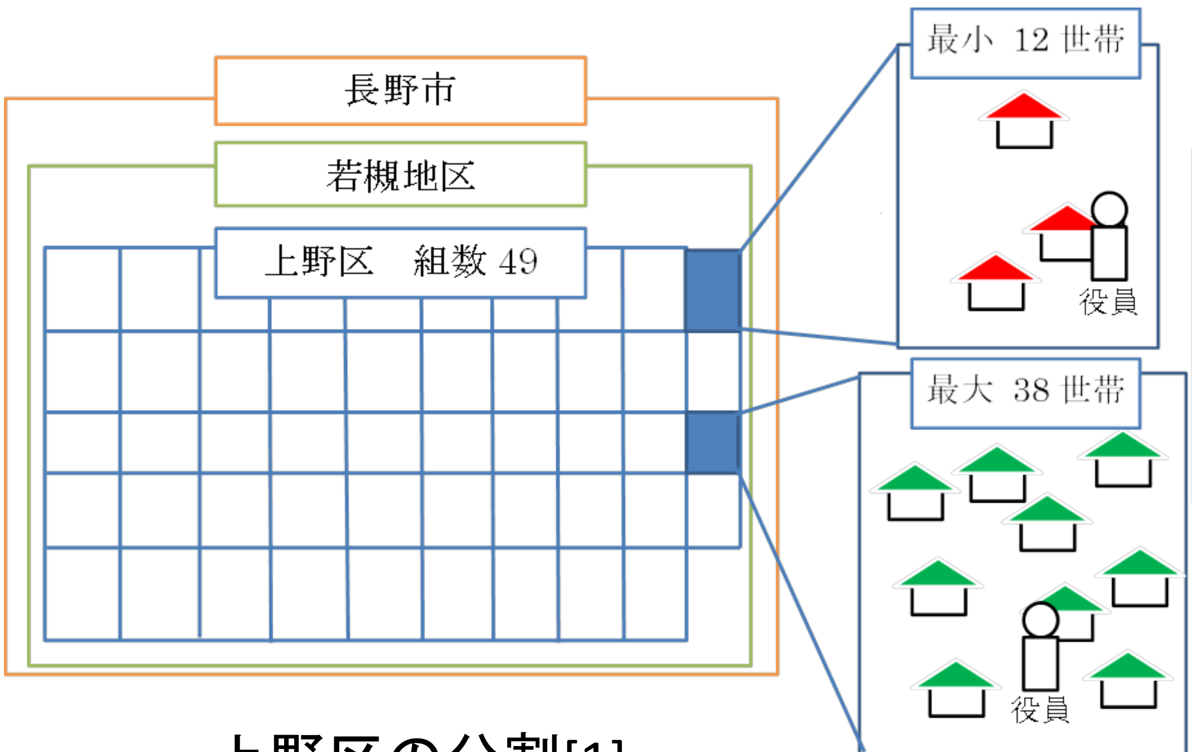
地域自治の仕事

・広報配布業務
・ごみ捨て場の管理
・集金業務

様々な地域自治の仕事をするために近隣の世帯が集まり，**「隣組」を組織している．**

1.2 「隣組(組)」の現状

- 現在長野市若槻地区上野区では，49の<u>組</u>が存在する[1].
- 地域自治を円滑にするため，それぞれの組内に役員を置いている.
- 各世帯は，毎年交代で所属する組の役員になる.



上野区の分割[1]

組ごとの所属世帯数の格差があるため，仕事の負担量に違いが生じている.

