4 巡回と退化，計算量

4.1 巡回と退化

二段階単体法で線形計画問題を解くと，次のいずれかに達して終了する．

(a) 実行可能解が存在しない．(phase1)

(b) 非有界解．(phase2)

(c) 最適解．

(d) ？ 停止しない．　　**巡回**：同一の基底形式が再び現れる．

- 巡回の起ることは確かにある[1]．
- 巡回の間，目的関数 z の値は変わらない．このとき退化（基底変数の値が 0）が生じている．
- 巡回の生起は取入れ変数／追い出し変数の選び方に関係する．

[巡回対策]
摂動法（perturbation method），辞書的順序則（lexicographic rule）
最小添字則（smallest subscript rule）：　目的行において正係数をもつ index 最小 の変数を取入れ，b'/a' 最小の（tie のときは index のより若い）基底変数を追い出す．(証明 R.G. Bland，1977)

ともかく，理論的には，巡回を避けることができる（退化は起こっても構わない）．
従って，二段階単体法は次の基本定理を構成的に証明していることになる．
[基本定理]
標準形の線形計画問題は

(1) 最適解を持たない場合　$\Longrightarrow$　実行不能（実行可能解が存在しない）／非有界解

(2) 実行可能解を持つ　$\Longrightarrow$　実行可能基底解を持つ

(3) 実行可能基底解をもち，最適解を持つ（非有界でない）　$\Longrightarrow$　最適基底解を持つ

4.2 計算量

4.3 巡回の起こる例題

最大係数則で取入れ変数を選ぶと巡回の起る例

$$
\begin{cases}
\max \quad z = 10x_1 - 57x_2 - 9x_3 - 24x_4 \\
\text{s.t.} \quad 0.5x_1 - 5.5x_2 - 2.5x_3 + 9x_4 \le 0 \\
\qquad 0.5x_1 - 1.5x_2 - 0.5x_3 + x_4 \le 0 \\
\qquad x_1 \le 1 \\
\qquad x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4 \ge 0
\end{cases}
$$

[1]最大係数則（largest coefficient rule）で取入れ変数を選んだとき巡回の起る例を作れる．　最大係数則とは，目的行において最大正係数をもつ変数を取入れ，b'/a' 最小の基底変数を追い出す（これは必然）やり方．tie-break rule としては index の若いものを選ぶ．