1.3 課題

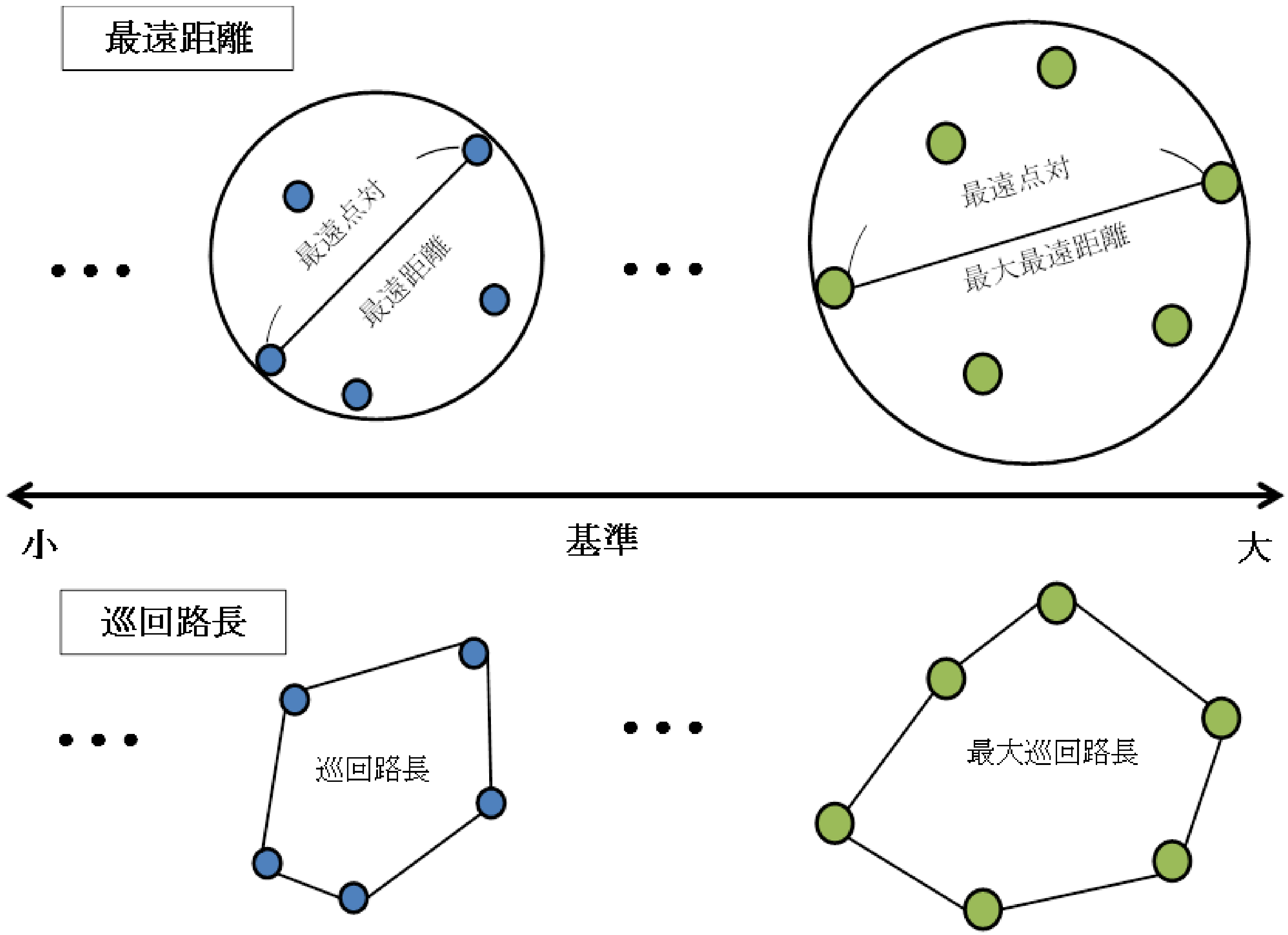
組ごとに所属世帯数の格差があり，
仕事の負担量に違いが生じている．

所属世帯の均等性を考慮した組分けが必要．

均等性のみ考慮すると所属世帯のまとまりが悪くなる．

所属世帯の均等性とまとまりのよさを考慮した組分けが必要．

1.4 まとまりの尺度



2. 研究目的

所属世帯数の均等性を考慮し，

最大最遠距離

最大巡回路長

それぞれを「まとまりの尺度」としたときの

地域分割の解法を提案し，結果を考察する．

3. 問題設定

- <u>広報配布業務</u>

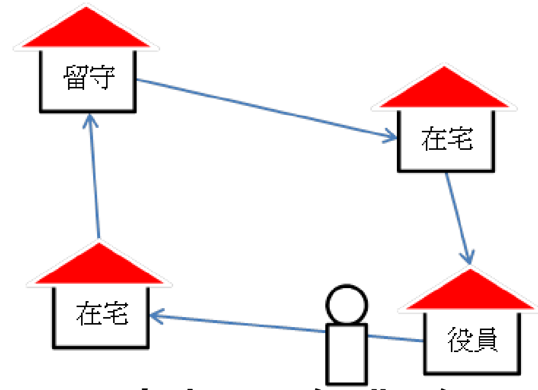
  一度の訪問で終了する.

  最大巡回路長を基準とする.

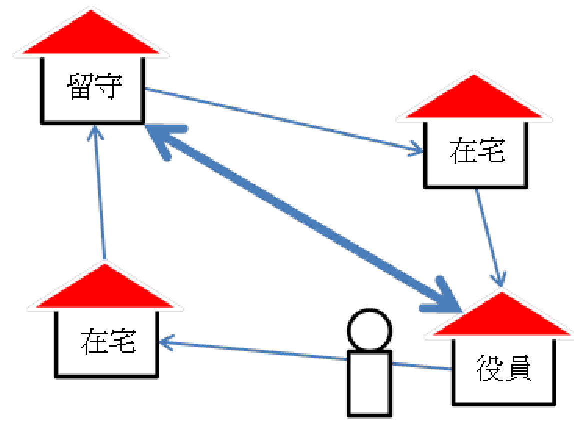
- <u>集金業務</u>

  何度も訪問することがある.

  最大最遠距離を基準とする.

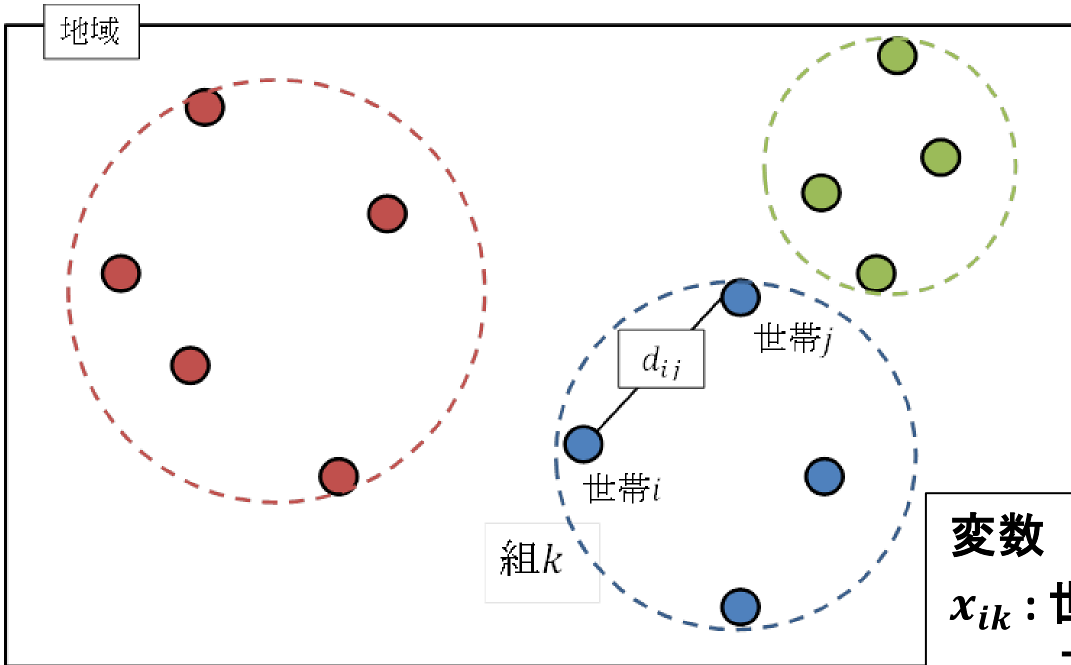


広報配布業務



集金業務

4. 記号化



データ

$V = \{1, 2, .., i, .., j, .., n\}$: 世帯の集合

$G = \{1, 2, .., k, .., m\}$: 組の集合

α : 平均世帯数からの乖離の上限

d_{ij} :世帯iと世帯jの移動距離

変数

x_{ik} : 世帯iが組kに属するか否かの 0-1変数 (共通)

y_{ijk} : 世帯iと世帯jが組kに属するか否かの0-1変数 (最遠距離)

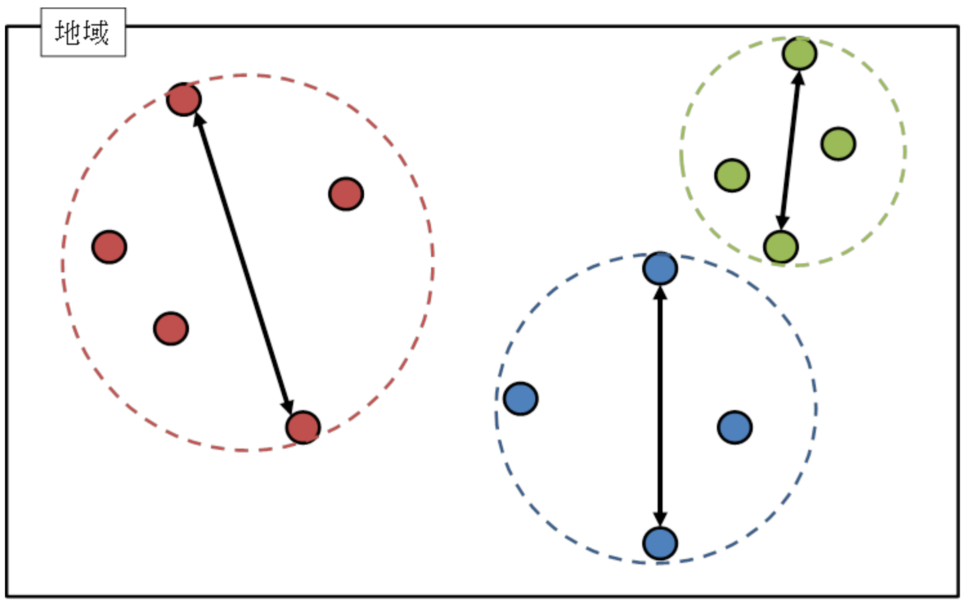
z_{ijk} : 世帯iと世帯jが組k内で直接移動がある か否かの0-1変数 (巡回路長)

5. 定式化
5.1 定式化(最遠距離の場合)

目的関数

$$\min\max \quad d_{ij} \cdot y_{ijk} \qquad \forall i,j \in V, \forall k \in G \quad (1)$$

<u>最大最遠距離を最小化する.</u>

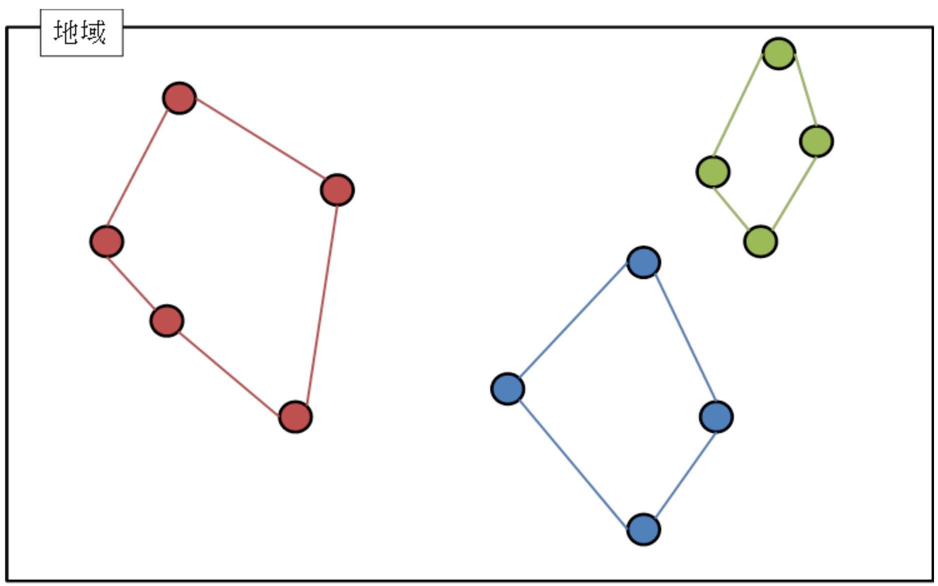


5.2 定式化(巡回路長の場合)

目的関数

$$\min\max \sum_i \sum_j d_{ij} z_{ijk} \qquad (i \neq j), \forall k \in G \quad (2)$$

<u>最大巡回路長を最小化する.</u>

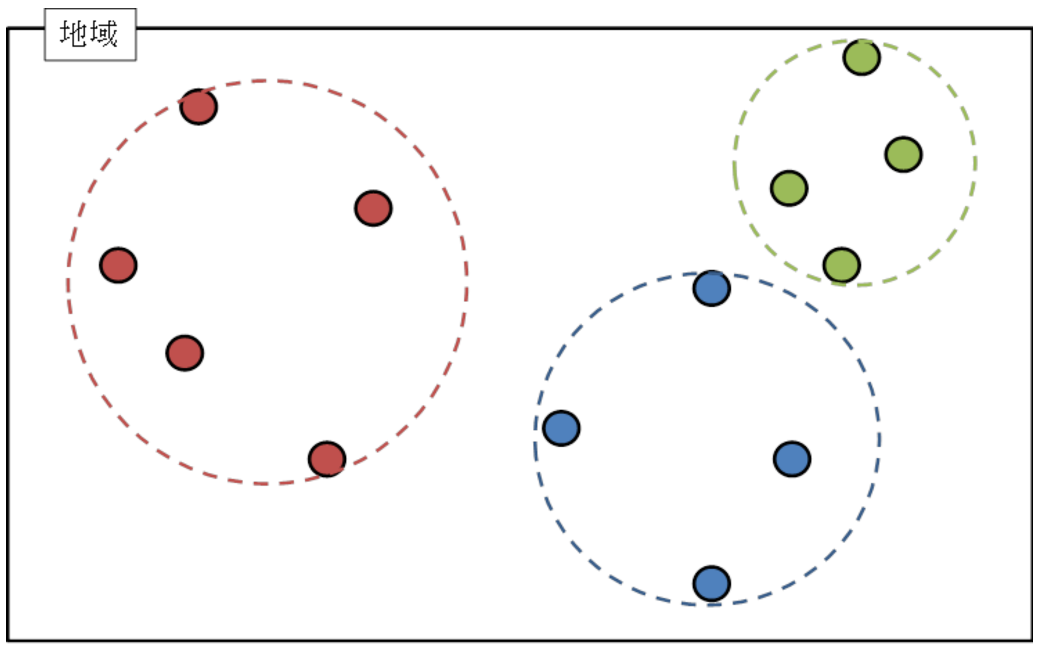


5.3 定式化(共通)

制約条件

$$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 \qquad \forall i \in V \qquad (3)$$

全ての世帯は必ず組に属する.

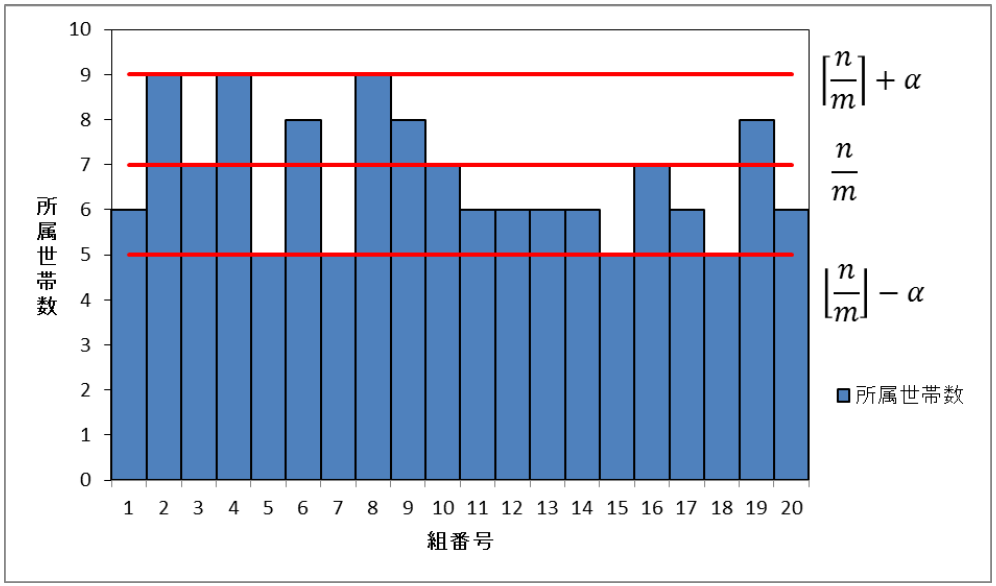


5.3 定式化(共通)

制約条件

- $\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor - \alpha \leq \sum_{i=1}^{n} x_{ik} \leq \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil + \alpha \qquad \forall k \in G$ (4)

各組の所属世帯数を許容範囲内にする.



6. 解法
6.1 厳密解法
必要な制約条件を追加して，汎用ソルバーGurobiを用いて厳密解を求めた.

最遠距離 : 60世帯以上
巡回路長 : 20世帯以上

厳密解を求められなかった.

6.2 発見的解法の提案

提案解法の概略手順

Step1 : 初期分割の生成

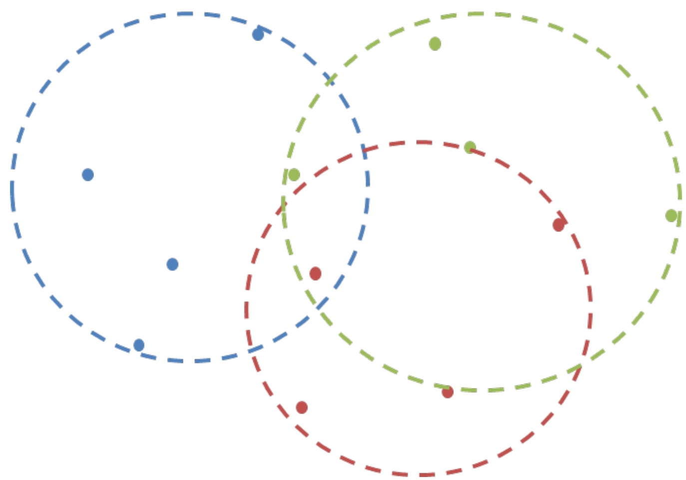
Step2 : 改善操作を改善がなくなるまで繰り返す.

Step3 : Step1,Step2を繰り返し行い最良解を採用する.

6.3 提案解法

Step1：初期分割の生成

所属世帯数の制約を守り，各世帯をm組に分ける.

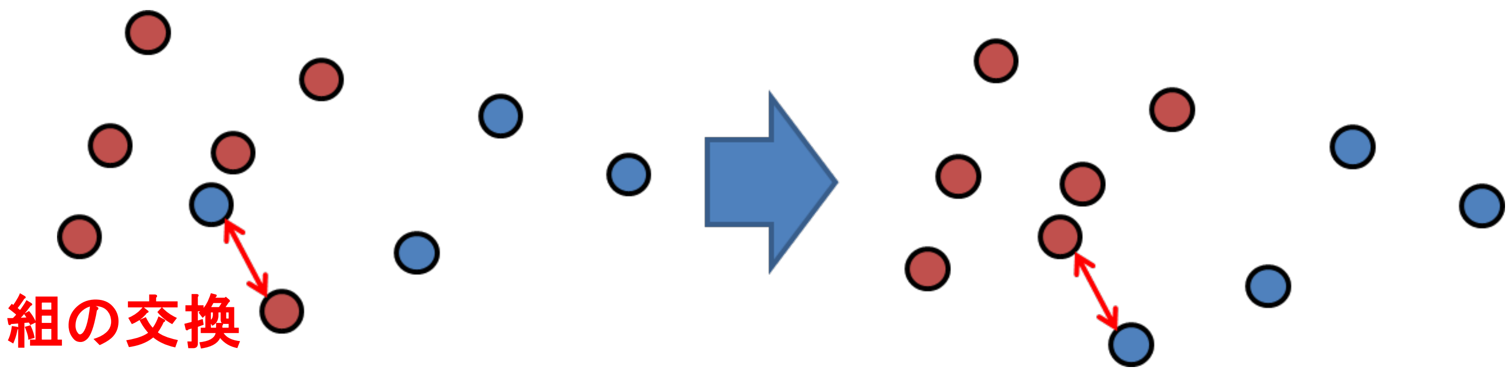


Step1終了後

6.3 提案解法

Step2：改善操作

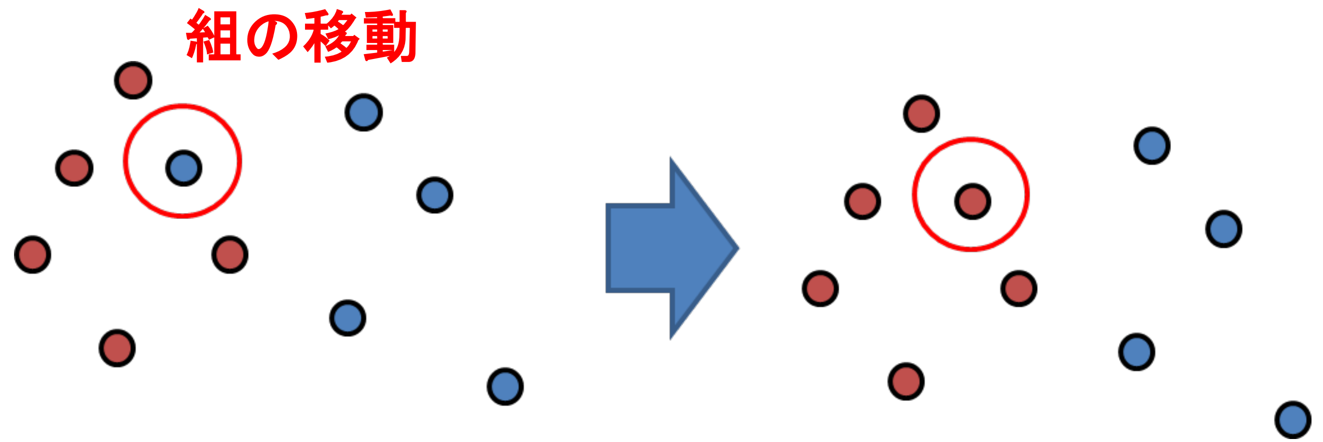
交換操作：　組の世帯と他の組の世帯とで，所属する組を交換する．交換前後で，それぞれの目的関数の改善が最も大きい交換を実行する．



6.3 提案解法

Step2：改善操作

移動操作： 組の世帯を他の組へ移す．移動後の組の所属世帯数が許容範囲内になる移動で，それぞれの目的関数の改善が最も大きい移動を実行する.



7. 数値実験

実験概要

100×100の地域にランダムに世帯を発生させた.

$$誤差率 = \frac{(提案解法の解 - 厳密解)}{厳密解} \times 100$$

7. 数値実験

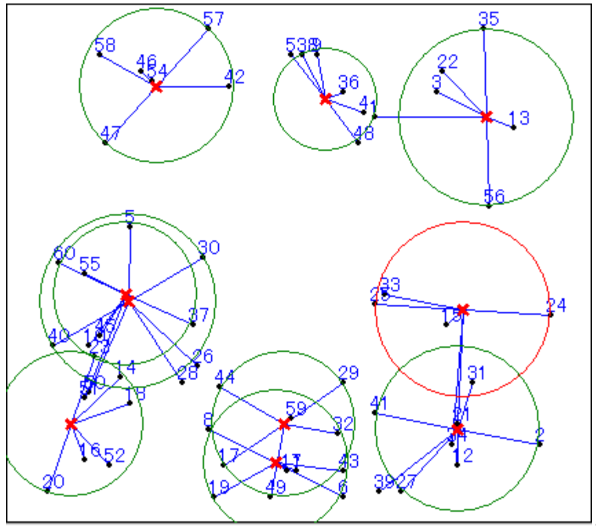
最遠距離と巡回路長の厳密解との誤差率

基準	最遠距離			巡回路長		
組数	2	3	4	2	3	4
世帯数	誤差率(%)					
16	0.00	0.00	1.96	0.00	0.00	0.00
17	0.00	0.00	2.04	0.99	0.00	5.13
18	0.00	3.64	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.73

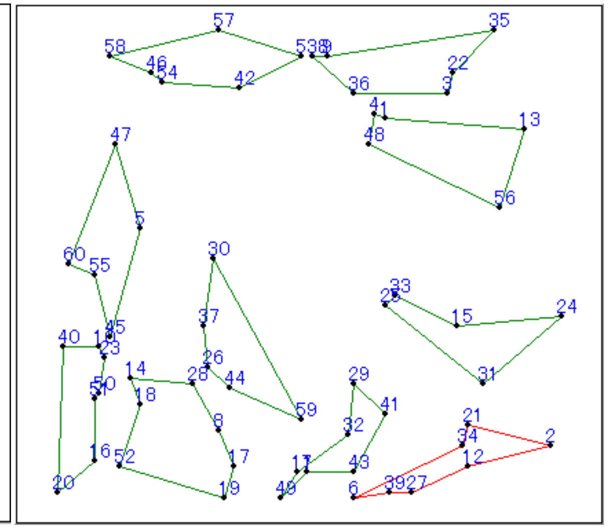
誤差率は6%未満なので，厳密解を求められない場合，
提案解法はそれなりに有効と思われる.

7. 数値実験

世帯数	60
組数	12
乖離の上限	1



最遠距離での分割



巡回路長での分割

最遠距離での分割は重なりがあるが,
巡回路長での分割は重なりがない.

巡回路長を基準にした方がまとまり
のよい分割になる.

8. 考察

最遠点対 : 組内の2世帯で決まる.
巡回路長 : 組内の全世帯で決まる.

↓

最遠距離より, 巡回路長の方が厳しい制約

↓

最遠距離より, 巡回路長の方がまとまりがよくなる

8. 考察

組の交差が存在する.

↓

最大基準の最小化は，その組しか改善できない

↓

最大最小化に加え，総和の最小化の考慮が必要

9. まとめ

- 所属世帯数の均等性を考慮した地域分割モデルを提案した.
- 最大最遠距離，最大巡回路長それぞれを最小化する解法を提案した.
- 巡回路長の方がまとまりのよい地域分割ができる.

【今後の課題】
最大最遠距離(最大巡回路長)の最小化に加え，総和の最小化も考慮した解法の構築

参考文献

- [1] 長野市若槻地区上野区区民名簿(2009), 長野市若槻地区上野区, 66pp.
- [2] 沼田一道(2011), 汎用ソルバによる巡回セールスマン問題の求解―多項式オーダ本数の部分巡回路除去制約―, オペレーションズ・リサーチ, vol.8, pp.452-455.
- [3] 加藤直樹(2008), 数理計画法, コロナ社, 221pp.
- [4] GLPKスーパー簡易マニュアル, http://www.iecs.kansai-u.ac.jp/pselab/doc/easymanual.pdf,
- (最終閲覧日 2013.12.25).
- [5] Gurobi Optimization, http://www.gurobi.com/ , (最終閲覧日 2013.12.25).

抄録訂正

抄録に誤りがありましたので，訂正します．

抄録p.145　25行目　3.　定式化

追加　平均世帯数からの乖離の上限をα

抄録p.146　3.　定式化　式(18)

誤　$\sum_{k=1}^{n} f_{hik} + x_{ik}$

正　$\sum_{h=1}^{n} f_{hik} + x_{ik}$

ご清聴ありがとうございました.

付録

記号化

- s_k : 組k内の最遠距離
- t: 最大最遠距離

部分巡回路除去制約で用いる記号[2]

- u_{ik} : 各組のみなし出発点 0-1変数
- w_i : フロー量補正量
- f_{ijk} : k組におけるフロー量

定式化(最遠距離)

目的関数

- $\min\ t$　　<u>最大最遠距離を最小化する.</u>　　(1)

制約条件

- $t \geq s_k$　　$\forall k \in G$　(2)

  <u>最大最遠距離を求める.</u>

- $s_k \geq d_{ij} \cdot y_{ijk}$　　$\forall i, j \in V, \forall k \in G$　(3)

  <u>各組の最遠距離を求める.</u>

定式化(最遠距離)

- $y_{ijk} \leq x_{ik} \qquad \forall i, j \in V, \forall k \in G$ (4)
- $y_{ijk} \leq x_{jk} \qquad \forall i, j \in V, \forall k \in G$ (5)
- $y_{ijk} \geq x_{ik} + x_{jk} - 1 \qquad \forall i, j, \in V, \forall k \in G$(6)

<u>世帯iと世帯jが組kに属するか否か</u>

定式化(最遠距離)

- $\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor - \alpha \leq \sum_{i=1}^{n} x_{ik} \leq \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil + \alpha \qquad \forall k \in G$ (7)

  各組の所属世帯数を許容範囲内にする.

- $\sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 \qquad \forall i \in V$ (8)

  全ての世帯は必ず組に属する.

- $x_{ik} \in \{0,1\}, y_{ijk} \in \{0,1\}$ (9)

定式化(巡回路長)

制約条件(部分巡回路)[2]

- $\sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^{n} z_{hik} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} z_{ijk} = x_{ik}$ $\forall \mathrm{i} \in \mathrm{V}, \forall \mathrm{k} \in \mathrm{G}$ (10)
- $u_{ik} \leq x_{ik}$ $\forall i \in V, \forall k \in G$ (11)
- $\sum_{i=1}^{n} u_{ik} = 1$ $\forall k \in G$ (12)
- $0 \leq w_{ik} \leq n \cdot u_{ik}$ $\forall i \in V$ (13)
- $0 \leq f_{ijk} \leq n \cdot z_{ijk}$ $\forall i, j \in V \ (i \neq j)$(14)
- $\sum_{h=1}^{n} f_{hik} + x_{ik} = \sum_{j=1}^{n} f_{ijk} + w_{ik}$ $\forall \mathrm{i} \in \mathrm{V}, \forall \mathrm{k} \in \mathrm{G}$ (15)
- $\sum_{j=1}^{n} f_{ijk} \leq n \cdot (1 - u_{ik})$ $\forall \mathrm{i} \in \mathrm{V}, \forall \mathrm{k} \in \mathrm{G}$ (16)

計測時間

最遠点対			巡回路長		
世帯数	組数	時間(秒)	世帯数	組数	時間(秒)
30	6	65.07	17	4	16310
40	6	85.96	18	4	23644
50	10	3333.03	19	4	51325
60	12	89290以上かかる	20	4	167530以上かかる